R

Math Un. 177

Mathesis pag. 148.

-2,1

R

Anfangsgründe der Mathematik.

Zum Gebrauch auf Schulen und Universitäten

herausgegeben

von

Georg Gottlieb Schmidt,

Professor der Mathematik zu Gießen.

Zweyten Theils erste Abtheilung.

Statik, Hydrostatik, Aerostatik und Mechanik fester Körper.

Mit sieben Kupfertafeln.

Frankfurt am Main,

bey Varrentrapp und Wenner.

1798.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Vorrede.

Ich liefere hier den versprochenen zweyten Theil meiner Anfangsgründe der Mathematik. Ob ich gleich anfänglich willens war, darin alle Disciplinen der physisch angewandten Mathematik abzuhandeln, so verließ ich doch bey näherer Prüfung diesen Plan, und schränkte mich auf den Vortrag der mechanischen Wissenschaften mit Inbegriff der Maschinenlehre ein, und zwar aus folgendem Grund.— Die angewandte Mathematik hat durch den Eifer, womit in unsern Zeiten das Studium der Naturlehre betrieben wird, so viel an Materie gewonnen, daß ein Lehrbuch, welches auch nur eine kurze Uebersicht des gegenwärtigen Zustandes der Wissenschaft giebt, (und das soll doch wohl jedes neue Lehrbuch, denn sonst könnte man es bey den alten bewenden lassen) für einen jährigen, oder gar halbjährigen Cursus viel zu weitläuftig wird. Daß ich mich aber in diesen Anfangsgründen, welche nicht bloß dem academischen Vortrag, sondern auch der Unterweisung von Künstlern und practischen Geschäftsleuten gewidmet sind, auf den Vortrag der mechanischen Wissenschaften, mit Aus-

schluß der optischen und astronomischen, eingeschränkt habe, bedarf wohl um so weniger einer Entschuldigung, da die fürs gemeine Leben unentbehrlichsten Kenntnisse der zuletzt genannten Wissenschaften in dem gewöhnlichen Vortrage der Naturlehre selbst auf Schulen mitbegriffen sind. Uebrigens wird es von dem Beyfall, womit das Publicum die beyden Theile meiner Anfangsgründe aufnimmt, und dem Urtheile competenter Richter abhangen, ob noch ein dritter Theil, der die optischen und astronomischen Wissenschaften enthält, folgen soll.

Zur Erleichterung der Anschaffung, und zu mehrerer Bequemlichkeit für den Unterricht, haben sich die Herrn Verleger entschlossen, diesen zweyten Theil in zwey Abtheilungen zu liefern, wovon die erste die statischen Wissenschaften und die Mechanik fester Körper, die andere die Hydraulik nebst der Maschinenlehre in sich begreift.

Ich hoffe nicht, daß man es tadelnswürdig finde, daß ich bey meinem Vortrag der angewandten Mathematik die Buchstabenrechenkunst voraussetze, da ich sie in dem ersten Theil gelehret habe, und übrigens hierin bloß dem Muster unsrer besten mathematischen Lehrbücher gefolgt bin. Auch ist, dünkt mich, die Methode, ohne welche man sehr leicht in eine bis zum Eckel gehende Weitschweifigkeit geräth, schon längst durch den Erfolg bewährt gefunden worden.

Erfahrungen und Versuche, wie auch solche Anwendungen von Sätzen, welche eine etwas umständlichere Rechnung erforderten, habe ich in Anmerkungen beygebracht. Die letztern können bey dem ersten Unterricht auf Schulen übersprungen werden, ohne daß dadurch dem Zusammenhang der übrigen Lehren Eintrag geschieht.

Wenn es gleich einem Compendium der Mathematik nicht zum Vorwurf gereicht, in Hinsicht der Materie nichts Neues zu enthalten, so sey es mir doch erlaubt, die Recensenten und Leser meines Buches, welche nicht unter die Anfänger gehören, auf einige Stellen aufmerksam zu machen, von welchen ich mir etwas mehr als die bloße Form zueigne.

Hierher rechne ich z. B., was ich Stat. (44. 45. Anmerk.) über die Müllersche Wage gesagt habe, so wie meine Bemerkungen (73. S.) über die relative Stärke hohler Körper. §. 57. Hydrostat. u. f. habe ich etwas von Herrn Richters Bemühungen die Mischungsverhältnisse chemisch verbundener Körper aus ihrem specifischen Gewicht zu bestimmen beygebracht. Ich glaube dadurch diesem würdigen Gelehrten durch die That bewiesen zu haben, daß ich seine Verdienste um die Naturkunde zu schätzen weiß, wenn ich gleich den von ihm vorgeschlagenen Aräometern meinen Beyfall nicht geben konnte.

In der 61. Anmerkung der Aerostatik befindet sich eine Bemerkung über die Ursachen der Abwei-

chungen der verschiedenen Formeln für die Höhenmessung durch das Barometer, auf die ich durch meine Untersuchungen über die Ausdehnung der Luft durch die Wärme geleitet wurde, und wodurch ich mir schmeichle einen Fingerzeig zur Vervollkommnung dieser für die Ausübung äußerst wichtigen Lehre gegeben zu haben.

Ich suche nämlich den Hauptgrund der Verschiedenheit der Formeln für die Höhenmessung durch das Barometer darin, daß man die Veränderung des specifischen Gewichts der Luft durch die Wärme bisher allgemein als einen den Graden der Wärme proportionalen beständigen Coefficienten in Rechnung brachte, der (da die Ausdehnung der Luft durch die Wärme nach dem Grad der Feuchtigkeit sehr veränderlich ist), nach dem er aus andern Beobachtungen hergeleitet wurde, nothwendig sehr verschieden ausfallen mußte.

So sehr ich gewünscht habe, daß diese Anfangsgründe recht correct gedruckt werden möchten, so ist dieß doch leider nicht geschehen. Es haben sich in den ersten Theil mehrere Druck- und Rechnungsfehler eingeschlichen, deren Verzeichniß ich größtentheils der Güte meiner Freunde, die sich meines Lehrbuchs zum Unterricht bedienten, verdanke.

Inhalt

der ersten Abtheilung der angewandten Mathematik.

I. Abschnitt.

Die Statik.

	Seite
Einige Vorkenntnisse aus der Naturlehre. =	1
Vom Gleichgewicht der Kräfte an festen Körpern der Hebel = = =	5
Vom Winkelhebel und der Zusammensetzung der Kräfte	11
Vom Schwerpunct = = =	18
Anwendung des Hebels = =	23
Die Wage = = =	24
Das Rad an der Welle = =	35
Rad und Getriebe = = =	36
Von dem Gleichgewicht an der beweglichen Rolle und dem Flaschenzug = = =	41
Von der schiefen Ebene = =	44
Vom Keil = = = =	46
Von der Schraube = = =	52
Von dem Zusammenhang als dem Maaß der Festigkeit der Körper. = =	56
Von der Reibung und Steifigkeit der Seile als Hindernisse der Bewegung = =	66
Mittel zur Verminderung der Reibung =	81
Von der Steifigkeit der Seile = =	83

II. Abschnitt.

Die Hydrostatik.

Von dem Gleichgewichte flüssiger unelastischer Körper ohne Schwere = = =	88
Vom Gleichgewicht schwerer flüssiger unelastischer Körper = = =	91
Vom Druck schwerer flüssiger Massen gegen den Boden und die Seitenwände der Gefäße =	94

Inhalt.

Seite

Vom Gleichgewicht verschiedener Flüssigkeiten unter einander = = = 114
Vom Gleichgewicht fester Körper, welche in flüssige eingetaucht sind = = = 115
Von der Untersuchung des specifischen Gewichtes der Körper = = = = 129
Tafel über die specifischen Gewichte = 143
Von der Untersuchung des specifischen Gewichts gemischter Körper = = = 151
Von dem Wasserwägen = = 165

III. Abschnitt.

Die Aerostatik.

Von der Elasticität und Schwere der Luft und den davon abhangenden Eigenschaften = 183
Vom Heber = = = 195
Marriottisches Gesetz = = = 197
Von der Luftpumpe = = 200
Von der Einwirkung der Wärme auf die Luft 217
Von den Dämpfen, besonders den wässerigten und ihrem Einfluß auf die Atmosphäre = 237
Von der Höhenmessung durch das Barometer, Thermometer, Manometer = 259
Luftschifffahrt = = = = 269

IV. Abschnitt.

Die Mechanik fester Körper.

Allgemeine Begriffe von der Bewegung überhaupt 279
Nähere Betrachtung der gleichförmigen Bewegung. 282
Von der gleichförmig beschleunigten Bewegung = 289
Vom freyen Fall schwerer Körper = 293
Von der krummlinigen Bewegung = = 300
Von der Wurfbewegung = = 307
Vom Pendel = = = = 312
Vom zusammengesetzten Pendel, dem Mittelpunct des Schwunges und dem Moment der Trägheit sich drehender Körper = = 323
Vom Stoß unelastischer Körper = = 340
Vom Stoß elastischer Körper = = 344

Verzeichniß

einiger der vorzüglichsten Schriften über die statischen und mechanischen Wissenschaften.

Anmerkung. Die bereits in dem ersten Theil verzeichneten Lehrbücher der gesammten Mathematik handeln die statischen und mechanischen Wissenschaften, als einen Theil der angewandten Mathematik, ab. — Vorzüglich empfehlenswerth zum gründlichen Studium der mechanischen Wissenschaften in theoretischer Hinsicht sind:

Kästners Anfangsgründe der angewandten Mathematik, Götting. bey Vandenhoek und Ruprecht 1792. 4te Auflage, die erste Abtheilung enthält die statischen Wissenschaften.

Desselben Anfangsgründe der höhern Mechanik, Gött. 1793. 2te Aufl., enthält die Mechanik fester Körper.

Desselben Anfangsgründe der Hydrodynamik, Götting. 1796. 2te Auflage, enthält die Theorie der Bewegung flüssiger Körper.

Karstens Lehrbegriff der gesammten Mathematik. Der 3te Theil enthält die statischen Wissenschaften und den Anfang der Mechanik, der 4te Theil die weitere Ausführung der Mechanik fester Körper, der 5te und 6te die Hydraulik und Pnevmatik, oder die Bewegungsgesetze der tropfbar und elastisch flüssigen Körper.

Dieß schätzbare Werk trägt außer den genannten Wissenschaften auch die Theorie des Maschinenwesens sehr vollständig vor.

Kürzer, und ohne Kenntniß der höhern Rechenkunst vorauszusetzen, handelt dieselben Gegenstände ab

Karstens Anfangsgründe der gesammten mathematischen Wissenschaften, 2r Band, Greifswald 1780.

Búrja Grundlehren der Statik, Hydrostatik, Dynamik, Hydraulik, Berlin 1789 — 92. trägt die mechanischen Wissenschaften minder gelehrt, aber faßlich, und für Geschäftsmänner brauchbar, jedoch zuweilen mit Vernachläßigung der geometrischen Evidenz, vor. Nicht für Anfänger geschriebene, sonst classische Werke, sind:

D'Alembert Traité de Dynamique, Par. 1743. 1752. 4.

— — Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides, Par. 1744.

De Bernoulli Hydrodynamica, Argent. 1738. 4.

Euler Mechanica etc. Petrop. 1736. 2 Vol. 4.

Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum, Rost. et Gryphisw. 1765. 2te Aufl. 1790.

De la Grange Mecanique analytique, Par. 1788. 4.

Unter den Schriften, welche sehr gründliche Theorie mit der Ausübung verbinden, verdienen die nachstehenden insbesondere genannt zu werden.

K. Ch. Langsdorfs Lehrbuch der Hydraulik, Altenb. 1794. Fortsetz. 1796. 4.

Prony neue Architectura Hydraulica, 1r Theil, übers. von Langsdorf, Frankfurt 1795. 4.

Der zweyte Theil, welcher eine vollständige Beschreibung und Theorie der Dampfmaschinen enthält, ist zwar im Original, aber nicht in der Uebersetzung erschienen.

Belidors Architectura hydraulica ins Deutsche übersetzt, Augsburg 1740 — 1750.

Dieß Werk ist in Hinsicht der practischen Mechanik immer sehr brauchbar, und wird erst dann, wenn das vorstehende oder die von Herrn Wiebeting und Kroente, nach einem viel umfassenden

Plan angekündigte Wasserbaukunst vollendet seyn wird, entbehrlicher werden.

Bossüt Hydrodynamik, 1r und 2r Theil, ins Deutsche übersetzt von Langsdorf, Frankfurt 1792.

Büat Grundlehren der Hydraulik, 2te Ausgabe, Paris 1786. ins Deutsche übersetzt von Lempe und Kosmann.

Die Uebersetzung des letztern enthält besonders viele lehrreiche Zusätze von Eytelwein. — Ausschließlich mit der Maschinenlehre beschäftigen sich

Langsdorf Handbuch der Maschinenlehre, 1r Band, Altenb. 1797. 4.

Dieß von dem Verfasser eigentlich zu seinen Vorlesungen bestimmte Handbuch enthält eine sehr vollständige Theorie der Maschinen, ist aber ohne mündliche Anweisung keinem Anfänger zu empfehlen. Die Practiker, denen es zugleich mit gewidmet seyn soll, möchte der häufige Calcul ohne alle Figuren abschrecken.

Lempe Lehrbegriff der Maschinenlehre, erste Abtheil. Leipzig 1795. zweyte Abtheil. 1797.

Ein, nach dem Plan, sehr vollständiges, und nach den erschienenen beyden Abtheilungen zu urtheilen, sehr zu empfehlendes Werk.

Klügel Anfangsgründe der practischen Mechanik, Berl. und Stett. 1784.

Diese Schrift (welche auch einen Theil der Encyklopädie des Verfassers ausmacht, und bey der neuen Ausgabe derselben viele Zusätze und Verbesserungen erhalten hat), ist besonders Anfängern und solchen, welche Maschinen, ohne tiefe mathematische Kennntnisse zu besitzen, anlegen sollen, sehr zu empfehlen.

Verzeichniß.

Mönnich Anleitung zur Anordnung und Berechnung der gebräuchlichsten Maschinen, Augsburg 1779.

Ebenfalls ein sehr brauchbares Buch, für solche, welche zwar Buchstabenrechenkunst, aber keine Analysis verstehen. Es handelt nur von der Berechnung der Mühlenwerke.

Schriften, welche bloße Abbildungen, oder Beschreibungen von Maschinen enthalten sind:

Leupold Theatrum machinarum, Leipzig 1724. nebst Beyer's Theatrum machinarum molarium, 1r und 2r Theil, Dresden 1767. 3r Theil, von Weinhold 1788.

Kunze Schauplatz der gemeinnützigsten Maschinen, Hamb. 1796.

Ich übergehe zur Ersparung des Raums solche Schriften, die nur von einzelnen Theilen des Maschinenwesens handeln, da ich ohnehin in dem Buch mehrere derselben anzuführen Gelegenheit finde.

In Lempens oben angezogenem Lehrbegriff findet man ein sehr vollständiges Verzeichniß der zur Mechanik gehörigen Schriften, nebst guten Beurtheilungen.

I. Abschnitt.

Die Statik.

Einige Vorkenntnisse aus der Naturlehre.

1) Der geometrische Körper ist der bloße Raum; was diesen Raum erfüllet, heißt Materie. Die ausgedehnte Materie, nebst allen ihr zukommenden Eigenschaften, macht den physikalischen Körper aus.

2) Die Erfahrung lehret, daß man Widerstand findet, wenn man in den Raum eines materiellen Körpers einzudringen sucht. Diese Erscheinung nennt man die Undurchdringlichkeit der Materie, das ist, der Raum, welcher einmal erfüllet ist, kann nicht noch einmal durch was anderes erfüllt werden. Wenn Wasser in einen Schwamm, in ein Holz und dergleichen, dringt, so dringt es nicht in die Theile des Schwammes, Holzes u. s. w., sondern in die leeren Zwischenräume.

3) Anmerkung. Man findet in der Natur wohl keinen Körper ohne Zwischenräume, und daher auch keinen, welcher völlig undurchdringlich wäre. Da dieß bloß von der Zusammenstellung der Theile herrühret, so hindert es nicht, uns die kleinsten Theile der Materie, oder die Materie überhaupt, als undurchdringlich vorzustellen.

4) Wenn ein Körper seinen Ort nicht verändert, so sagt man, er ruhe, wenn er ihn verändert, er bewege sich. Kein Körper verändert seinen Zustand, es sey dieß der Zustand der Ruhe, oder der Bewegung, ohne eine äußere Ursache.

Diese allgemeine Eigenschaft der Körper heißt die Trägheit.

5) Eine Kraft heißt alles, was den Zustand eines Körpers ändert, oder zu verändern strebt.

In dem ersten Fall nennt man es eine bewegende, in dem andern eine drückende Kraft. Beyde sind nicht wesentlich verschieden, indem aus der drückenden eine bewegende Kraft entsteht, sobald der Widerstand oder die entgegenwirkende Kraft aufgehoben wird. Wenn zwey oder mehrere Kräfte einander so entgegenwirken, daß keine Bewegung weder von der einen noch von der andern Kraft erfolgt, so sagt man, die Kräfte seyen mit einander im Gleichgewicht. Eine der Kräfte, welche einander entgegenwirken, pflegt man auch die Last zu nennen; gewöhnlich diejenige, welche überwältiget werden soll, um Bewegung hervorzubringen.

6) Die Menge der materiellen Theile, welche den Raum eines Körpers ausfüllen, heißt die Masse des Körpers. Sie ist gleichförmig verbreitet, wenn gleiche Theile des Raumes gleiche Massen enthalten. Je größer die Masse eines Körpers bey gleichem Raume ist, desto dichter ist der Körper, je kleiner desto dünner. Bey gleichförmig verbreiteten Massen verhalten sich die Dichten zweyer Körper wie ihre Massen, dividiret durch die Räume, also bey gleichen Räumen wie die Massen, bey gleichen Massen, umgekehret, wie die Räume.

7) Anmerkung. Man nenne die Dichten zweyer Körper D, d, ihre Massen M, m, Räume V, v, so hat man $D : d = \frac{M}{V} : \frac{m}{v}$;

daher wenn $V = v$
$D : d = M : m$
und wenn $M = m$
$D : d = \frac{1}{V} : \frac{1}{v} = v : V$

Beyspiel. Die Masse eines Körpers sey 20, Raum 5, eines andern Körpers Masse 12, Raum 4, so ist $D : d = \frac{20}{5} : \frac{12}{4} = 4 : 3$.

8) Die Erfahrung lehret, daß die Körper, sich selbst überlassen, nach einer geradlinigten Richtung zur Erde fallen. Diese Eigenschaft der Körper heißt die Schwere. Vermöge 4) müssen wir uns die Schwere als eine äussere in die Körper wirkende Kraft denken, wenn uns gleich bis jetzt die Ursache dieser Kraft unbekannt ist. Will man sich die Schwere als einen Zug der Erde gegen die Körper vorstellen, so ist dieß verstattet, in so fern es ein schickliches Bild für die Wirkung der unbekannten Ursache ist. Man darf aber nicht hierdurch die Ursache der Schwere erklären zu können glauben.

9) Man hänge zwey oder mehr schwere Körper an Fäden auf, so werden die Fäden, indem sie den Fall nach der Erde verhindern, nach der Richtung der Schwere gedehnet. Diese Richtungen sind unter sich parallel und auf die Oberfläche der Erde senkrecht. Wäre die Oberfläche der Erde gekrümmt, so können die auf sie senkrechten Richtungen der Schwere nicht überall parallel seyn, sondern müssen sich gegen einander neigen (wie dieß wirklich der Fall ist). Wegen der Größe der Erdkugel sind die Neigungen der Richtungen der Schwere in kleinen Entfernungen (wo wir sie nur mit einander vergleichen können) unmerklich. Die Richtung der Schwere heißt ein Loth, die auf sie senkrechte Richtung, eine horizontale Linie. Hieraus erläutert sich der Gebrauch der Setzwage.

10) Da uns die Erfahrung (wenigstens bis jetzt) belehret hat, daß alle Theile der Materie gleich schwer sind (das ist, sich selbst überlassen, mit gleicher Geschwindigkeit zur Erde fallen), so muß der ungleich große Druck, welchen verschiedene schwere Körper gegen ihre Unterstützungen ausüben, von der ungleichen Menge der schweren Theile in ihnen herrühren. Man nennt diesen Druck das Gewicht der Körper. Gleichgroße Stücke Bley und Holz haben ein ungleiches Gewicht,

wenn schon die Theile des Holzes eben so schwer sind als die Theile des Bleyes. In dem Raum, welchen der bleyerne Körper einnimmt, sind mehrere materielle Theile als in dem Raume des hölzernen Körpers enthalten.

11) Vermöge der Erfahrung (10) sagt man, die Gewichte gleichgroßer Körper verhalten sich wie ihre Massen. Dieß giebt ein Mittel (und zwar das einzige), die Massen der Körper vermittelst der Woge zu schätzen. Das Verhältniß der Gewichte zweyer Körper von gleichen Räumen, Cubikzollen, Cubikfußen und dergleichen, nennt man das Verhältniß ihrer specifischen Gewichte. Es ist einerley mit dem Verhältniß der Dichten der Körper, oder die specifischen Gewichte zweyer Körper von verschiedenen Größen und Gewichten verhalten sich wie die ganzen (absoluten) Gewichte der Körper dividiret durch die Räume.

12) Anmerkung. Die specifischen Gewichte heißen G, g, die absoluten P, p, die Räume V, v, Massen M, m, Dichten D, d, so hat man $P : p = M : m$

$G : g = \frac{P}{V} : \frac{p}{v} = \frac{M}{V} : \frac{m}{v} = D : d.$ Man setze

$P = p$, so ist $G : g = \frac{1}{V} : \frac{1}{v} = v : V$ oder $V = v$,

so ist $G : g = P : p$ und überhaupt $P : p = VG : vg.$

13) Ein Körper heißt fest, wenn seine Theile der Trennung widerstehen, und nach erfolgter Trennung sich nicht, oder doch nicht vollkommen wieder vereinigen. Vollkommen fest wäre ein Körper, dessen Theile sich durch keine Kraft in der Welt trennen ließen. Es giebt keinen vollkommen festen Körper. Flüssig heißt ein Körper, wenn seine Theile sich leicht trennen, und über einander verschieben lassen, ohne ihren Zusammenhang zu verlieren, und wenn sie ihn verlohren haben, bey der Berührung von selbst wieder herstellen. Vollkommen flüssig wäre ein Körper, dessen Theile zu trennen, gar keine Kraft erforderte.

14) Anmerkung. Der folgende Abschnitt handelt vom Gleichgewicht der Kräfte an festen Körpern. Man abstrahiret dabey von den übrigen Eigenschaften der Körper, Trägheit und Festigkeit ausgenommen.

Vom Gleichgewicht der Kräfte an festen Körpern.

(Der Hebel.)

15) Zwey gleichgroße Kräfte, welche nach entgegengesetzter Richtung in gerader Linie auf einen Punct wirken, halten einander das Gleichgewicht. Denn es ist kein Grund da, warum die eine Kraft die andere überwältigen und Bewegung hervorbringen sollte.

16) An einer festen geraden unbiegsamen Linie a b Fig. 1, welche in ihrer Mitte c so unterstützt ist, daß sie sich um ihren Unterstützungspunct frey drehen könne, wirken zwey gleiche Kräfte a und b senkrecht auf die Linie a b in einer Ebene nach einer Gegend. Ich behaupte, beyde Kräfte halten einander das Gleichgewicht. Denn sollte eine Bewegung Statt finden, so müßte sie um den Punct c geschehen; nun streben aber die Kräfte a und b die Linie a b nach entgegengesetzten Richtungen um den Punct c zu drehen, und da beyde gleich groß und in gleichen Entfernungen von dem Drehungspunct sind, so ist kein Grund da, warum die eine Kraft vorzugsweise vor der andern die Linie a b drehen sollte, und beyde zugleich können sie nicht drehen, weil sie einander entgegen wirken. Die Unterstützung c trägt die Summe der beyden Kräfte a und b, oder der Punct c wird eben so stark gedrückt, als wenn in ihn eine Kraft $= a + b$ wirkte.

17) Eine feste kreisförmige Ebene a d b Fig. 2. sey um ihren Mittelpunct c beweglich, man schlage um den halben Umfang derselben einen Faden, und lasse von den beyden Enden desselben a und b gleiche Gewichte herunterhangen. Diese Gewichte halten einander das Gleichgewicht: denn man ziehe den

Durchmesser des Kreises ab, so wird derselbe mit dem ganzen Kreis von den Gewichten a und b nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen bemüht, und es ist dieser Fall mit dem (16) betrachteten völlig einerley, weil die feste Ebene hier nichts ändert, da sie ohne Schwere gedacht, und Reibung und andere Hinderniße der Bewegung hier ohnehin bey Seite gesetzt werden. Wäre der Faden nicht um den ganzen halben Umfang des Kreises geschlagen, sondern endigte sich bey d, und man zöge daselbst mit einer Kraft, gleich b, nach einer Tangente des Kreises, so würden die Kräfte d und b ebenfalls mit einander im Gleichgewichte seyn. Denn der Halbmesser dc kann nicht unterwärts gedrehet werden, ohne daß cb aufwärts gedrehet wird, und die Kraft in d wirkt daher zur Umdrehung des Kreises eben so, wie die Kraft in a. Da nun a mit b im Gleichgewichte ist, so muß auch d mit b im Gleichgewichte seyn.

18) Anmerkung. Eine kreisförmige um ihren Mittelpunct bewegliche Scheibe heißt eine Rolle, Aus (17) erhellet, daß die Rolle dazu dienet, den Zug der Kraft, ihrer Größe unbeschadet, nach jeder beliebigen Richtung abzuändern. Man bedienet sich der Rolle sehr häufig, Lasten senkrecht in die Höhe zu ziehen, indeß man auf der andern Seite der Rolle senkrecht herunterzieht. Kraft und Last bleiben hierbey einander gleich, die Richtung des Zugs wird aber vortheilhaft für die Kraft des Menschen nach untenhin geleitet, weil hier das Gewicht des ganzen Körpers der Kraft der Aerme zu Hülfe kommt.

19) Eine gerade feste Linie ab sey in ihrer Mitte c unterstützt und in gleichen Entfernungen auf beyden Seiten vom Unterstützungpuncte mit einer gleichen Anzahl gleich großer Gewichte beschweret, so wird zwischen allen diesen Kräften ein Gleichgewicht Statt finden. Denn je zwey, welche in gleichen Entfernungen auf beyden Seiten des Unterstützungspunctes liegen, halten vermöge (16) einander das Gleichgewicht, folglich halten alle Kräfte auf der einen Seite des Unterstützungspunctes,

allen Kräften auf der andern Seite das Gleichgewicht. Die Unterstützung wird mit der Summe der Kräfte, hier gleich 8 gedrückt. Wenn man daher in dem Unterstützungspuncte die Summe der Kräfte aufwärts ziehen läßt, so kann man die Unterstützung wegnehmen und es bleibt noch alles im Gleichgewicht.

20) Anmerkung. Eine gerade Linie ab Fig. 4. sey in zwey ungleiche Theile ad, db getheilet, jeder dieser Theile werde in e und f halbiret, so liegen die Puncte e und f von der Mitte c der ganzen Linie ab im umgekehrten Verhältniß der Theile db, ad ab. Denn es ist

$ac = cb = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} (ad + db) = \frac{1}{2} ad + \frac{1}{2} db.$
Nun ist $bf = \frac{1}{2} db$; folglich $cf = cb - bf = \frac{1}{2} ad + \frac{1}{2} db - \frac{1}{2} db = \frac{1}{2} ad$, ferner $ae = \frac{1}{2} ad$; folglich $ce = ac - ae = (\frac{1}{2} ad + \frac{1}{2} db) - \frac{1}{2} ad = \frac{1}{2} db$, also $ce : cf = \frac{1}{2} db : \frac{1}{2} ad = db : ad$.

21) Eine gerade unbiegsame Linie a b fig. 5. sey in allen ihren Theilen mit gleichen Gewichten beschweret, man lasse ihnen eben so viele gleich große Kräfte nach oben entgegenwirken, so wird alles im Gleichgewicht seyn, eben so als wenn auf die Linie a b gar keine Kräfte wirkten. Man theile die Linie a b bey d in zwey ungleiche Theile, so wird sich die Summe der Gewichte in d b, zur Summe der Gewichte in a d wie d b : a d verhalten. Man unterstütze a b in der Mitte c, halbire d b in f, a d in e, hänge in e und f die Gewichte P, Q, welche den Summen der Gewichte in d b, a d gleich sind, so bleibt noch alles im Gleichgewicht. Denn man denke sich die Unterstützung in c weg und dafür eine Kraft $S = P + Q$ gleich der Summe der Gewichte von a b aufwärts ziehend, so sind S mit den Gewichten an a b, P mit den aufwärts ziehenden Kräften an d b, Q mit den aufwärts ziehenden Kräften an a d im Gleichgewicht. Man denke sich die Summe der Gewichte und der aufwärts ziehenden Kräfte an a b weg, weil sie einander aufheben, so muß noch S mit P und Q im Gleichgewicht seyn. Statt S die feste Unterstützung in c ange-

bracht, so sind P und Q mit einander im Gleichgewicht. Es ist aber vermöge der Voraussetzung P : Q = d b : a d und vermöge (20) d b : a d = c e : c f folglich P : Q = c e : c f

Hieraus fließt der Satz: an einer geraden unbiegsamen Linie a b sind zwey auf die Linie senkrecht wirkende Kräfte P, Q mit einander im Gleichgewicht, wenn die Entfernungen der Kräfte von dem zwischen ihnen liegenden Unterstützungspunct c sich umgekehret wie die Kräfte verhalten.

22) Anmerkung. Die gerade unbiegsame Linie a b heißt ein mathematischer Hebel, und wenn die Unterstützung sich zwischen den Angriffspuncten der Kräfte P und Q befindet, ein doppelarmiger Hebel, oder ein Hebel der ersten Art; c e, c f sind die beyden Aerme des Hebels. Die Unterstützung c heißt auch Hypomochlion.

Der Satz (21) wird so ausgedruckt: am Hebel der ersten Art sind zwey senkrechte Kräfte P, Q mit einander im Gleichgewicht, wenn sie sich umgekehret wie die Aerme des Hebels verhalten, an denen sie wirken. Beyspiel: P = 5, Q = 3, c e = 5, c f = 3, so ist P mit Q im Gleichgewicht.

Ein Hebel der andern Art oder ein einarmiger Hebel fig. 6. ist ein solcher, wo sich die Unterstüzzung ausserhalb den Angriffspuncten der Kräfte befindet, und die Kräfte P, Q auf einer Seite der Unterlage nach entgegengesetzten Richtungen wirken.

23) Zwey senkrechte Kräfte P, Q Fig. 6. an dem Hebel der andern Art sind mit einander im Gleichgewicht, wenn sich die Kräfte umgekehret, wie die Entfernungen von dem Unterstützungspunct verhalten. Es sey c a : c b = Q : P.

Man verlängere den Hebel jenseits der Unterstüzzung nach d und mache c d = c a, hänge in d ein Gewicht P^I = P so ist P^I mit Q vermöge (21) im Gleichgewicht. An a lasse man ein Gewicht p = P unterwärts ziehen, so ist dasselbe mit P im Gleichgewicht. Folglich sind die vier Kräfte P^I, p, P, Q mit einander

im Gleichgewicht. Nun sind P^1 und p als gleiche Kräfte in gleichen Entfernungen von der Unterstützung mit einander im Gleichgewicht, folglich müssen auch die Kräfte P und Q mit einander im Gleichgewicht seyn, welches zu erweisen war. Beyspiel: Es sey $P = 3$, $ca = 1$, $Q = 1$, $cb = 3$, so halten beyde Kräfte einander im Gleichgewicht.

24) Aus (21) und (23) folgt, daß die Kräfte am Hebel mit einander im Gleichgewicht sind, wenn die Producte aus den Kräften in die zugehörigen Entfernungen vom Unterstützungspuncte, oder in die Hebelärme einander gleich sind. Aus (21) hat man

$$Q : P = cf : ce$$

Daher $P.cf = Q.ce$

aus (23)

$$Q : P = ca =: cb$$

oder $Q.cb = P.ca$

Man nennt die Producte aus den Kräften in die zugehörigen Hebelärme, die statischen Momente der Kräfte, und drückt den Lehrsatz vom Gleichgewicht am Hebel auch kurz so aus: die Kräfte am Hebel sind mit einander im Gleichgewicht, wenn ihre statischen Momente gleich sind.

25) Anmerkung. Man denke sich an einem mathematischen Hebel die Kräfte P, Q nicht als Gewichte an Fäden, sondern unmittelbar an den Puncten P und Q fig. 7. wirkend, und setze, der Hebel bewege sich, so legen die Kräfte P und Q in gleichen Zeiten die Kreisbögen PP^1, QQ^1, zurück, welche als Bögen von gleichen Winkeln sich wie ihre Halbmesser verhalten. Nun ist P mit Q im Gleichgewicht,

wenn $CP : CQ = Q : P$

und $CP : CQ = PP^1 : QQ^1$

daher $Q : P = PP^1 : QQ^1$

oder die Kräfte am Hebel verhalten sich für den Zustand des Gleichgewichts umgekehret, wie die Wege, welche sie bey erfolgter Bewegung in gleichen Zeiten zurücklegen. Diesen Satz stellte Cartes als einen allgemeinen Grundsatz der Mechanik auf.

26) Vermittelst des Hebels läßt sich, der Theorie gemäß, jede gegebene Last mit jeder gegebenen Kraft ins Gleichgewicht bringen, und durch eine kleine Vermehrung der Kraft bewegen. Schon Archimed sagte, er wolle die Erde in die Höhe heben, wenn man ihm einen festen Punct gäbe. Anwendungen des Hebels werden beym physikalischen Hebel mehrere angeführet. Hier einige Beyspiele zur Erläuterung der vorstehenden Theorie. Es sey eine Last = 1000 ℔ gegeben, welche durch eine Kraft von 10 ℔ am Hebel erhalten werden soll, das Verhältniß der Hebelärme zu finden? Man dividire die Last durch die Kraft, das ist, drücke das Verhältniß von beyden in den kleinsten Zahlen aus, und gebe den Hebelärmen das umgekehrte Verhältniß $\frac{1000}{10} = \frac{100}{1}$. Man gebe der Kraft die hundertfache Entfernung der Last. Wären das Verhältniß der Kräfte und ihre Angriffspuncte am Hebel gegeben, und man suchte den Ort der Unterstützung, so unterscheide man zwey Fälle.

1) Am Hebel der ersten Art ist die Entfernung der Angriffspuncte gleich der Summe der Hebelärme, man darf also nur diese Entfernung oder die Länge des Hebels nach dem umgekehrten Verhältniß der Kräfte vermittelst der Societätsrechnung eintheilen, um den Ort der Unterstützung zu finden.

Beyspiel. Ein Knabe und ein Mann sollen an einer Stange eine Last von 100 ℔ (das Gewicht der Stange bey Seite gesetzt) tragen. Der Knabe hat eine Kraft = 20 ℔, der Mann = 80 ℔, wo muß die Last hängen, wenn die Stange 10 Fuß lang ist, und beyde an den Enden anfassen? Die Last muß an dem Ort der Unterstützung hängen, wo der Hebel der ersten Art mit den Kräften 80, und 20 ℔ beschweret ruhen würde. Das Verhältniß 80 : 20 ist = 4 : 1 Man theile also die Stange nach dem Verhältniß 1 : 4 oder theile sie in 5 gleiche Theile, und gebe der Last von der größern Kraft 1 Theil, von der kleinern Kraft 4 Theile Entfernung. Man hänge also die Last 2 Fuß von dem Ende der Stan-

ge, wo der Mann, und 8 Fuß von dem Ende, wo der Knabe anfaßt. Allgemein heißen die Kräfte p, q, die Länge des Hebels = a; so hat man nach der Societätsrechnung

$$p + q : a = p : \text{Ges.} = \frac{p\ a}{p + q}$$

$$p + q : a = q : \text{Ges.} = \frac{q\ a}{p + q}$$

der erste Ausdruck giebt die Entfernung der Unterstützung von q, der andere von p

2) Am Hebel der andern Art ist die Entfernung a b der Angriffspuncte der Kräfte P, Q fig. 6. dem Unterschied der Hebelärme c b, c a gleich. Man sage, der Unterschied der Kräfte zur gegebenen Entfernung a b sey wie die eine Kraft Q zur Entfernung der Unterstützung c a von der andern Kraft P.

Denn aus der Proportion

$$c\,b : c\,a = P : Q$$

folgt nach Arithm. (101)

$$c\,b - c\,a : P - Q = c\,b : P = c\,a : Q$$

$$a\,b : P - Q = c\,b : P = c\,a : Q$$

Vom Winkelhebel und der Zusammensetzung der Kräfte.

27) Ein fester Winkel (Winkelhebel) b c a, fig. 8. sey um seinen Scheitelpunct c beweglich, an seinen Schenkeln wirken die Kräfte P, Q senkrecht, man sucht das Verhältniß der Kräfte für den Zustand des Gleichgewichts. Man beschreibe mit den Schenkeln des Winkels aus seinem Scheitel Kreise, und denke sich die Kräfte P und Q an den Umfängen dieser Kreise wirkend. In d wirke eine Kraft p = P der P entgegen, und in e eine Kraft q = Q der Q entgegen, so ist nach (17) alles im Gleichgewicht. Sollen p und q für sich mit einander im Gleichgewicht seyn, so muß

$$p : q = c\,e : c\,d \text{ seyn,}$$

26) Vermittelst des Hebels läßt sich, der Theorie gemäß, jede gegebene Last mit jeder gegebenen Kraft ins Gleichgewicht bringen, und durch eine kleine Vermehrung der Kraft bewegen. Schon Archimed sagte, er wolle die Erde in die Höhe heben, wenn man ihm einen festen Punct gäbe. Anwendungen des Hebels werden beym physikalischen Hebel mehrere angeführet. Hier einige Beyspiele zur Erläuterung der vorstehenden Theorie. Es sey eine Last = 1000 ℔ gegeben, welche durch eine Kraft von 10 ℔ am Hebel erhalten werden soll, das Verhältniß der Hebelärme zu finden? Man dividire die Last durch die Kraft, das ist, drücke das Verhältniß von beyden in den kleinsten Zahlen aus, und gebe den Hebelärmen das umgekehrte Verhältniß $\frac{1000}{10} = \frac{100}{1}$. Man gebe der Kraft die hundertfache Entfernung der Last. Wären das Verhältniß der Kräfte und ihre Angriffspuncte am Hebel gegeben, und man suchte den Ort der Unterstützung, so unterscheide man zwey Fälle.

1) Am Hebel der ersten Art ist die Entfernung der Angriffspuncte gleich der Summe der Hebelärme, man darf also nur diese Entfernung oder die Länge des Hebels nach dem umgekehrten Verhältniß der Kräfte vermittelst der Societätsrechnung eintheilen, um den Ort der Unterstützung zu finden.

Beyspiel. Ein Knabe und ein Mann sollen an einer Stange eine Last von 100 ℔ (das Gewicht der Stange bey Seite gesetzt) tragen. Der Knabe hat eine Kraft = 20 ℔, der Mann = 80 ℔, wo muß die Last hängen, wenn die Stange 10 Fuß lang ist, und beyde an den Enden anfassen? Die Last muß an dem Ort der Unterstützung hängen, wo der Hebel der ersten Art mit den Kräften 80, und 20 ℔ beschweret ruhen würde. Das Verhältniß 80 : 20 ist = 4 : 1 Man theile also die Stange nach dem Verhältniß 1 : 4 oder theile sie in 5 gleiche Theile, und gebe der Last von der größern Kraft 1 Theil, von der kleinern Kraft 4 Theile Entfernung. Man hänge also die Last 2 Fuß von dem Ende der Stan-

ge, wo der Mann, und 8 Fuß von dem Ende, wo der Knabe anfaßt. Allgemein heißen die Kräfte p, q, die Länge des Hebels = a; so hat man nach der Societätsrechnung

$$p + q : a = p : Ges. = \frac{p\ a}{p + q}$$

$$p + q : a = q : Ges. = \frac{q\ a}{p + q}$$

der erste Ausdruck giebt die Entfernung der Unterstützung von q, der andere von p

2) Am Hebel der andern Art ist die Entfernung a b der Angriffspuncte der Kräfte P, Q fig. 6. dem Unterschied der Hebelärme c b, c a gleich. Man sage, der Unterschied der Kräfte zur gegebenen Entfernung a b sey wie die eine Kraft Q zur Entfernung der Unterstützung c a von der andern Kraft P.

Denn aus der Proportion

$$c\,b : c\,a = P : Q$$

folgt nach Arithm. (101)

$$c\,b - c\,a : P - Q = c\,b : P = c\,a : Q$$

$$a\,b : P - Q = c\,b : P = c\,a : Q$$

Vom Winkelhebel und der Zusammensetzung der Kräfte.

27) Ein fester Winkel (Winkelhebel) b c a, fig. 8. sey um seinen Scheitelpunct c beweglich, an seinen Schenkeln wirken die Kräfte P, Q senkrecht, man sucht das Verhältniß der Kräfte für den Zustand des Gleichgewichts. Man beschreibe mit den Schenkeln des Winkels aus seinem Scheitel Kreise, und denke sich die Kräfte P und Q an den Umfängen dieser Kreise wirkend. In d wirke eine Kraft p = P der P entgegen, und in e eine Kraft q = Q der Q entgegen, so ist nach (17) alles im Gleichgewicht. Sollen p und q für sich mit einander im Gleichgewicht seyn, so muß

$$p : q = c\,e : c\,d$$ seyn,

in diesem Fall sind auch P und Q für sich im Gleichgewicht, weil alle vier Kräfte im Gleichgewicht sind. Nun ist aber P = p und Q = q
folglich

P : Q = c e : c d = c a : c b

Bey dem Winkelhebel, an dessen Aermen c a, c b die Kräfte senkrecht wirken, findet dasselbe Gesetz des Gleichgewichts, wie bey dem geradlinigten Hebel, Statt. Die Kräfte verhalten sich umgekehret, wie die Aerme des Hebels.

28) Auf einen Winkelhebel a c b fig. 9. wirken zwey Kräfte P, Q unter schiefen Winkeln, jedoch so, daß ihre Richtungslinien in der Ebene a c b liegen, man sucht das Verhältniß P : Q für das Gleichgewicht. Es ist ganz einerley für die Umdrehung der Ebene a c b in welchen Puncten der Richtungslinien d a, d b man die Kräfte P Q wirken lässet. Man fälle von dem Drehungspunct c die Perpendikel c e, c f auf die Richtungen der Kräfte P und Q, und denke sich die Kräfte in den Puncten e und f wirkend, so entsteht in der festen Ebene d P Q ein anderer Winkelhebel e c f, auf welchen die Kräfte P, Q senkrecht wirken und mit einander im Gleichgewicht sind, wenn sie sich = c f : c e verhalten (27). Folglich sind auch P, Q an dem Winkelhebel a c b im Gleichgewicht, wenn sie sich umgekehret, wie die Perpendikel vom Drehungspunct auf die Richtung der Kräfte verhalten.

29) Man lasse die Kräfte P, Q von dem gemeinschaftlichen Durchschnitt ihrer Richtungslinien d aus wirken, so wird noch ein Gleichgewicht zwischen ihnen Statt finden, wenn sie sich gegen einander umgekehrt wie die Perpendikel c f : c e verhalten. Es sey c g parallel mit d b und c h parallel mit d a, so entsteht das Parallelogramm c g d h. Die von dem Punct d aus wirkenden Kräfte Q, P sind mit einander im Gleichgewicht, wenn sie sich wie die Seiten des Parallelo-

gramms d h : d g verhalten, welche ihre Richtung angeben. Denn da die rechtwinklichten Dreyecke c g a, c h f wegen der gleichen Winkel g und h ähnlich sind, so hat man

c h : c g = c f : c e
c f : c e = P : Q ,

folglich P : Q = c h : c g = d g : d h.

Aus der vereinten Wirkung der Kräfte P und Q, welche nur in Hinsicht ihres Bestrebens die Ebene um c zu drehen einander entgegengesetzt sind, entsteht ein Druck auf die Unterstützung in c nach der Richtung d c. Man nennt diesen Druck nach der Diagonale auch die mittlere Kraft, so wie die Kräfte P und Q die Seitenkräfte.

30) Wenn a b, a c die Größe und Richtung zweyer Seitenkräfte fig. 10. vorstellen, so drückt a d, als die Diagonale des Parallelogramms aus den Richtungen der Seitenkräfte, die Größe und Richtung der mittlern Kraft aus. Denn man fälle von b und c auf a d die Perpendikel b h, c g und beschreibe die Rechtecke c g a f, h b e a, so kann man sich a b aus den Kräften a e und a h, a c aus den Kräften a f und a g zusammengesetzt vorstellen (29). Nun fallen a h, a g beyde auf a d und treiben den Punct a gemeinschaftlich nach der Richtung a d; die Kräfte a f, a e sind entgegengesetzt und heben sich auf. Denn hüben sie sich nicht auf, so würde nach der Seite der größern ein Zug erfolgen, aus diesen und der Kraft nach a d würde eine mittlere entstehen, welche nicht auf a d fiele, wider die Voraussetzung, nach welcher die gesammte Wirkung der Kräfte an a eine mittlere Richtung nach a d hervorbringen sollen.

Sind aber a f, a e gleich, so sind auch a h, d g gleich. Denn es ist das Dreyeck a h b = c g d folglich a h = d g. Daher a h + a g = d g + a g = a d. Aus dieser Betrachtung erhellet zugleich, warum die

mittlere Kraft ad stets kleiner ist, als die Summe der beyden Seitenkräfte ab + ac. Es heben sich von diesen zwey Theilen ae, af auf, und nur die übrigen ah, ag wirken nach ad. Je stumpfer der Winkel cab ist fig. 11., welchen die beyden Seitenkräfte mit einander machen, desto kleiner wird die mittlere Kraft, also desto größer der Theil der Seitenkräfte, welcher sich aufhebt.

31) Anmerkung. In jedem Dreyeck verhalten sich die Seiten wie die Sinus der gegenüberstehenden Winkel; daher ab : db = sin adb : sin dab fig. 10. aber sin adb = sin cad folglich
ab : db = sin cad : sin dab und db : ad = sin dab : sin abd, sin abd = sin cab, weil cab + abd = 180° folglich db : ad = sin dab : sin cab. Dieses dienet eine Seitenkraft aus der andern, oder die mittlere Kraft aus den Seitenkräften zu berechnen, wenn die Winkel cad, dab, cab gegeben sind. Wäre blos cab und die Seitenkräfte ca, ab gegeben, man suchte die mittlere Kraft, so bedenke man, daß < abd = 180° — cab gegeben ist, folglich hat man im Dreyeck abd zwey Seiten und den eingeschlossenen Winkel gegeben, woraus die gegenüberstehende Seite ad gefunden werden kann. (Trigon. 27. Buchstabenrechn. 52.) Will man nicht rechnen, so beschreibe man mittelst eines verjüngten Maaßstabes aus den Seiten ac, ab und dem Winkel cab das Parallelogramm cabd und messe ad. Sollten umgekehret aus der mittlern Kraft ad die Seitenkräfte ac, ab gefunden werden, so beschreibe man aus ad und den gegebenen Winkeln cad, dab das Parallelogramm, woraus sich die Seitenkräfte ac, ab bestimmen.

Wäre blos die mittlere Kraft ad und keiner der Winkel gegeben, so ist die Aufgabe unbestimmt, indem sich ad auf unzählige Weise in andere und andere Seitenkräfte zerlegen lässet, wie aus dem Beyspiel fig. 11*. erhellet.

32) Anmerkung. Nicht blos Kräfte, sondern auch die Bewegungen, als die von den Kräften in gleichen Zeiten hervorgebrachten Wirkungen, können nach dem (30) angegebenen Gesetz zusammengesetzt werden. Es werde z. B. der Punct a fig. 11. von zweyen Kräften zugleich getrieben, daß er vermöge der einen Kraft den Weg a b, und vermöge der andern den Weg ac in derselben Zeit zu-

rücklegen würde, so beschreibt er vermöge beyder Kräfte zugleich den mittlern Weg ad in der nämlichen Zeit. Die Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte kommt in der Statik und Mechanik unzählig oft vor. Hier nur einiges, als Beyspiele: a c b fig. 12. sey ein Faden, in dessen Mitte ein Gewicht c hänge, in a und b zwey Kräfte, welche den Faden nach der Richtung a c b zu spannen suchen. Es wird ein Gleichgewicht zwischen den drey Kräften a, c, b Statt finden, wenn sich die drey Kräfte gegen einander verhalten wie die Linien a c, 2 d c, c b. Denn jede der Kräfte a, b läßt sich in zwey nach c e, c d, und c d, c f zerlegen; c e und c f sind gleiche entgegengesetzte Kräfte, welche sich aufheben, folglich wirken blos die Kräfte nach d c der c entgegen, und sind ihr für den Zustand des Gleichgewichts gleich. Diesen Satz kann man auch so ausdrücken $\frac{1}{2}$ c : b = d c : c b. Hieraus erhellet, daß die Kräfte a und b desto größer gegen die Kraft c seyn müssen, je kleiner bey gleicher Weite a b die Linie d c ist, oder je stumpfer der Winkel a c b ist. Sollte sich a c b in die gerade Linie a d b verwandeln, so müßten die Kräfte a und b gegen c unendlich groß seyn, d. i. es ist keine Kraft in der Welt im Stande, einen Faden völlig zu spannen, wenn auch nur das kleinste Gewicht in seiner Mitte hängt. Verhält sich d c : c b = 1 : 10, so sind in a und b 5 ℔ zusammen 10 ℔ Kraft nöthig, um 1 ℔ in c zu erhalten. Man denke sich die Figur umgewendet, unter c a, c b feste gerade Linien, und unter c eine nach unten drückende Kraft unter a, b zwey widerstehende Kräfte nach den Richtungen a c, b c so bleibt der Zustand des Gleichgewichts wie vorher. Hieraus erhellet, daß Dächer, Brücken und dergl. bey gleichem Gewicht eine desto größere Kraft gegen die sie seitwärtshaltende Unterstützung ausüben, je kleiner die Höhe d c gegen die Weite a b ist.

Eine Kette a h f e c b fig. 13, welche aus lauter gleich großen und schweren Gliedern a h, h g, g f, und so weiter besteht, werde an ihren beyden Enden a, b horizontal befestiget, übrigens sich selbst überlassen, so werden ihre Glieder vermöge ihres Gewichtes eine krumme Linie bilden, welche unter dem Namen der Kettenlinie bekannt ist. Dieses erhellet folgendermaßen: Das Gewicht eines Gliedes d c werde durch die lothrechte Linie i l vorgestellet. Man zerlege diese Kraft in zwey Theile i k i d. Der eine Theil i d bestrebt sich, das vorher-

gehende Glied bc von der lothrechten Lage einwärts zu lenken, und kommt eben dadurch mit diesem Gliede ins Gleichgewicht. Der andere Theil ik bemüht sich, das Glied dc auswärts zu bringen, dieses kann aber nicht geschehen, ohne das folgende Glied de nachzuziehen, daher wirkt ihm die Kraft me entgegen, welche aus der Zerlegung von mo in die Kräfte me, mn entstanden ist. Hieraus erhellet, daß sich die Stellung der Glieder cd, de so lange wechselseitig ändern wird, bis sich die entgegengesetzten Kräfte me, ik einander das Gleichgewicht halten.

In der untersten Stelle der Kettenlinie muß sich ein wagrechtes Glied fe befinden, weil dieses auf beyden Seiten von zwey entgegengesetzten und gleichen Kräften mn, pr getrieben wird, und daher keiner nachgeben kann. Die ausführliche Betrachtung der Kettenlinie gehöret in die höhere Geometrie. Bey gleicher Weite ab wird die Höhe CS desto größer, je länger die Kette ist.

Man denke sich die Figur umgewendet, in a und b feste Unterstützungen, und unter ah, hg, gf, fe und s. w. feste schwere Körper, jeden für sich beweglich, so werden alle diese Körper einander im Gleichgewicht erhalten, wenn sie nach der Krümmung der Kettenlinie gestellt werden, und die Unterstützungen in a und b nicht weichen. Hieraus fließt, daß die Kettenlinie die vortheilhafteste Krümmung sey, welche man Gewölben in Hinsicht des Gleichgewichts der Gewölbsteine unter einander geben könne, und zeigt also den Nutzen dieser Betrachtung für die Baukunst.

33) Das Verhältniß des Gleichgewichts für die Kräfte P, Q fig. 14. zu bestimmen, welche unter schiefen Richtungen an dem Hebel wirken. Man zerlege die Kräfte Q und P in zwey Theile ae, af; bd, bg, wovon bg, af senkrecht auf den Hebel wirken, ae, bd in die Richtung des Hebels fallen. Die letztgenannten Kräfte drehen den Hebel nicht, sondern wirken blos auf die Unterstützung c nach der Richtung ad. Man kann annehmen, sie seyen nicht da, wenn die Unterstützung nicht weichen kann. Die Kräfte af, bg verhalten sich für den Zustand des Gleichgewichts = cb : ca.

Man

Man fälle von dem Unterstützungspuncte c auf die Richtungen der Kräfte P, Q die Perpendikel cQ, cp, so sind die rechtwinklichten Dreyecke caQ, aQf und cbp, bPg ähnlich. Hieraus folgt

$$ca : cQ = aQ : af \quad \text{oder}$$
$$ca : cQ = Q : af$$
$$af = \frac{cQ \cdot Q}{ca}$$

$$bc : pc = bP : bg \quad \text{oder}$$
$$bc : pc = P : bg$$
$$bg = \frac{pc \cdot P}{bc}$$

Vermöge des Gleichgewichts

$$af : bg = cb : ca$$

folglich

$$\frac{cQ \cdot Q}{ca} : \frac{pc \cdot P}{bc} = cb : ca$$

also

$$\frac{cQ \cdot Q}{ca} \cdot ca = \frac{pc \cdot P}{bc} \cdot bc$$
$$cQ \cdot Q = pc \cdot P$$
$$Q : P = pc : cQ$$

Das heißt, Kräfte, welche unter schiefen Winkeln auf den Hebel wirken, verhalten sich für den Zustand des Gleichgewichts umgekehret wie die Perpendikel von dem Unterstützungspunct auf die Directionslinien der Kräfte. Die Perpendikel sind hier die Hebelärme. Sind die schiefen Winkel bey a und b gleich, oder die Directionslinien der Kräfte parallel, so ist Dreyeck bcp ähnlich acQ und pc: cQ = bc : ca; daher auch P : Q = ca : cb, oder für parallele Kräfte am Hebel gilt dasselbe Gesetz, wie für senkrechte.

Vom Schwerpunct.

34) Der Punct c fig. 5. worin ein Hebel a b unterstützt werden muß, damit alle an ihm wirkenden Kräfte im Gleichgewicht sind, heißt der Schwerpunct des Hebels. Man kann sich darin alle zerstreut wirkenden Kräfte vereinigt denken, und das Moment des Schwerpunctes ist eben so groß als die Summe der Momente der einzelnen Kräfte, wenn die Unterstützung sich ausserhalb dem Schwerpunct befindet. Es sey z. B. der Hebel a b fig. 5. in a unterstützt, die an demselben wirkenden Kräfte Q, P; man sucht das Moment ihres Schwerpunctes in c. Die Momente der einzelnen Kräfte sind $Q \cdot ae$, $P \cdot af$; daß diese gleich $ac\,(P+Q)$ sind, erhellet also. Vermöge des Gleichgewichtes der Kräfte P, Q für die Unterstützung in c hat man

$$P \cdot cf = Q \cdot ce$$

$$ae = ac - ce$$

$$af = ac + cf$$

daher

$$P \cdot af = P \cdot ac + P \cdot cf$$

$$Q \cdot ae = Q \cdot ac - Q \cdot ce$$

$P \cdot af + Q \cdot ae = P \cdot ac + Q \cdot ac = (P+Q)\,ac$ weil $+P \cdot cf$ und $-Q \cdot ce$ als gleiche und entgegengesetzte Größen sich aufheben.

Man findet die Entfernung des Schwerpunctes vom Unterstützungspunct, wenn man die Summe der Momente der einzelnen Kräfte, durch die Summe der Kräfte dividiret.

Beyspiel. $ae = 3$ $Q = 3$ $af = 11$ $P = 5$

giebt $ac = \frac{3 \cdot 3 + 5 \cdot 11}{3 + 5} = \frac{64}{8} = 8$

35) Anmerkung. Es erhellet von selbst, daß, wenn Kräfte jenseits des Unterstützungspunctes a, oder den Kräften P, Q entgegengesetzte diesseits sich befinden, welche den Hebel a b aufwärts drehen, die Momente dieser Kräfte von den Momenten P, Q abgezogen wer-

den müssen, um das Moment des Schwerpunctes zu finden.

36) Man denke sich statt des mathematischen Hebels a b fig. 5. welcher in allen seinen Theilen mit gleichen Gewichten beschweret ist, eine prismatische oder cylindrische Stange von gleicher Dicke, der Länge nach in unzählig viele kleine gleiche Theile getheilet; so drükken die Gewichte der einzelnen Theile die Gewichte an der Linie a b aus, und es werden auf die schwere Stange (den physikalischen Hebel) alle Schlüsse angewendet werden können, welche von der in allen ihren Theilen mit gleichen Gewichten beschwerten mathematischen Linie galten. Das heißt, die schwere Stange hat in c einen Schwerpunct, worin man sich ihr ganzes Gewicht vereinigt vorstellen kann, und wo sie unterstützt ruht. Nicht blos physische Linien, sondern auch Flächen und Körper haben einen Schwerpunct, in welchem man sich ihr ganzes Gewicht vereinigt vorstellen kann, und wo sie unterstützt ruhen. Denn man kann jeden Körper als aus einer Menge schwerer physischer Puncte zusammengesetzt ansehen. Zwischen je zwey dieser Puncte denke man sich eine gerade Linie und suche ihren Schwerpunct; zwischen je zwey nächsten Schwerpuncten giebt es wieder einen dritten gemeinschaftlichen Schwerpunct, und so fort erhellet, daß es zwischen allen Puncten in einem Körper, seyen es ihrer auch noch so viele, einen gemeinschaftlichen Schwerpunct geben müsse.

37) Anmerkung. Die allgemeine Aufgabe von jedem Körper oder jeder Fläche, den Schwerpunct zu finden, gehöret in die höhere Mathematik. Denn es kommt hier darauf an, den Körper oder die Fläche in unzählig viele kleine Theile zu theilen, so daß man jeden Theil als einen schweren Punct ansehen kann, die Summe der Momente der unzählig vielen Theile zu finden, und sie dem Moment des Schwerpunctes gleich zu setzen, welches durch das Gewicht des Körpers dividiret die Entfernung des Schwerpunctes von dem Unter-

stützungspunct giebt. Hier können wir uns um so mehr mit der Auflösung einiger Fälle begnügen, da selbst die Kunstgriffe der höhern Rechenkunst bis jetzt nicht hinreichen, den Schwerpunct bey ganz irregulären Körpern theoretisch mit geometrischer Schärfe zu bestimmen. (Eine sehr nette Methode, den Schwerpunct eines jeden Körpers durch eine Annäherung zur geometrischen Schärfe, die man leicht so weit treiben kann, als es die Ausübung erfordert, zu finden, enthält: Pronys neue Architectura Hydraulica; 1 Thl. S. 103. Ein vortreffliches Werk, welches aber Kenntniß der höhern Mathematik voraussetzt.)

Desto leichter geschieht dieß durch die Erfahrung, wenn man einen Körper in mehreren Lagen (wenigstens in drey) so unterstützt, daß er ruht, und sich Lothe durch die Unterstützungspuncte zieht; wo sich diese Lothe einander schneiden, ist der Schwerpunct des Körpers. Man bemerke sich hierbey folgende allgemeine Regeln. Wenn die schwere Masse durch den Körper gleichförmig vertheilet ist, so fällt der Schwerpunct mit dem Mittelpunct der Größe zusammen; wenn die Masse ungleichförmig vertheilet ist, so fällt der Schwerpunct dahin, wo sich die meiste Masse befindet.

38) Den Schwerpunct eines in allen seinen Theilen mit gleichen Gewichten belasteten Dreyecks a b c fig. 15. zu finden.

Man halbire zwey seiner Seiten in d, e und ziehe von den gegenüberstehenden Winkeln die Linien c d, a e nach den Halbirungspuncten; wo sich diese Linien in f schneiden, da ist der Schwerpunct des Dreyeckes. Denn jede der Linien a e, c d theilet das Dreyeck in zwey gleich große und gleich schwere Theile. Folglich muß sich der Schwerpunct des Dreyeckes in jeder dieser Linien, d. i. in ihrem Durchschnittspuncte, befinden. Man nennt solche Linien, worin sich der Schwerpunct einer Fläche oder eines Körpers befindet, Linien der Schwere. Der Schwerpunct f liegt $\frac{2}{3}$ c d von c und $\frac{1}{3}$ c d von d entfernt. Denn man ziehe mit c a die Parallele d e, so sind die Dreyecke c a f, f e d ähnlich und man hat

$$ac : ed = cf : fd$$

aber $ed = \frac{1}{2} ac$ folglich $fd = \frac{1}{2} cf$ daher $cf = \frac{2}{3} cd$, $fd = \frac{1}{3} cd$

Der Schwerpunct eines Parallelogramms a b c d fig. 16. liegt da, wo sich seine Diagonalen in e schneiden, der eines Parallelopipedums in der Mitte der geraden Linie, welche die Schwerpuncte zweyer gegen einander überstehenden Seiten oder Grundflächen verbindet. Der Schwerpunct eines Kreises und einer Kugel befindet sich in ihren Mittelpuncten. Den Schwerpunct einer jeden geradlinigten ebenen Figur findet man, wenn man sie in Dreyecke zerlegt, die Schwerpuncte der einzelnen Dreyecke durch gerade Linien verbindet und ihren gemeinschaftlichen Schwerpunct sucht, indem man die in den einzelnen Dreyecken wirkenden Gewichte den Größen der Dreyecke proportional setzt. Den Schwerpunct einer Pyramide oder eines Kegels zu erhalten, ziehe man von der Spitze nach dem Schwerpunct der Grundfläche eine gerade Linie, theile sie in vier gleiche Theile, und nehme drey von der Spitze an gerechnet.

38) Anmerkung. Auf die Lage des Schwerpunctes gegen die Unterstützung kommt es bey dem mehr und minder festen Stand der Körper an, auch hängen davon die Bewegungen der Menschen und Thiere beym Gehen und Laufen, so wie viele andere Erscheinungen, ab. Ein Körper steht fest, so lange das Loth, welches man von seinem Schwerpunct herab fällt, innerhalb der Unterstützung trifft, und desto fester je größer die unterstützende Fläche, und je weniger der Schwerpunct über derselben erhaben ist.

Daher steht derselbe Körper auf der breiten Grundfläche fester, als auf der schmalen. a b c d fig. 16. sey der senkrechte Durchschnitt eines Parallelopipedums durch seinen Schwerpunct e, es stehe der Körper zuerst auf der schmalen Seite a b, eine Kraft in c wirke horizontal ihn umzuwerfen, so verhält sich die Kraft zu dem Gewicht des Körpers wie f b : c b, welches hier die Hebelärme sind, und sobald der Körper um den Winkel

dbc = feb gedrehet ist, so schlägt er bey dem mindesten Stoß von selbst um. Liegt hingegen der Körper auf der breiten Seite bc, so wirkt das Gewicht an dem längern Hebelarme fc, und die Kraft bey d an dem kürzern dc. Auch muß hier der Körper um einen viel größern Winkel ecd herumgedreht werden, ehe er umschlagen kann. Hierauf gründet sich die in der Baukunst unter dem Namen des Mauerrechts bekannte Regel, daß man hohen Mauern bey jeder Etage von oben nach unten zu etwas an der Dicke zusetzt, oder sie wohl noch mit Strebepfeilern versieht, nicht nur um ihre Grundfläche zu vergrößern, sondern auch den Schwerpunct tiefer zu bringen. Die sicherste Art der Unterstützung ist das Aufhängen, wobey der Schwerpunct tiefer als der Unterstützungspunct liegt: denn wenn hier der Schwerpunct auch ausserhalb des Lothes vom Unterstützungspunct gebracht wird, so fällt er von selbst wieder in dieses Loth zurück. Bey dem Menschen fällt der Schwerpunct oben zwischen die Beine, er muß daher den Körper, indem er den einen Fuß aufhebt, um einen Schritt zu thun, auf die andere Seite, und alsbald etwas vorwärts lenken; durch jenes bringt er den Schwerpunct über den noch stehenden Fuß, und durch dieses über den vorgesetzten Fuß, wodurch er zuerst die Kraft erhält, sich auf den vordern Fuß zu stützen, und den hintern Fuß nachzuholen. Unser Gehen ist ein beständiges Fallen.

Bey den vierfüßigen Thieren fällt das Loth von ihrem Schwerpunct innerhalb des Rechteckes, welches ihre vier Füße bilden; während dem Gehen und Laufen, müssen sie eben so wie der Mensch ihren Schwerpunct bald auf die eine, bald auf die andere Seite und zugleich vorwärts bringen.

Die Vögel haben von Natur einen solchen Körperbau erhalten, welcher der Art, wie sie leben, und sich in der Luft fortbewegen, am angemessensten ist. Ihr Schwerpunct fällt in die Gegend der Brust zwischen die Stellen, wo die bewegenden Muskeln der Flügel liegen. Hierdurch werden sie in den Stand gesetzt, durch den kleinsten Schwung der ausgebreiteten Flügel ihrem Körper eine augenblicklich schnelle Wendung zu geben. Bey einigen Vögeln fällt der Schwerpunct weiter vorwärts nach dem Kopf. Diese haben einen unbehülflichen Flug, und fallen leicht beym Herunterfliegen mit der Brust

auf die Erde. Der größte Theil des Hausgeflügels gehöret unter diese Klasse. Die Kunst der Balanceure besteht darin, den Schwerpunct eines Körpers über einen einzigen unterstützenden Punct zu erhalten. Dieses geht bey einem Körper von großem Gewicht besser von statten, als bey einem leichtern Körper, weil man bey jenem jede kleine Abweichung des Schwerpunctes vom Unterstützungspuncte leichter empfindet, als bey diesem. Die schweren Balancierstangen, welcher sich diese Leute bedienen, geben ausser der Vermehrung des Gewichtes noch den Vortheil, den Schwerpunct durch Wendungen derselben bald auf die eine, bald auf die andere Seite zu bringen.

Anwendung des Hebels.

39) Die Hebestange, das Hebezeug ist eine Anwendung des physikalischen Hebels, um mit einer geringen Kraft große Lasten zu erhalten, oder zu wältigen. Man braucht diese Maschine bald als Hebel der ersten Art fig. 17. bald als Hebel der andern Art fig. 17*.

In jenem Fall kommt das Gewicht des Hebels P in seinem Schwerpunct der Kraft v zu Hülfe, und man hat für den Zustand des Gleichgewichts cb.P + cd.v = ca.Q; in diesem Fall wirkt das Gewicht des Hebels der Kraft v entgegen, und man hat caQ + cb.P = cd.v oder cd.v — cb.P = ca.Q, das ist, ein Theil der Kraft v wird auf die Erhaltung des Gewichtes vom Hebel verwendet.

Da sich der Weg der Kraft zum Weg der Last umgekehret wie die Last zur Kraft verhält, so kann eine große Last vermittelst des einfachen Hebezeugs nur um eine kleine Entfernung fortgebracht werden, indeß die Kraft schon einen beträchtlichen Weg zurückgelegt hat; die Heblade dienet, durch Veränderung der Unterstützung des Hebels die Last weiter fortzuschaffen.

Fig. 18. wird das Wesentliche derselben zu erläutern hinreichend seyn. Zwey starke Backen von Eichenholz a b c d sind in paralleler Lage so mit einander verbunden, daß sie zwischen sich einen leeren Raum für

die Bewegung des Hebebaums lassen. Die beyden Backen der Heblade sind in e, e′ e″ e‴ senkrecht durchbohret, um starke eiserne Bolzen durch die Oeffnungen stecken zu können, worauf der Hebebaum ruht. Um eine Last Q zu heben, bringe man zuerst einen Zapfen in eins der untern Löcher e, drücke den Hebebaum in die Lage h i und schlage einen Zapfen durch e′, hierauf bringe man den Hebebaum in die Lage e′ e″ und drücke ihn in die Lage e″ e‴, indem man zuvor einen Zapfen durch e″ geschlagen hat u. s. w. Andere Einrichtungen dieses äusserst nützlichen und einfachen Werkzeuges, wobey das wechselsweise Ausziehen und Einschlagen der Zapfen vermieden wird, sehe man bey Schriftstellern der practischen Mechanik z. B. Leupold theatrum machinarum nach.

40) Wenn man mehrere Hebebäume so mit einander verbindet, daß der Angriffspunct der Last des einen als Kraft am andern wirkt, so entsteht daraus der gebrochene oder zusammengesetzte Hebel. Fig. 19. stellt einen dreyfachen Hebel dieser Art vor. Wenn die Verhältnisse der Hebelärme eines jeden Theiles = 1 : 4 wären, so hätte man das Verhältniß von Kraft zu Last oder

$$P : Q = \begin{cases} 1 : 4 = 1^3 : 4^3 = 1 : 64 \\ 1 : 4 \\ 1 : 4 \end{cases}$$

Die dreyfache Länge des einfachen Hebels gäbe das Verhältniß von Kraft zu Last nur wie 1 : 12

Die Wage.

41) Die Wage ist nächst der Hebstange die einfachste Anwendung des physikalischen Hebels. Sie ist entweder gleicharmig wie die gemeine Wage, oder ungleicharmig, wie die Schnellwage.

Die Haupterfordernisse einer guten gleicharmigen Wage sind folgende: Die Wage muß durch ihr Gleich-

gewicht gleiche Gewichte auf den beyden Schaalen angeben, und bey einem kleinen Uebergewichte nach der Seite des größern Gewichtes ausschlagen, jedoch so, daß sie nach gehobener Ungleichheit der Gewichte wieder in den Zustand des Gleichgewichts zurückkehret. Die zuletzt erwähnten Eigenschaften einer guten Wage begreift man zusammen unter dem Namen der Empfindlichkeit. Fig. 20. mag dazu dienen, die Einrichtung einer guten Wage zu erläutern. Die beyden Aerme des Wagebalkens, das ist, die geraden Linien c e, c f von dem Unterstützungspuncte des Wagebalkens zu den Aufhängepuncten der Schaalen müssen vollkommen gleich groß, und der Schwerpunct a des Wagebalkens in eine lothrechte Linie c a unter die Unterstützung c fallen, damit die Wage für gleiche Gewichte in horizontalem Stande ruhe. Ferner muß der Unterstützungspunct des Wagebalkens etwas über die Linie f e der Aufhängepuncte der Schaalen, und der Schwerpunct a des Wagebalkens darunter fallen, damit bey ungleichen Gewichten p und q die Wage sich zwar nach der Seite des schwerern hinneige, jedoch bey einem bestimmten Ausschlag a c b zur Ruhe komme. Dieß wird fig. 20*. näher erläutern: P bedeutet den Schwerpunct des Wagebalkens für den Stand des Gleichgewichts, P^I für einen Ausschlag auf die Seite des schwerern Gewichtes. Die Kräfte, welche in diesem Fall die Wage nach entgegengesetzten Seiten zu bewegen streben, sind die Gewichte p^I, q^I, und das Gewicht des Wagebalkens P' im Schwerpunct desselben. Man fälle von dem Unterstützungspunct c auf die Directionslinien der Kräfte die Perpendikel c b, c a, c d, so erhält man die Hebelärme, woran die Kräfte wirken, und die Momente für den Zustand des Gleichgewichts sind $p^I . ca = P^I . cd + q^I cb$. Je größer der Ausschlag der Wage wird, desto kleiner wird c a, gegen c b, und desto größer c d. Folglich stellt ein vermehrter Ausschlag bey dieser Einrichtung der Wage das durch die

Ungleichheit der Gewichte p^I q^I gestörte Gleichgewicht wieder her. Wenn der Schwerpunct des Wagebalkens P näher zum Unterstützungspunct in c nach x rückt, so muß der Wagebalken für einerley Moment des Schwerpunctes $= cd . P^I$ einen größern Ausschlag xcy erhalten. Werden die Entfernungen der Aufhängepuncte der Schaalen vom Unterstützungspuncte ce, cf größer, so wachsen dadurch die Momente der Kräfte p, q, oder die in den Schaalen befindlichen Gewichte äussern eine größere Kraft, die Wage zu drehen. Beyde Dinge, die Annäherung des Schwerpunctes zum Unterstützungspuncte des Wagebalkens, und die Verlängerung der Aerme desselben vermehren die Empfindlichkeit der Wage. Der Gebrauch einer Wage muß den Grad der Empfindlichkeit bestimmen. Die empfindlichste unter allen ist die physikalische Wage, bey ihr liegen die Puncte c und P so nahe bey einander, daß jener über, dieser gleich unter der Linie ef sich befindet. Fielen beyde Puncte ganz zusammen, so würde die Wage bey dem mindesten Uebergewicht ganz herumschlagen, welches nicht seyn darf. Den Ausschlag der Wage zu messen, dienet die in der Mitte des Wagebalkens senkrecht in die Höhe gehende Zunge, oder bey sehr empfindlichen Wagen zwey an den Enden des Wagebalkens bey e und f hervortretende Spitzen, welche gegen einen festen Zeiger des Gestelles weisen. Die Unterstützung des Wagebalkens machen zwey aus der Mitte desselben bey c zu beyden Seiten senkrecht hervorgehende keilförmige Zapfen, welche an den gewöhnlichen Wagen in kreisrunden Pfannen des Waggerichtes, aber bey sehr empfindlichen Wagen besser auf ganz ebenen Platten ruhen. Was übrigens den mechanischen Bau und die vortheilhafteste Art der Unterstützung einer guten Wage betrifft, sehe man meine Sammlung phys. math. Abhandl. 1 Theil, Giessen bey Heyer 1793.

42) Anmerkung. Eine gleicharmige Wage zu probiren, ob sie richtig sey, untersuche man, ob der Wagebalken ohne Schaalen für sich, und mit den Schaalen im Gleichgewicht sey. Hierauf bringe man zwey Gewichte p, q an der Wage ins Gleichgewicht, und verwechsele die Gewichte mit oder ohne Schaalen; wird das Gleichgewicht durch diese Verwechselung nicht gestöret, so ist die Wage richtig, im entgegengesetzten Falle falsch. Die Größe der Ungleichheit der Aerme ce, cf fig. 20. läßt sich aus den bekannten Gewichten p und q bestimmen, denn man hat $p : q = ce : cd$. Auf einer falschen Wage mit einem gegebenen Gewicht p ein gleiches p^1 abzuwägen, bringe man q fig. 20. mit p ins Gleichgewicht, und hierauf p^1 mit q indem man p wegnimmt, so ist offenbar $p^1 = p$.

Anders. Nachdem man q gefunden hat, so bringe man p an den Arm ce und suche q^1 welches p die Wage hält, multiplicire q mit q^1 und ziehe die Quadratwurzel aus dem Product, so erhält man $p^1 = p$. Denn es ist

$$p : q = cf : ce \text{ und}$$
$$q^1 : p = cf : ce$$
$$\text{folglich } p : q = q^1 : p$$
$$\text{oder } p^2 = q \cdot q^1$$

43) Die ungleicharmige oder Schnellwage soll dazu dienen, mit einerley Gewicht mehrere Lasten abzuwiegen.

Fig. 21. wird die Einrichtung der Schnellwage erläutern. Die Anordnung zwischen dem Schwerpunct und Unterstützungspunct des Wagebalkens ist bey einer guten Schnellwage dieselbe, wie bey einer gleicharmigen Wage; beyde fallen in eine lothrechte Richtung, jener unter, dieser über die wagrechte Linie, welche man durch die Anhängepuncte der Schaale zieht. Unter dieser Voraussetzung ist der Wagebalken für sich im Gleichgewicht. Kommt nun an den kurzen Arm a desselben das Gewicht der Schaale, man soll den Punct b des längern Arms finden, an welchem das Anhängegewicht p der Schaale S das Gleichgewicht hält, so hat man

$$p : S = a : b$$

$$\text{oder } b = \frac{a\,S}{p}.$$

Kommt auf die Schale S nach der Reihe die Last P, 2 P, 3 P . . . 20 P und man soll die Puncte $b', b'' b''' \ldots . b^{xx}$ finden, wo das Anhängegewicht p diesen Lasten nebst dem Gewicht der Schaale das Gleichgewicht hält; so hat man folgende Proportionen:

$$p : S + P = a : b'$$
$$p : S + 2P = a : b''$$
$$p : S + 3P = a : b'''$$
$$p : S + 20P = a : b^{xx}$$

oder

$$b' = \frac{a}{p} . S + P = \frac{a}{p} S + \frac{a}{p} P$$

$$b'' = \frac{a}{p} . S + 2P = \frac{a}{p} S + \frac{a}{p} 2P$$

$$b''' = \frac{a}{p} . S + 3P = \frac{a}{p} S + \frac{a}{p} 3P$$

$$b^{xx} = \frac{a}{p} S + 20P = \frac{a}{p} S + \frac{a}{p} . 20P.$$

Zieht man von den Entfernungen $b', b'' b''' b^{xx}$ die Entfernung $b = \frac{a}{p} S$. ab, so erhält man die Unterschiede.

$$b\,b' = \frac{a}{p} P$$

$$b\,b'' = \frac{a}{p} 2P$$

$$b\,b''' = \frac{a}{p} 3P$$

$$bb^{xx} = \frac{a}{p} 20P,$$

welche sich offenbar gegen einander verhalten, wie die Zahlen 1, 2, 3 . . . 20. Hieraus fließt folgende Art, den Wagebalken einer Schnellwage einzutheilen. Man bringe die Schaale S an den Wagebalken, und suche durch Hin- und Herschieben des Gewichtes p den Punct b oder o der Theilung, wo die Schaale mit dem Gewicht p das Gleichgewicht hält. Hierauf lege man die größte Last $= 20P$, welche auf der Wage gewogen werden soll, in die Schaale, und suche durch Probiren die Stelle b^{xx} wo das Gewicht p dieser Last das Gleichgewicht hält. Die Länge bb theile man in so viel gleiche Theile, als die Wage Theile von der größten Last angeben soll. Beyspiel: $P = 1$ ℔ theilet man bb^{xx} in 20 gleiche Theile, so giebt die Wage einzeln Pfunde, theilet man jene Entfernung in 80 gleiche Theile, so giebt die Wage Viertelpfunde an. Damit der Arm bb^{xx} für große Lasten nicht allzulang werde, so bringt man gewöhnlich noch einen zweyten Anhängepunct der Schaale a näher bey dem Unterstützungspunct an, und macht für diesen auf die vorhin beschriebene Weise eine andere Eintheilung des Wagebalkens, welches alsdann die schwere Seite, so wie die erste Eintheilung die leichte Seite desselben genannt wird. Oder man kann auch mit Einer Eintheilung des Wagebalkens auskommen, wenn die Entfernung a′ genau ein gewisser Theil der Entfernung von a ist. Z. B. $a' = \frac{1}{5}$ a giebt für die oben beschriebene Eintheilung des Wagebalkens folgende Werthe

$b' = 5$ ℔, $b'' = 10$ ℔, $b''' = 15$ ℔ . . . $b^{xx} = 100$ ℔.

Die Ausdehnung der Wage kann bey gleicher Eintheilung des Wagebalkens noch mehr vergrößert werden, wenn man an das Ende des langen Arms ein beständiges Gewicht (Vorhängegewicht) q hängt. Es sey z. B. das Vorhängegewicht $= 5$ ℔, die Länge des

ganzen Armes = 21, so giebt b' für die leichte Seite 5.21+1=106 ℔, für die schwere Seite 5.105+5 = 530 ℔.

Die leichte Seite würde bey dieser Einrichtung bis zu 125 ℔, die schwere Seite bis zu 625 ℔ gehen. Die mechanische Ausführung einer gut gebauten Schnellwage betreffend, sehe man Leupold theatrum stat. universale.

44) Anmerkung. Herr Obristlieutenannt Müller in Darmstadt hat den doppelten Hebel (§. 40.) auf eine sinnreiche Art bey Erfindung einer transportabeln Lastwage benutzt. Da diese Idee noch wenig bekannt ist (außerdem, was Nro. 54. des Reichsanzeigers 1794. von dieser Wage vom Erfinder gesagt worden ist, ist bis jetzt nichts öffentliches darüber erschienen) und wohl in der Folge auch bey kleinern Wagen benutzt werden kann, so finde ich es nicht überflüssig, hier etwas über die Theorie dieser Wage beyzubringen. Fig. (22) stellt einen senkrechten Durchschnitt der beyden Wagebalken von der Seite gesehen, Fig. (23) eine Ansicht der beyden Wagebalken von oben herab vor. Der untere Wagebalken, welcher die Form eines A hat, ist in m m unterstützt, trägt bey n n die für die Last bestimmte Schaale, und ist bey o durch das bewegliche Band o r mit dem obern Wagebalken verbunden. Der untere Wagebalken stellt einen einarmigen Hebel vor. Die Längen der Aerme m n, m v desselben werden durch die Linien r Q, r b Fig. 23. bestimmt, weil alle Zapfen des Wagebalkens auf diese Linie senkrecht eingesetzt sind. Der obere Wagebalken N M Fig. 22. stellt einen doppelarmigen Hebel vor, bey r ist die Verbindung mit dem untern Wagebalken oder die Last, bey u die Unterstützung, und bey v die kleine Schaale R für die Gewichte. Die Aerme dieses Wagebalkens r u, u v werden ebenfalls auf der Mittellinie r Q b Fig. 23. gemessen, weil die Zapfen des Wagebalkens auf dieser Linie senkrecht sind. Die Dimensionen der Aerme Fig. 22. an beyden Wagenbalken sind folgende:

m	n	=	$1\frac{1}{2}$ Fuß
m	o	=	9 Fuß
u	r	=	$1\frac{1}{2}$ Fuß
u	v	=	$12\frac{1}{2}$ Fuß.

Der obere Wagebalken ist nach N hin so weit verlängert worden, daß die kleine Schaale der großen und die beyden Wagebalken einander das Gleichgewicht halten. Die Gewichte in den beyden Schaalen sind in dem zusammengesetzten Verhältniß von $1\frac{1}{2} : 9$ und $1\frac{1}{2} : 12\frac{1}{2}$, oder sie verhalten sich $= \left\{\begin{matrix} 3 : 18 \\ 3 : 25 \end{matrix}\right\} = 1 : 50$. Ein Pfund in der kleinen Schaale giebt $\frac{1}{2}$ Centner, in der großen Schaale 2 Pf. 1 Centner. Dieses Verhältniß der Aerme der Wage ist begreiflich für Centnerlasten zu 100 Pfund sehr bequem. Hätte man Centnerlasten von 108 Pfund, so müßte jenes Verhältniß, um gleiche Bequemlichkeit zu geben, $= 1 : 54$ seyn. Die Müllerische Wage ist so eingerichtet, daß man durch Verschiebung der Anhängezapfen für die kleine Schaale R das Verhältniß der Hebelärme nach Belieben verändern kann. An dem obern Wagebalken hängt bey k ein Stängelchen xx herab, welches an einem Pfosten des Gerüstes bey der Bewegung der Wage hin und her spielet, und die Stelle der Zunge vertritt. Was die Verbindung und Einrichtung der einzelnen Theile der Wage und des Gerüstes betrifft, welche so beschaffen ist, daß alles aus einander genommen, weggefahren und wieder aufgeschlagen werden kann, so muß ich auf die schon angeführte Bekanntmachung und eine demnächst erscheinende umständliche, mit Zeichnungen begleitete Beschreibung des Erfinders verweisen. Bloß die Theorie der Wage macht den Gegenstand der folgenden Betrachtung aus. Um diese zu erleichtern, bringe ich alles auf den mathematischen Hebel zurück. Fig. 24. stellt die Wage unter dieser Gestalt vor. Die Schwerpuncte der beyden Wagebalken befinden sich in d und b in einer wagrechten Linie mit den Angriffspuncten der Kräfte und den Drehungspuncten der Wagebalken. Das Moment des obern Schwerpuncts kommt der Kraft v′ und das Moment des untern Schwerpuncts der Last P zu Hülfe. Man vergrößere beyde Kräfte v′ und P, so daß ihre Momente der Summe der Momente der Kraft und des zugehörigen Schwerpunctes gleich werden, so kann man sich beyde Wagebalken ohne alle Schwere denken, welches die folgende Betrachtung vereinfacht. Die Kräfte v′ und P halten einander für den horizontalen Stand der beyden Hebelärme das Gleichgewicht, es fragt sich, was erfolgt, wenn man die Wagebalken in die durch Striche oder durch Puncte angedeutete Lagen bringt? Im ersten Fall nähert

sich das Band q, welches jederzeit die Richtung der Kraft v bestimmt, den Unterstützungspuncten der beyden Wagebalken, dem obern jedoch verhältnißmäßig mehr als dem untern. Um die Momente der Kräfte zu finden, fälle man von den Drehungspuncten auf die Directionslinien der Kräfte die Perpendikel il, ik : mn, mo. So lange < z klein und w wenig von einem Rechten verschieden ist, wie in der Figur, wird das Verhältniß il : ik nicht merklich von dem a : b (dem Verhältniß der Aerme des untern Wagebalkens) verschieden seyn, oder die Kräfte v und P am untern Hebel werden sowohl in der wagerechten als der nach unten geneigten Lage einander das Gleichgewicht halten. Am obern Hebel ist hingegen das Verhältniß mn : mo merklich von dem c : d (dem Verhältniß der Aerme des obern Wagebalkens) verschieden, wie schon der Anblick der Figur lehret. Denn man ziehe durch den Endpunct des kürzern Hebelarms eine lothrechte Linie vp, so hat man wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke p m v, v′ m o, mp : mo = c : d, aber mp ist größer als mn. Da nun für den Zustand des Gleichgewichts c : d = v′ : v ist, so kann v an dem kleinern Hebelarm mn, v′ an mo nicht das Gleichgewicht halten, sondern die Wage wird wieder in den horizontalen Stand zurückspielen. Eben das erfolgt, wenn die Wage in die punctirte Lage gebracht worden ist. Die Verhältnisse der Entfernungen der Kräfte sind hier am untern Hebel il : ir, wofür man a : b ohne großen Fehler schreiben kann, am obern Hebel ms : mo von c : d verschieden, weil ms größer als mp und mp : mo = c : d ist. Folglich wird in diesem Fall das Moment von v größer als das von v′, und die Hebelärme müssen wieder in den wagrechten Stand zurückkehren. Diese Verbindung zweyer Hebel vermittelst eines beweglichen Bandes q giebt daher einer solchen Wage die besondere Eigenschaft, daß sie einspielet, wenn gleich Schwerpunct, Drehungspunct und Anhängepunct der Schaale eines jeden Wagebalkens in eine wagrechte Linie fallen, welches bey den gewöhnlichen Wagen nach (§. 41.) nicht angeht. Hierdurch wird eine solche doppelte Wage empfindlicher als eine einfache von gleichen Hebelärmen. Dieser Umstand verdienet von Künstlern beherziget zu werden, und ist das, worauf ich durch diese Betrachtung hauptsächlich aufmerksam machen wollte.

45) Anmerkung. Die im vorstehenden Paragraph über die Müllerische Wage gemachten Bemerkungen werden durch folgende Rechnung weiter erläutert. Die Hebelärme des untern Wagebalkens heißen a, b, des obern c, d, die Entfernung des Schwerpunctes des untern Wagebalkens vom Drehungspunct i = e, des obern vom Drehungspunct m = f, das Gewicht des untern Wagebalkens = p, des obern = p'; so ist das Gewicht, welches zu P wegen der Wirkung des untern schweren Wagebalkens kommt = $\frac{e}{a}$ p, das Gewicht, welches zur Kraft V' wegen der Wirkung des obern Wagebalkens kommt = $\frac{f\,P}{d}$. Der Neigungswinkel des untern Wagebalkens seye = x, des obern = y. Wenn der Arm c gegen den Arm b, wie bey der Müllerischen Wage, klein ist, so ist auch x gegen y klein. Stellte sich das bewegliche Band q bey einer Neigung der beyden Wagebalken nicht schief, so würde das Ende des Armes b völlig eben so tief als das Ende des Armes c heruntergehen, und man hätte

$$c \sin. y = b \sin. x,$$

oder $c : b = \sin. x : \sin. y,$

und für kleine Ausschlagwinkel

$$c : b = x : y.$$

So lange der Winkel z, welchen das Band q bey einer Neigung der Wagebalken mit der lothrechten Richtung macht, klein bleibt, ist q colin z wenig von q verschieden, daher die vollständige Gleichung zwischen x und y b sin. x = q colin z — (q — c lin. y) sich in die oben gegebene verwandelt.

Das Ende des Hebelarms c rückt bey der Neigung des obern Wagebalkens um c lin. vers. y nach m zu, das Ende des untern Wagebalkens um b lin vers. x nach i zu; folglich hat man

$$q \sin. z = c \sin. \text{vers. } y - b \sin. \text{vers. } x.$$

Würde c = b, folglich x = y, so wird $\sin. z = \frac{c \sin. \text{vers. } y - b \sin. \text{vers. } x}{q} = 0$; folglich z = 0. Das heißt, in diesem Fall bleibt das bewegliche Band q bey jeder Neigung der Wagebalken lothrecht.

Der Winkel w ist = R — x — z, folglich sin. w = colin. (x + z), < u = w — (y — x) = R — (y + z); folglich lin. u = colin. (y + z). Für

eine Neigung der Last P nach unten sind die Hebelärme des untern Wagebalkens $i\,l = a$ cosin. x.

$i\,K = b$ sin. $w = b$ cosin. $(x + z)$

des obern Wagebalkens

$m\,n = c$ sin. $u = c$ cosin. $(y + z)$

$m\,o = d$ cosin. y

und man hat

b cosin. $(x + z) : a$ cosin. $x = P : V$

$$V = \frac{a \text{ cosin. } x}{b \text{ cosin. } (x+z)} P$$

d cosin. $y : c$ cosin. $(y + z) = V : V'$

$$V' = \frac{c \text{ cos. } (y+z)}{d \text{ cosin. } y} V = \frac{c \text{ cos. } (y+z)}{d \text{ cosin. } y} \cdot \frac{a \text{ cosin. } x}{b \text{ cos. } (x+z)} \cdot P$$

Für eine gleiche Neigung $= y$ der Kraft V' nach unten sind z, x, y wie vorhin

$< w' = R + x - z = R - (z - x)$

sin. $w' =$ cosin. $(z - x)$ oder für x größer als z

sin. $w' =$ cosin. $(x - z)$

$u' = y - z.$

Die Hebelärme des obern Wagebalkens sind hier

$m\,s = c$ cosin. $u' = c$ cosin. $(y - z)$

$m\,o = d$ cosin. y,

des untern Wagebalkens

$i\,r = b$ sin. $w' = b$ cosin. $(z - x)$

$i\,l = a$ cosin. x.

Folglich

$$V' = \frac{c \text{ cosin. } (y - z)}{d \text{ . cosin. } y} \cdot \frac{a \text{ cosin. } x}{b \text{ cosin. } (x - z)} P$$

welches man auch erhalten hätte, wenn man x y als negative Größen in der Gleichung von V' für den ersten Fall betrachtete. Wenn $z = o$ ist, so verwandeln sich beyde Werthe von V' in den Ausdruck $\frac{c}{d} \frac{a}{b} P$. Das heißt, die Wage ruht alsdann in jeder Lage, weil sich das Verhältniß der Kräfte $V : P$ durch die Neigung der Wagebalken nicht ändert, z wird aber, wie oben gezeigt worden ist, nur dann $= o$, wenn die beyden Aerme c und d gleich sind. Dieses wäre eine minder gute Einrichtung einer doppelten Wage, weil man dadurch den zu Ende des vorhergehenden Paragraphs bemerkten Vortheil verlöre.

Beyspiel; a = $1\frac{1}{2}$
b = 9
c = $1\frac{1}{2}$
d = $12\frac{1}{2}$
g = 6°
x = 1°

Für den Zustand des Gleichgewichts verhält sich daher
V' : P = 1 : 5° (44. §.)

Es sey P = 5°, so ist V' = 1
q = $2\frac{1}{2}$, dieß giebt
z = 9′ 25″

für eine Neigung der Last P nach unten ist v' = 0,99979, wenn es mit P in dieser Stellung der Wage das Gleichgewicht halten soll, oder die Wage geht mit einer Kraft 0,00021 *tb* zurück, wenn V' = 1,00000 *tb*. Für die entgegengesetzte Neigung der Wage wäre V' = 1,00024 oder die Wage geht mit 0,00024 Kraft zurück.

Das Rad an der Welle.

46) Eine kreisförmige Scheibe a b Fig. 25. sey an einer cylindrischen Axe oder Welle so befestiget, daß sich keins ohne das andere bewegen kann, und beyde gemeinschaftlich sich um den Mittelpunct c drehen. Um den Umfang der Welle sey ein Seil geschlagen, an welchem die Last P herabhängt, an dem Umfang des Rades wirke die Kraft V. Diese Vorrichtung heißt das Rad an der Welle. Wenn Kraft und Last nach Tangenten wirken, so verhalten sie sich für den Zustand des Gleichgewichts = c a : c b wie der Halbmesser der Welle zu dem Halbmesser des Rades. Wirkte eine der Kräfte nach einer schiefen Richtung b d, so wird ihr Moment = V . c e kleiner als V . c b, wenn sie nach der Tangente wirkte. Man vermeidet daher in der ausübenden Mechanik, wo man mit einer Kraft den größtmöglichen Effect hervorbringen will, die schiefe Richtung der Kraft. Wenn die Dicke des Seiles, woran die Last hängt, gegen den Halbmesser der Welle nicht unbeträchtlich ist, so muß man die halbe Dicke des Seiles zu dem Halbmesser der Welle addiren, um den Hebel-

arm der Last zu erhalten. Dieses wird alsdann um so nöthiger, wenn sich die Dicke des Seiles durch mehrere Umwindungen vermehret. Wenn das Rad einmal herumgekommen ist, so hat die Kraft den Umfang des Rades, die Last den Umfang der Welle zurückgelegt, die Wege verhalten sich wie die Halbmesser von Rad und Welle. Folglich trifft bey dem Rad an der Welle ebenfalls das Cartesianische Gesetz ein, daß sich Kraft zu Last, für den Zustand des Gleichgewichts umgekehret, wie ihre Wege verhalten.

47) Anmerkung. Die verschiedenen Arten der Haspel und Winden, der Tretträder, Wasserräder können alle als Räder an einer Welle betrachtet werden. Da sich indessen der Effect dieser Maschinen erst alsdann vollständig beurtheilen läßt, wenn man die Wirkungsart der Kräfte, welche sie in Bewegung setzen, näher hat kennen lernen, so erspare ich ihre Theorie für die Maschinenlehre.

Rad und Getriebe.

48) Wenn in dem Umfang zweyer Räder Fig. 26. wechselsweise Erhebungen und Vertiefungen angebracht sind, wovon die Erhebungen des einen in die Vertiefungen des andern eingreiffen, so daß kein Rad, ohne das andere zu bewegen, sich umdrehen kann, so nennt man eine solche Verbindung Rad und Getriebe. Das erste hat gewöhnlich den größern, das andere den kleinern Durchmesser. Die hervorstehenden Theile an den Rädern nennt man Zähne, oder Kammen, je nach dem sie an dem Umfang des Rades wie Fig. 26. oder auf einer der Seitenflächen desselben wie Fig. 27. senkrecht hervorstehen. In jenem Falle heißt das Rad ein Stirnrad, in diesem ein Kammrad auch Kronrad. Die Zähne des Getriebes heißen auch Triebstecken, wenn das Getriebe, wie bey den Mühlen, aus zwey Kreisscheiben Fig. 28., welche durch cylindrische Stecken verbunden sind, besteht. Die Umdre-

hung des Getriebes geht nach der entgegengesetzten Richtung von der Umdrehung des Rades. Jeder Zahn des Rades schiebt einen Zahn des Getriebes fort, folglich kommt das Getriebe während eines Umlaufes des Rades so oft herum, als die Zahl der Zähne des Getriebes in der Zahl der Zähne des Rades enthalten ist. Die Zahlen der Zähne des Rades und des Getriebes verhalten sich gegen einander wie die Umfänge von Rad und Getriebe, weil jeder Zahn im Rad sowohl als dem Getriebe gleich weit von dem andern entfernt seyn muß. Die Umfänge von den Kreisen verhalten sich wie ihre Halbmesser, folglich verhält sich die Zahl der Zähne des Getriebes zur Zahl der Zähne des Rades wie der Halbmesser des Getriebes zu dem Halbmesser des Rades, und der Quotient des Halbmessers des Rades, dividirt durch den Halbmesser des Getriebes, drückt die Zahl der Umläufe des Getriebes während eines Umlaufes des Rades aus.

49) An dem Umfang des Rades Fig. 26. wirke die Kraft V, an dem Umfang des Getriebes die Last Q, so ist für den Zustand des Gleichgewichts $V = Q$. Denn die Kraft v, welche den Zahn des Getriebes fortschiebt, ist $= Q$, weil sie mit Q in gleicher Entfernung r vom Drehungspunct des Getriebes liegt, und $= V$, weil sie mit der Kraft V in gleicher Entfernung R von dem Drehungspuncte des Rades liegt, wenn r und R den Halbmesser des Getriebes und Rades bedeuten. Das Verhältniß der Umläufe von Rad und Getriebe sey $1 : n$, so hat man nach (48) $1 : n = r : R$, also auch $\frac{1}{n} = \frac{r}{R}$

Das heißt, der Quotient von dem Halbmesser des Getriebes, dividiret durch den Halbmesser des Rades, ist gleich dem Quotienten von der Zahl der Umläufe des Rades, dividiret durch die Zahl der Umläufe des Getriebes, oder der eine ist durch den andern gegeben. Die Zahl der Zähne von Rad und Getriebe seyen $= p : q$, so ist

$$q : p = 1 : n$$
$$= r : R$$

Dieß giebt $\frac{q}{p} = \frac{1}{n} = \frac{r}{R}$

Beyspiel. Es sey die Zahl der Zähne des Triebes $= 6$, des Rades $= 30$, so hat man $\frac{q'}{p} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$.

Folglich kommt das Getriebe 5mal herum, bis das Rad 1 mal herum kommt, und der Halbmesser des Rades verhält sich zum Halbmesser des Getriebes $= 5 : 1$. Wenn das Rad einmal herumgekommen ist, so hat die Kraft den Umfang des Rades, die Last den Umfang des Getriebes so vielmal zurückgelegt, als Umläufe des Getriebes auf einen Umlauf des Rades kommen. Für das Verhältniß der Umfänge von Rad und Getriebe das gleiche Verhältniß der Halbmesser gesetzt; so erhält man: Weg der Kraft zum Weg der Last $= n r : 1 R$, aber

$1 : n = r : R$

folglich $n . r = 1 . R$ das ist Weg der Kraft gleich dem Weg der Last für den Zustand des Gleichgewichts bey dem Rad und Getriebe, wo $V = Q$ ist.

50) Wäre hingegen die Last Q. Fig. 26*. an einer am Rade R befindlichen Welle vom Halbmesser r, die Kraft V' am Umfang eines Rades vom Halbmesser S, zu welchem der Trieb s als Welle gehöret, so hätte man für den Zustand des Gleichgewichtes

$$V' : Q = \begin{cases} r : R \\ s : S \end{cases} = r s : R S.$$

Denn es ist

$v : Q = r : R$ und
$V' : v = s : S$

woraus jenes zusammengesetzte Verhältniß fließt. Der Weg der Kraft verhält sich hier zum Weg der Last $= n . S : 1 r$, wenn n die Zahl der Umläufe des

Getriebes bedeutet, und man für das Verhältniß der Umfänge von Rad und Welle das Verhältniß der Halbmesser setzt. Es ist aber vermöge (49)

$$n : 1 = R : s \text{ folglich}$$

$$V' : Q = r . 1 : n S$$

Folglich findet auch hier das Cartesianische Grundgesetz der Statik Statt: daß der Weg der Last zum Weg der Kraft, wie die Kraft zur Last ist.

51) Es sind Fig. 29. mehrere Räder und Getriebe mit einander verbunden, an dem Umfang des ersten Rades befinde sich die Kraft V, an dem Umfang der Welle des letzten Rades die Last Q, man sucht für den Zustand des Gleichgewichtes das Verhältniß V : Q und wie vielmal das letzte Rad gegen das erste herum kommt? Die Halbmesser der Wellen heißen r, s, t der zugehörigen Räder R, S, T. Der Kürze wegen mögen diese Buchstaben auch die Räder und Wellen selbst bezeichnen. Der Zahn des Getriebes s wirkt am Umfang des Rades T mit einer Kraft v so daß

$$v : Q = t : T \text{ ist, eben so}$$

hat man

$$v' : v = s : S \text{ und}$$

$$V : v' = r : R$$

$$\text{folglich } v = \frac{t}{T} Q$$

$$v' = \frac{s}{S} v = \frac{s}{S} \cdot \frac{t}{T} \cdot Q$$

$$V = \frac{r}{R} v' = \frac{s}{S} \cdot \frac{t}{T} \frac{r}{R} Q$$

$$\text{oder } \frac{V}{Q} = \frac{s \cdot t \cdot r}{S \cdot T \cdot R}. \text{ Das heißt}$$

man multiplicire die Halbmesser aller Wellen oder Getriebe, und die Halbmesser aller Räder in einander, dividire jenes Product durch dieses, so ist der Quotient

gleich dem Quotienten der Kraft dividiret durch die Last. Die Zahl der Zähne des Rades T heiße = M, des Triebes s = m, die Zahl der Zähne des Rades S = N des Triebes r = n, so kommt das Rad $S\frac{M}{m}$ mal herum, bis T einmal herum kommt, und R kommt $\frac{N}{n}$ mal herum bis S einmal herum kommt.

Folglich gehen $\frac{m}{M} \cdot \frac{n}{N}$ Umgänge des Rades R auf einen Umgang von T. Allgemein, man multiplicire die Zahl der Zähne aller Räder und die Zahl der Zähne aller Getriebe, dividire die erste durch die letzte, so erhält man die Zahl der Umläufe des letzten Rades gegen einen Umlauf des ersten Rades.

52) Anmerkung. Sollte man umgekehrt aus dem gegebenen Verhältniß von Kraft und Last, die Verhältnisse der Wellen und Räder finden, so zerfälle man den Quotienten $\frac{V}{Q}$ in so viel Factoren als es Räder und Wellen oder Getriebe geben soll, die Factoren von V drücken die Halbmesser der Wellen oder Getriebe, die Factoren von Q die Halbmesser der Räder aus.

Beyspiel. Das Verhältniß von Kraft zu Last = 1 : 100 so hat man

$$\frac{1}{100} = \frac{1 \cdot 1}{10 \cdot 10} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 5}$$

Die erste Zerstreuung gäbe für zwey Räder und zwey Wellen das Verhältniß des Halbmessers eines jeden Rades zu seiner Welle = 10 : 1 die andere Zerstreuung gäbe für drey Räder und drey Wellen

Halbmessers des 1ten Rades — Welle
5 — 1
des 2ten 4 — 1
des 3ten 5 — 1

Schon dieses Beyspiel lehret, daß sich für einerley Verhältniß von Kraft zu Last mehrere Verbindungen von Rad und Welle oder Getriebe erdenken lassen. Die practische Mechanik oder Maschinenlehre zeigt, welche

Anordnung zwischen Kraft und Last nach den gegebenen Bedingungen die vortheilhafteste sey. Aus der bekannten Zahl von Umläufen des letzten Rades gegen das erste findet man die Zahl der Zähne der Räder und Getriebe, wenn man den Quotienten, welcher jene Zahl ausdrückt, in so viel Factoren zerfället, als es Räder und Getriebe geben soll.

Beyspiel. Das erste Rad komme 600mal herum, bis das letzte einmal herum kommt. $\frac{1}{600} = \frac{1}{30} \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$. Gäbe man für 2 Räder und Getriebe dem ersten Trieb 3, dem eingreifenden Rad 90, dem zweyten Trieb 5 und dem eingreifenden Rad 100 Zähne, so wäre die Aufgabe aufgelöset. Für drey Räder und Getriebe gebe man dem ersten

Trieb	—	Rad	
6	—	36	Zähne
zweyten 5	—	50	—
dritten 5	—	50	—

so ist die Aufgabe ebenfalls aufgelöset. Weniger als drey Zähne darf man einem Trieb nicht geben, wenn die Bewegung gleichförmig und nicht stoßweise erfolgen soll.

Von dem Gleichgewicht an der beweglichen Rolle und dem Flaschenzug.

53) An dem Mittelpunct einer beweglichen Rolle Fig. 30. hange eine Last P. Um die Rolle sey ein Faden geschlagen, an welchem die gleichen Kräfte A und V nach den Tangenten a A, b V wirken. Für den Zustand des Gleichgewichts kann man die Kräfte A und V als Seitenkräfte und die Kraft P als eine mittlere betrachten. Weil die beiden Seitenkräfte gleich sind, so müssen die Winkel c e a, c e b gleich seyn, und c e halbiret a b in d. In A sey der Faden an einen festen Punct geknüpft, übrigens wirken die Kräfte P und V wie vorhin, so bleibt noch alles ungeändert. Man kann a b als einen Hebel betrachten, welcher von den Kräften P und V nach entgegengesetzten Richtungen, um den Punct a bewegt werden soll. Man fälle von a auf die Direction der Kraft V das Per-

pendikel a f, so hat man für den Zustand des Gleichgewichts V : P = a d : a f = $\frac{1}{2}$ a b : a f oder
2 V : P = a b : a f
Weil < b a f = < c b d ist,
so sind die Dreyecke a b f, b c d ähnlich, und es ist a b : a f = b c : b d = r : $\frac{1}{2}$ a b, wenn r den Halbmesser der Rolle bedeutet.

Daher 2 V : P = r : $\frac{1}{2}$ a b

Da r größer als $\frac{1}{2}$ a b ist, so lange a b kein Durchmesser wird, so ist auch 2 V größer als P, oder V größer als $\frac{1}{2}$ P. Wenn sich hingegen a b in einen Durchmesser verwandelt, so wird $\frac{1}{2}$ a b = r und V = $\frac{1}{2}$ P welches daher der vortheilhafteste Zug für die Kraft V an der Rolle ist.

Fig. 31. stellt diesen Fall besonders vor. Weil hier die Kräfte V, A, P alle senkrecht auf a b wirken, so ergiebt sich auch aus der Lehre vom geradlinigten Hebel, daß V = A = $\frac{1}{2}$ P. Bringt man statt A eine feste Unterstützung an, so wird dadurch nichts geändert. Man kann diesen Satz so ausdrücken: an der beweglichen Rolle, wo Kraft und Last nach lothrechten Richtungen wirken, verhält sich die Kraft zur Last = 1 : 2.

54) Wenn mehrere Rollen Fig. 32. in einem festen Gehäuse a b jede um ihren Mittelpunct beweglich sind, aber keine ohne die andere und ohne das Gehäuse sich von der Stelle bewegen kann, so nennt man eine solche Verbindung von Rollen eine Flasche. Zwey Flaschen, welche, wie Fig. 32. zeigt, so mit einander verbunden sind, daß sich die Kraft V nicht bewegen kann, ohne ihre Bewegung der Flasche a b, und der daran hängenden Last P mitzutheilen, heißen ein Flaschenzug. Die obere Flasche c d heißt die feste, die untere a b die bewegliche Flasche.

Das Verhältniß von der Kraft zur Last an dem Flaschenzug wird für den Zustand des Gleichgewichts

am leichtesten folgendergestalt bestimmt. Die beweg-liche Flasche hängt in unserm Beyspiel an 4 Stricken, in deren Mitte die Last. Jeder Strick trägt gleich viel von der Last, aber blos der vierte wird von der Kraft V erhalten, und die übrigen sind an der obern Flasche fest. Es verhält sich also $V : P = 1 : 4$. Allgemein, man dividire die Last durch die Zahl der Stricke, an welchen die bewegliche Flasche hängt, so erhält man die Kraft, welche mit der Last am Flaschenzug im Gleichgewicht ist.

55) Anmerkung. Wenn man die Rollen in jeder Flasche, statt neben, über einander setzt, so erhält der Flaschenzug das Ansehen Fig. 33. Das Verhältniß von Kraft zu Last wird hier auf dieselbe Weise, wie §. 54., bestimmt. Jedoch ist diese Einrichtung minder bequem, weil der Zug der Kraft V seitwärts der Direction des gemeinschaftlichen Schwerpuncts A P fällt, und sich daher die Maschine beym Gebrauch auf die Seite von V neigt, wodurch eine schiefe Richtung der Kraft, und ein Verlust derselben entsteht.

Eine andere wesentlich verschiedene Einrichtung des Flaschenzugs ist der sogenannte Potenzenflaschenzug (Fig. 34.). Jede der beweglichen Rollen 1, 2, 3 hängt an einem Strick, dessen eines Ende an der festen Unterstützung a b, das andere an der Mitte der nächsten Rolle angeknüpfet ist. An der Mitte der ersten Rolle hängt die Last P, am Strick der letzten beweglichen Rolle zieht die Kraft V, welcher gewöhnlich durch eine feste Rolle c eine Direction nach unten gegeben wird. Vermöge der Theorie der beweglichen Rolle (§. 53.) ist $v = \frac{1}{2} P$, $v^1 = \frac{1}{2} v = \frac{1}{4} P$, $V = \frac{1}{2} v^1 = \frac{1}{4} v = \frac{1}{8} P$.
oder für eine bewegliche Rolle

$$V : P = 1 : 2$$

für zwey bewegliche Rollen

$$V : P = 1 : 2^2 = 1 : 4$$

für drey bewegliche Rollen

$$V : P = 1 : 2^3 = 1 : 8 \text{ u. s. w.}$$

Daher der Name Potenzenflaschenzug. Er vermehret die Wirkung der Kraft bey gleicher Anzahl beweglicher Rollen stärker als der gewöhnliche Flaschenzug, hebt aber die Last P nicht weit, weil die Bewegung derselben

zu Ende ist, so bald die letzte bewegliche Rolle wider dem festen Gerüste a b steht. In Schiffen, wo große Lasten nicht hoch zu bewegen sind, braucht man den Potenzenflaschenzug mit Vortheil. Man giebt ihm da gewöhnlich die Einrichtung Fig. 35. um ihn an jeden Ring oder Haken des Verdecks hängen zu können. Wegen der schiefen Richtung der Stricke geht hier etwas von der Kraft V verloren.

56) Anmerkung. Bey dem Flaschenzug trift wieder das Cartesianische Gesetz ein, daß sich Kraft und Last für das Gleichgewicht, umgekehret wie ihre Wege bey erfolgter Bewegung verhalten.

Beyspiel, am gewöhnlichen Flaschenzug (Fig. 32. 33.). Die Stricke 1, 2, 3, 4, woran die bewegliche Flasche hängt, machen zusammen nur einen einzigen aus, an dessen einem Ende die Kraft V zieht. Wenn die Last einen Fuß zurücklegen soll, so muß sich jeder Strick der beweglichen Flasche um einen Fuß verkürzen, folglich V vier Fuß zurücklegen. Am Potenzenflaschenzug (Fig. 34.). Wenn P und folglich die Rolle 1 um einen Fuß gehoben wird, so muß v den Weg zwey zurücklegen, also auch die Rolle 2, folglich v^1 und die Rolle 3 den Weg vier, also die Kraft V den Weg acht, wie gehörig.

Von der schiefen Ebene.

57) Eine Ebene, welche unter einem spitzen Winkel gegen die horizontale Ebene geneigt ist, heißt eine schiefe Ebene.

Wenn eine Last P sich auf der Ebene Fig. 36. befindet, so kann man sich ihre ganze Kraft in dem Schwerpunct e, und die Richtung derselben in der lothrechten Linie e f denken; e i stelle die Größe dieser Kraft vor, man zerfälle sie in zwey Theile e k, e l, wovon der eine senkrecht auf die schiefe Ebene, der andere mit ihr parallel ist, so erhellet, daß der senkrechte Theil e k von der Festigkeit der schiefen Ebene überwunden wird, und bloß der parallele Theil e l zur Bewegung der Last P wirken kann. Soll die Bewegung nicht erfolgen, so muß eine Kraft V der e l gleich nach e V entgegen wirken. Diese Kraft heißt die relative Kraft der Last auf

der schiefen Ebene. P oder ei selbst die absolute Kraft. Die Ebene eik steht zugleich senkrecht auf der schiefen und horizontalen Ebene. Ihr Durchschnitt mit beyden giebt den Neigungswinkel acb der schiefen Ebene gegen die horizontale. In dem rechtwinklichten Dreyeck acb heißt ac die Länge, ab die Höhe, bc die Grundlinie der schiefen Ebene. Die rechtwinklichten Dreyecke eki, ifc, abc sind ähnlich; daher

$$ei : ik = ic : if = ac : ab$$

folglich $P : V = ac : ab$

oder die absolute Kraft zur relativen, wie die Länge der schiefen Ebene zur Höhe derselben. Je kleiner die Höhe gegen die Länge, oder je kleiner der Neigungswinkel c der schiefen Ebene ist, desto kleiner ist die relative Kraft gegen die Last. Dieß erhellet auch daraus, weil ac : ab oder $P : V = 1 : \sin. c$ ist, also $V = P . \sin. c.$ Wenn $c = 30°$, so ist $\sin. c = \frac{1}{2}$; folglich V halb so groß als P.

58) Wenn die Kraft V von e aus nach jeder beliebigen Richtung e V′ nicht gerade parallel mit ac wirkt, so fragt sich, wie verhält sich V′ zu P oder Kraft zu Last für den Zustand des Gleichgewichts? Beyde Kräfte V′ und P müssen zusammen nach en und ei so wirken, daß aus ihnen eine mittlere Kraft nach em entsteht, welche senkrecht auf der schiefen Ebene ist, damit die vereinte Wirkung der beyden Kräfte von der Festigkeit der schiefen Ebene erhalten werde. Man zeichne daher aus der gegebenen Kraft P = ei, und den Winkeln iem, ie V′ das Parallelogramm ienm, so stellen ie, en die Kräfte P und V′, em aber die mittlere Kraft vor. Dieß giebt $V' : P = en : ei = \sin. mei : \sin. men$ (§. 31.) Der Winkel V′ef, welchen die Kraft mit der Richtung der Last macht, heiße N, so ist mei = c und men = N — c folglich

$$V' : P = \sin. c : \sin. (N - c)$$

Für einerley Neigung der schiefen Ebene c ist P gegen V' desto größer, je größer sin. (N — c) ist, am größten, oder V' am kleinsten, wenn dieser Winkel ein rechter wird, welches der §. 57. betrachtete Fall ist. Dieß erhellet auch daraus. Die Kraft V wirkt bey jedem andern mit ac nicht parallelen Zug nur mit einem Theil gegen die relative Kraft el der Last P, und muß folglich größer seyn als in dem Falle, wo sie ganz zur Erhaltung der relativen Kraft verwendet wird. Geht der Zug der Kraft V' unterwärts von ac, so drückt er die Last gegen die schiefe Ebene an, geht er aufwärts von ac, so hebt er dieselbe. Wenn der Zug der Kraft mit der Grundlinie der schiefen Ebene parallel geht, so wird N = R und V : P = sin. c : sin. (R − c) = sin. c : cos. c, wie die Grundlinie der schiefen Ebene zur Höhe derselben. Fig. 37. stellt diesen Fall besonders vor. Es ist hier V : P = el : ei = ki : ei = ab : bc. Dieser Foll tritt z. B. ein, wenn eine feste schiefe Ebene unter der Last P nach der Richtung bc fortgeschoben und dadurch die Last gehoben wird.

Vom Keil.

59) Unter einem Keil versteht man einen festen Körper von der Gestalt eines dreyseitigen Prisma, dessen auf die Axe senkrechter Durchschnitt ein spitzwinklichtes Dreyeck abc Fig. 38. bildet. Die Linie ac, bc heißen die Seiten, der Winkel c die Schärfe, ab der Rücken des Keiles. Wenn abc ein gleichschenklichtes oder gleichseitiges Dreyeck ist, so heißt der Keil gleichschenklicht oder gleichseitig. Die erste Voraussetzung trifft fast immer ein, daher schränke ich mich hier darauf ein.

Die Kraft V wirke nach der Richtung dc, der Widerstand Q nach den Richtungen ef, gf, senkrecht auf die Richtung der Kraft. Unter der Voraussetzung, daß der Widerstand auf jede Seite des Keiles gleich groß ist, braucht man bloß das Verhältniß der halben

Kraft zum Widerstand auf einer Seite zu finden, so ist eben dadurch das Verhältniß von der ganzen Kraft zum gesammten Widerstand auf beyden Seiten gegeben. Es ist daher verstattet, den Keil als eine doppelte schiefe Ebene dbc zu betrachten, und da hier, wo der Widerstand senkrecht auf die Richtung der Kraft dc ist, der Fall Fig. 37. eintritt, so verhält sich die Kraft zur Last oder V : Q = db : dc, das ist, wie der halbe Rücken des Keiles zur Höhe des Keiles. Je größer also die Höhe des Keiles gegen den Rücken oder die Dicke desselben, d. i. je spitziger der Keil ist, desto wirksamer ist die Kraft des Keiles.

Zweyter Fall. Wenn der Widerstand Q senkrecht auf die Seiten des Keiles nach den Richtungen k h, i h wirkt, so sehe man den Widerstand kh, ih als zwey Seitenkräfte an, aus welchen eine mittlere Kraft = hl nach hd entsteht. Dieser mittlern Kraft muß V gleich seyn, und nach der Richtung dh entgegenwirken, wenn ein Gleichgewicht erfolgen soll. Man hat daher die halbe Kraft zum Widerstande auf einer Seite, oder die ganze Kraft zum gesammten Widerstande, V : Q = hm : hi.

Es ist aber Dreyeck mhi ähnlich dbc, folglich V : Q = db : bc, wie der halbe Rücken zur Seite des Keiles. Man nenne den Winkel dcb an der Spitze des Keiles = c, so hat man für den ersten Fall

Kraft zu Last V : Q = tang. c : 1 giebt $Q = \frac{V}{\text{tang. c}}$

für den zweyten Fall

$$V : Q = \text{sin. c} : 1$$

$$Q = \frac{V}{\text{sin. c}}$$

60) Anmerkung. Wenn der Keil zum Spalten fester Körper gebraucht wird, so reisset der Körper beym Eindringen des Keiles auf, und es kommt alsdann auf die Länge des Spaltes cn an, nach welcher Richtung der Widerstand Q wirkt, welcher immer senkrecht auf die

Seite des Spaltes seyn wird. Für eine jede Richtung des Widerstandes ließe sich das Verhältniß zwischen Kraft und Last bestimmen. Es ist aber nicht der Mühe werth, daß wir uns dabey aufhalten, da in solchen Fällen die Kraft V meistens schlag- oder stoßweise wirkt, und sich nicht genau angeben läßt. Es ist hinreichend zu bemerken, daß die Kraft des Keiles desto größer ist, je spitziger er ist, und je tiefer der Spalt in den festen Körper bereits eingerissen hat. Denn man kann sich den Widerstand in n beysammen, und die Kraft des Keiles bey c auf die Seiten des Spaltes, wie auf einen um c beweglichen Winkelhebel, wirkend vorstellen, das Moment der Kraft wächset mit den Aermen des Hebels, d. i. mit der Länge des Spaltes.

61) Anmerkung. Eine vorzügliche Anwendung findet die Theorie des Keiles bey der Berechnung des Druckes und Widerstandes von Gewölben. fdalbe Fig. 39. stelle den senkrechten Durchschnitt eines Gewölbes, fe die festen Puncte, wogegen es sich anlehnet, welche gewöhnlich in einer wagrechten Linie liegen, vor. fm, ge heißen die Pfeiler des Gewölbes, oder auch die Widerlagen, weil sie vermöge ihres Gewichtes dem Seitendruck des Gewölbes gegen die Anlehnungspuncte f, e widerstehen müssen. Der Punct c, in welchem die Krümmungshalbmesser dc, ac, bc zusammenlaufen, heißt der Mittelpunct des Gewölbes, ein Theil lpnb des Gewölbes, welcher zwischen zwey Halbmessern lc, cb liegt, ein Gewölbstein, der oberste a der Schlußstein. Der höchste Punct a des Schlußsteins heißt auch der Scheitel des Gewölbes. Es kommt bey der Berechnung der Stärke eines Gewölbes hauptsächlich auf drey Umstände an; 1) auf den Seitendruck, welcher von der Last des Gewölbes auf die Widerlagen desselben entsteht; 2) auf das Gleichgewicht der Gewölbsteine unter sich; 3) auf die Bestimmung der nöthigen Stärke der einzelnen Gewölbsteine, damit sie der auf sie wirkenden Kraft widerstehen können. Was den ersten Punct betrifft, so erhellet, daß bloß der obere Theil des Gewölbes dabno auf die Widerlagen seitwärts drückt, weil die untern Theile be, df durch ihr Gewicht dem festen Stand der Widerlagen eher behülflich als entgegenwirkend sind. Auch hat die Erfahrung gelehret, daß, wenn durch eine Verrückung der Widerlagen ein Gewölb einstürzt, dieses bloß den Theil zwischen den Halbmessern dc, cb betrifft. Man nennt

daher

daher do, bn auch die Brechungsfugen eines Gewölbes. Der Winkel acb ist nach Beschaffenheit der Umstände von 30° — 60° veränderlich gefunden worden. Die Figur nimmt das Mittel zwischen beyden Gränzen = 45° an. Ich will ihn allgemein = c nennen. Die Gewichte der Massen von dem Gewölbe dabno, und den Widerlagen können, unter der Voraussetzung, daß beyde von einerley Materie erbauet sind, durch ihre senkrechten Durchschnitte dargestellet werden. Das Profil des Gewölbbogens heiße A, eine der Widerlagen P. Es erhellet, daß die Last des Gewölbes dabno, wie die lothrechte Kraft eines Keiles dcba wirkt, von welcher ein auf die Brechungsfugen senkrechter Druck entsteht. Dieser wirkt nach der Richtung qh die Widerlage, welche man sich als eine einzige feste Masse vorstellet, um den Punct i zu drehen. Das Perpendikel ih drückt den Hebelarm der Kraft aus, die Kraft nach qh selbst ist nach (§. 59.) $= \frac{\frac{1}{2} A}{\text{sin. c}}$; folglich ihr Moment $= \frac{\frac{1}{2} A \cdot ih}{\text{sin. c}}$.

Das Moment des Widerstandes ist = P . $\frac{1}{2}$ ig, folglich für den Zustand des Gleichgewichts

$$\frac{1}{2} \frac{A \cdot ih}{\text{sin. c}} = P \cdot \frac{1}{2} ig \text{ oder}$$

$$A \cdot ih = P \cdot ig \cdot \text{sin. c.}$$

Hieraus ergiebt sich, daß der Druck gegen die Widerlagen desto stärker wird, je spitziger der Keil dcb ist, oder je kleiner sin. c ist. Der Winkel dcb wird aber desto spitzer, je kleiner bey einerley Weite fe die Höhe des Gewölbes, oder je größer bey einerley Höhe ca die Weite fe ist, überhaupt je flächer das Gewölb ist. Flächere Gewölbe erfordern daher stärkere Widerlagen als höhere. Eben so wächset das Moment der Kraft mit dem Hebelarm ih. Es wird daher bey einerley Beschaffenheit des Gewölbes mit der Höhe der Pfeiler zunehmen, wie die Figur lehret. Zwar sollte man glauben, daß in den Bedingungen für den Zustand des Gleichgewichts sich nichts ändere, weil das Gewicht P der Pfeiler bey einerley Dicke gi mit der Höhe ie wächset. Es entsteht aber aus der Kraft des keilförmigen Bogenstücks nach qh, eine horizontale nach ce, welche $= \frac{\frac{1}{2} A}{\text{tang. c}}$ ist. Diese Kraft, welcher das Gewicht des Pfeilers nur in so fern entgegenwirkt, als es die Friction desselben auf dem Boden ver-

mehret, bemüht sich, den Pfeiler horizontal von der Stelle zu rücken, oder wenn der Zusammenhang der Theile nicht stark genug ist, ihn stückweise abzustoßen. Das Moment dieser Kraft ist $= \frac{\frac{1}{2} A . ei}{\text{tang. } c}$, und wächset mit der Höhe des Pfeilers, daher muß man den Widerlagen für eine größere Höhe auch eine größere Stärke geben. Uebrigens erhellet noch aus der obigen Gleichung für den Druck eines Gewölbes gegen seine Widerlagen, daß alles, was das Moment des Widerstandes vermehret, zum festern Stand des Gewölbes beyträgt. Hieher gehöret zum Beyspiel die Last eines auf den Gewölbepfeilern ruhenden Gebäudes, oder der wechselseitige Gegendruck zweyer auf einem gemeinschaftlichen Pfeiler ruhenden Gewölbbogen, Erdreich, welches hinter den Widerlagen eines Gewölbes aufgehäuft ist, u. dgl. mehr.

62) Anmerkung. Die Bedingungen des Gleichgewichts zwischen den einzelnen Gewölbsteinen zu bestimmen, betrachte man jeden Gewölbstein als eine abgesonderte schwere keilförmige Masse, welche ohne Reibung und Zusammenhang mit den anliegenden Gewölbsteinen bloß durch ihren Druck dem Gegendruck widersteht, und suche daraus das Verhältniß der schweren Massen oder der Gewichte der einzelnen Gewölbsteine.

Es heiße die keilförmige Masse $doka = aknb =$ m, der zugehörige Winkel $dca = c$, die Masse $akpl =$ m′ der zugehörige Winkel $acl = c'$, so ist der Druck von m gegen ak nach der Lehre vom Keil $= \frac{m'}{\text{tang. } c}$, der Druck von m′ gegen ak $= \frac{m'}{\text{tang. } c'}$. Beyde gleichgesetzt, giebt $= \frac{m'}{\text{tang. } c'} = \frac{m}{\text{tang. } c}$ oder $m : m' =$ tang. c. tang. c′, d. i. die Massen verhalten sich wie die Tangenten der zugehörigen Winkel am Mittelpunct.

$$m' = \frac{m \text{ tang. } c'}{\text{tang. } c}; \text{ folglich}$$

$$m - m' \text{ oder } plbn = m - m \cdot \frac{\text{tang. } c'}{\text{tang. } c}$$

$$= \frac{m \text{ tang. } c - m \text{ tang. } c'}{\text{tang. c.}} = m \left(\frac{\text{tang. } c - \text{tang. } c'}{\text{tang. } c} \right).$$

Die Massen der einzelnen Keilstücke plbn verhalten sich für den Zustand des Gleichgewichts gegen einander, wie die Unterschiede der Tangenten der Winkel, welche ihre Entfernungen von der lothrechten Linie durch den Scheitel des Gewölbes ausdrücken. Hieraus folgt ferner, daß wenn die Winkel der einzelnen Keilstücke acl, lcb gleich sind, die zugehörigen Massen akpl, lpnb nicht gleich seyn dürfen, sondern lpnb muß größer als akpl seyn, weil die Unterschiede der Tangenten bey gleichen Unterschieden der Winkel wachsen.

Fig. 40. wird dieß näher erläutern. Die innere Krümmung eines Gewölbes sey ein Kreisbogen. Man ziehe ad senkrecht auf ah, so drücken ab, bc, cd die Unterschiede der Tangenten der Winkel ahb, ahc, ahd aus. Der obere Gewölbstein habe die Höhe ae = ab, so bekommt der zweyte die Höhe af = bc, der dritte die Höhe ag = cd, u. s. w. Machte das Gewölbe einen völligen Halbkreis aus, so würde die Lage des untersten Gewölbsteins ik horizontal, und seine Höhe oder die Länge seiner Bindungsfuge unendlich groß, weil tang. 90° unendlich ist.

Indessen ist zu bedenken, daß die Gestalt der Gewölbsteine bloß aus ihrem Gleichgewicht ohne Betrachtung des Zusammenhangs und der Friction hergeleitet worden ist. Diese beyden Hindernisse der Bewegung vermehren die Festigkeit eines Gewölbes sehr, und machen, daß man in der Ausübung jene Gestalt der Gewölbsteine bis zur Brechungsfuge hd nur beynahe zu beobachten braucht, jenseits der Brechungsfuge aber, wo die Lage der Gewölbsteine sich der horizontalen nähert, sehr merklich davon abweichen darf. Denn es sey z. B. < ahi wenig von einem rechten unterschieden, so ist tang. ahi groß. Die Masse des Gewölbbogens von a bis i heiße M, so entsteht aus derselben ein horizontaler Druck gegen ik $= \frac{M}{\text{tang. ahi}}$ klein, weil tang. ahi sehr groß ist, und die Friction und der Zusammenhang von ik mit den anliegenden Gewölbsteinen und dem Pfeiler kann leicht so groß seyn, daß sie jenem horizontalen Druck widersteht, folglich braucht man deßfalls die Höhe von ik nicht größer als die Höhe oder Länge der zunächst anliegenden Gewölbsteine zu machen. Soll der Durchschnitt der äußern Oberfläche des Gewölbes Fig. 39. ebenfalls eine zusam-

menhängende krumme Linie seyn, so muß dieselbe eine solche Gestalt haben, daß die Massen akp, lpnb das vorhin gefundene Verhältniß gegen einander haben. Die höhere Geometrie lehret, daß diese krumme Linie die Kettenlinie ist, welche wir schon §. 32. als die vortheilhafteste Krümmung für Gewölbe haben kennen lernen.

63) Anmerkung. Die Bestimmung der Stärke der einzelnen Gewölbsteine, damit sie der auf sie wirkenden Last widerstehen können, beurtheilet man nach folgenden Gründen.

Der Durchschnitt des obern Gewölbsteines ak Fig. 39. sey in Quadratfußen oder Zollen gegeben, und heiße f^2. Die ganze Last des Gewölbes von einer Brechungsfuge zur andern heiße P, so leidet ak einen senkrechten Druck von jeder Seite, welcher $= \frac{\frac{1}{2}P}{\text{tang. acb}}$ ist.

Soll das Gewölbe außer seinem Gewicht noch eine aufliegende Last, wie z. B. das Gewölbe einer Brücke und dergleichen, tragen, so muß man die Last zu P rechnen, um den gesammten Druck gegen ak zu erhalten. Die Erfahrung muß lehren, ob ein Würfel, dessen Seitenfläche $= f^2$, von der zur Erbauung des Gewölbes bestimmten Materie einen solchen Druck, ohne zu zerbrechen, aushalten kann? Je fester die Materie ist, desto kühner darf man bauen. Das Gewicht P wächset mit der Weite und Höhe des Gewölbes, und kann endlich so groß werden, daß es die Festigkeit einer jeden Materie überwindet. Daher macht man bey großen Weiten fl, statt eines Gewölbbogens, mehrere; wie weit man, vermöge der Erfahrung, gehen darf? gehöret in die Baukunst.

Von der Schraube.

64) Der senkrechte Durchschnitt einer schiefen Ebene ade Fig. 41. werde so herumgebogen, daß die Grundlinie abd einen Kreis bildet, so entsteht aus der ebenen Fläche eda die krumme Seitenfläche eines senkrechten Cylinders, in welcher der Durchschnitt der schiefen Ebene ace eine krumme Linie, die Schraube-

linie, beschreibt. Man kann sich die Windungen der Schraubenlinie um den senkrechten Cylinder nach efg u. s. w. mehrmals wiederholt denken. Ein Theil derselben, wie ace, efg u. s. w. heißt alsdann ein Gang der Schraubenlinie, de die Höhe desselben, der Kreis abd der Umfang der Schraubenlinie oder der Spindel, weil der senkrechte Cylinder, um welchen sich die Schraubenlinie windet, die Spindel genannt wird. Man ziehe von einem willkührlichen Punct b in der Grundlinie der schiefen Ebene eine Linie bc parallel mit de, so ist ab : ad = bc : de.

Eben das Verhältniß gilt für die Schraubenlinie: oder die Höhe eines beliebigen Punctes c der Schraubenlinie verhält sich zur ganzen Höhe des Schraubenganges, wie sich der Theil ab des Umfanges zum ganzen Umfang der Spindel verhält.

65) Die körperliche Schraube, oder die Schraube als Maschine betrachtet, erhält mancherley Gestalten. Im Ganzen kann man sich ihre Entstehungsart folgendermassen erläutern. Um einen senkrechten Cylinder aifg Fig. 42. denke man sich eine Schraubenlinie abcd u. s. w. gelegt, und mit derselben eine andere ABCD parallel um einen Cylinder von dem Halbmesser hk; so schließen die beyden Schraubenlinien eine Schraubenfläche AabBCcdD zwischen sich ein. Die Schraubenfläche denke man sich materiel, von einer gewissen Dicke, oder man führe mit der vorhin genannten Schraubenfläche Aa, bB eine andere A′ B′ in einer gewissen Entfernung parallel, so entsteht der körperliche Schraubengang AA′BB′, welcher sich um die Spindel aigf herumwindet. Fig. 42. stellt davon einen senkrechten Durchschnitt nach der Länge der Spindel vor.

Wenn dieser Durchschnitt der Schraubengänge schiefe Parallelogramme, wie Nro. 1. bildet, so heißt die Schraube parallelopipedalisch. Oefters läuft die

Dicke der Schraubengänge an ihrem äussern Umfange in eine Linie zusammen, wie Nro. 2. Alsdann heißt die Schraube keilförmig. Bey der parallelopipedalischen Schraube wird die Höhe eines Schraubenganges durch den Zwischenraum DB′ + der Dicke des Schraubengewindes BB′ bestimmt.

Eben so wie Fig. 42. das körperliche Schraubengewinde über der festen Spindel aigf erhaben liegt, denke man sich in einem festen hohlen Cylinder, dessen Höhlung mit der Spindel aigf einerley Durchmesser hat, völlig gleiche und ähnliche Schraubengänge vertieft eingeschnitten vor, so erhält man die zur Schraube gehörige Mutterschraube. Es ist für das Verhältniß der Kraft zur Last ganz einerley, ob die Mutter BB um die feste Schraube A Fig. 43. oder die Schraube A in der festen Mutter B beweglich ist Fig. 43. *.

66) Das Verhältniß von Kraft zu Last an der Schraube zu bestimmen, bedenke man, daß, wenn gleich die Last oder der Widerstand der Mutter gegen die Schraube über die ganze Oberfläche des Schraubenganges vertheilet ist, es doch immer verstattet sey, ihn sich in einer einzigen Schraubenlinie beysammen zu denken, welche, wenn der äußere und innere Umfang eines Schraubenganges merklich entfernt sind, in die Mitte von beyden fallen wird. Wenn aber beyde Umfänge (wie meistens der Fall ist) nahe bey einander liegen, so kann man den einen sowohl als den andern für die Schraubenlinie annehmen, in welchen sich die ganze Last beysammen findet. Man kann daher, wenn die Last parallel mit der Axe der Spindel verschoben werden soll, indeß die Kraft an dem Umfang der Spindel nach einer Tangente wirkt, bey der Schraube alles auf die schiefe Ebene Fig. 41. zurückbringen, wo die Last nach de, die Kraft nach da oder parallel mit dieser Linie wirkt.

Man hat also

$$V : P = de : da$$

oder die Kraft zur Last wie die Höhe des Schraubengangs zum Umfang der Spindel.

Je enger daher die Schraubengänge bey gleicher Dicke der Spindel sind, desto wirksamer ist die Schraube. Wirkt die Kraft nicht unmittelbar an dem Umfang der Spindel, sondern an einem Hebelarm r q Fig. 43. *, so muß man für den Umfang der Spindel den mit dem Halbmesser r q beschriebenen Kreis nehmen, wodurch das Moment der Kraft in dem Verhältniß von r a : r q vermehret wird.

Beyspiel: Es sey die Weite eines Schraubenganges $= \frac{1}{2}$ Zoll, der Halbmesser r q = 12 Zoll, so ist $V : P = \frac{1}{2} : 2 . 12 . 3, 14 = 1 : 48 . 3, 14, = 1 : 151$.

67) Anmerkung. Bey keiner einfachen Maschine ist die Reibung größer als bey der Schraube. Dieses verursacht eine merkliche Abänderung in dem Verhältniß V : P. Oft ist die Reibung so groß, daß sie allein die Last erhalten kann. Daher bedienet man sich der Schraube häufig, um Körper an einander zu befestigen. Vom Gebrauch der Schraube, um feine Bewegungen hervorzubringen und kleine Größen zu messen, ist bereits in der Geometrie S. 228. geredet worden.

68) Anmerkung. Den Hebel, die Rolle, die schiefe Ebene, den Keil und die Schraube nennt man die einfachen Maschinen oder mechanische Potenzen. Durch ihre Verbindung entstehen die zusammengesetzten Maschinen, wovon in der Maschinenlehre gehandelt wird. Die einfachen Maschinen lassen sich insgesammt, wie gezeigt worden ist, auf den Hebel und die schiefe Ebene zurückführen, und man kann daher mit Recht behaupten, daß sich die ganze practische Maschinenlehre auf die Theorie dieser beyden einfachen Maschinen gründe. Von ihnen, und also von allen aus ihnen zusammengesetzten Maschinen, gilt für den Zustand des Gleichgewichts das Cartesianische Gesetz, daß sich Kraft und Last umgekehret, wie die Wege, welche sie in dem

ersten Augenblick der Bewegung beschreiben, verhalten. Man nennt es auch das Gesetz des Bestrebens nach Geschwindigkeit, und bedienet sich desselben mit großem Vortheil bey der Beurtheilung der Kräfte an den zusammengesetzten Maschinen, für den Zustand des Gleichgewichts.

Von dem Zusammenhang, als dem Maaß der Festigkeit der Körper.

69) Man befestige einen festen Körper a b von der Gestalt eines Cylinders oder Parallelopipedums lothrecht an einem Ende a Fig. 44. und hänge an das andere Ende b nach und nach so viele Gewichte, bis er zerreißt, so drücken die in b angehängten Gewichte, nebst dem Gewicht des abgerissenen Stücks c b die absolute Festigkeit oder das Maaß des Zusammenhangs des Körpers aus. Wenn die Gewichte an dem zu zerreissenden Körper mit einem gewissen statischen Moment wirken, wie Fig. 45, wo der Körper wagrecht in a befestiget ist, so nennt man die Größe des Gewichts P, die relative Festigkeit des Körpers a b.

Das Moment des relativen Gewichts ist P . a b, hierzu kommt noch das Moment des Gewichts p von a b selbst = p . a c. Wenn Π . a b = p . a c, oder $\Pi = \frac{p \cdot ac}{ab}$ ist, so wird das Gewicht Π in b eben so viel wirken als das Gewicht p in c. Man kann sich den Körper a b ohne Schwere und dafür ein Gewicht Π zu P gelegt denken, so erhält man die Größe des relativen Zusammenhangs vollständig. Ich bezeichne beyde Gewichte $P + \Pi$, der Kürze wegen, durch Einen Buchstaben P.

Wenn a b durch die Kraft P bey a gebrochen wird, so wird die Trennung der Theile in dem Punct a anfangen, und sich nach d hin erstrecken. Man kann daher a d b als einen in d befestigten Winkelhebel be-

trachten, an welchem die Cohasion des Queerschnittes (die man sich im Mittelpunct desselben vereinigt denkt) und die Kraft P einander entgegenwirken. Die Cohäsion heiße C, so ist für den Zustand des Gleichgewichts $C . \frac{1}{2} a d = P . a b$, oder

$$C = \frac{P . ab}{\frac{1}{2} ad} = \frac{2 P . ab}{ad}$$

welches dazu dienet, aus der beobachteten relativen Festigkeit die Cohäsion, oder die absolute Festigkeit zu bestimmen. Es sey z. B. $a b = 20$ Fuß, $a d = 0{,}5$ Fuß P, $= 10$ Centner $= 1000$ ℔, so ist $C = \frac{2 . 1000 . 20}{0{,}5} = 80000$.

d. i. derselbe Körper würde in der lothrechten Lage Fig. 44. eine Kraft von 80000 ℔ zum Zerreissen erfordert haben.

Wäre ein Balken in der Mitte unterstützt Fig. 45*. und würde durch zwey gleiche Kräfte Q an beyden Enden gebrochen, so würde sich jede der brechenden Kräfte Q zu der brechenden Kraft P Fig. 45. verhalten wie $c b : a b$, d. i. bey übrigens gleichen Umständen $Q = 2 P$ seyn. Die Unterstützung c hält hierbey einen Druck $= 2 Q = 4 P$. aus. Hieraus folgt, daß ein Balken Fig. 45**. an beyden Enden unterstützt in der Mitte eine Last S tragen kann, welche $= 2 Q = 4 P$ der 4fachen relativen Cohäsion am Ende gleich ist. Sucht man, wie groß eine Last S ist, welche der Balken a b Fig. 45**. an beyden Enden unterstützt, in irgend einem Punct d ausser der Mitte tragen kann, so hat man allgemein, $b d . a d : b c^2 = S : S^1$ oder $S^1 = \frac{b c^2}{a d . b d} S = \frac{b c^2}{a d . b d}$ $2 Q = \frac{b c^2}{a d , b d} 4 P$, welche Gleichung darzu die-

net, die Stärke horizontaler an ihren Enden unterstützter Balken, in jeder Stelle aus der relativen Cohäsion P zu finden. Denn man denke sich den Körper in d unterstützt, und suche die brechenden Kräfte R und T, ihre Summe ist = S^I, so wie Q + Q = 2 Q = S ist Fig. 43*. Aber R : T = d b : a d

folglich $T = \frac{ad.R}{db}$ und $S^I = \frac{ad.R}{db} + R =$

$\left(\frac{ad + db}{db}\right) R = \frac{ab\,R}{db}$, daher

$S : S^I = 2\,Q : \frac{ab.R}{db} = Q : \frac{ab.R}{2.db}$

Q : R = a d : a c also

$S : S^I = ad : \left(\frac{ab.ac}{2db} = \frac{ac^2}{db}\right)$

$S : S^I = ad . db : ac^2$.

70) Anmerkung. Die Erfahrung hat gelehret, daß der absolute Zusammenhang bey denselben Körpern in dem directen Verhältnisse ihres Querschnittes steht, d. i. mit der Menge der zu zerreissenden Theile wächset und abnimmt.

Mouschenbroek hat in seiner Dissert. de cohaerentia corporum firmorum und noch umständlicher in seiner introductio ad philos. naturalem, de cohaerentia et firmitate, viele sehr lehrreiche Versuche sowohl über den absoluten als relativen Zusammenhang der Körper; insbesondere der Metalle, Hölzer, Stricke, Tücher, Felle, Saiten, Knochen und Gläser angestellt. Die folgende Tafel drückt den absoluten Zusammenhang der reinen Metalle aus, von welchen gegossene Parallelepipeden 0,17 rhein. Dec. Zoll ins Gevierte im Querschnitt, an einem Ende befestigt, und am andern Ende bis zum Zerreissen mit Gewichten beschweret wurden.

Gold zerriß	von	578	℔	—	spec. Gew.	19,238
Kapellensilber	—	1156	—	—	——	11,091
Kupfer	—	638	—	—	——	8,181
Japan. Kupfer	—	573	—	—	——	8,726
deutsches Eisen	—	1930	—	—	——	7,807
englisches Zinn	—	150	—	—	——	7,295
eine andere Sorte	—	188	—	—	——	
Banca Zinn	—	104	—	—	——	7,216
Malacca Zinn	—	91	—	—	——	6,125
englisches Bley	—	25	—	—	——	11,333
Spießglasmetall	—	30	—	—	——	4,500
Zink von Goslar	—	76	bis 83	℔	——	7,215
Wismuth	—	85	— 92	—	——	9,850

Hiervon weichen etwas ab des Grafen von Sickingen Versuche (Vers. über die Platina, Mannheim 1782.). Er ließ aus einigen Metallen Dräthe machen von 0,3 par. Linien im Durchmesser, welche zum Zerreissen erforderten.

Gold	16	℔	6	Unz.	—	—	$43\frac{3}{7}$ Gr. franz. Gewicht
Silber	20	—	11	—	1	Quint.	$43\frac{1}{7}$ —
Platina	28	—	7	—	3	—	— —
Kupfer	30	—	7	—	—	—	64 —
Eisen	60	—	12	—	—	—	8 —

Alle Metalle dehnen sich, ehe sie zerreissen, und zerreissen alsdann in einer kleinern Fläche, als sie vor der Ausdehnung hatten.

Wird das Dehnen durch die Art der Unterstützung verhindert, so erhalten diese Körper dadurch eine grössere relative Festigkeit. Den absoluten Zusammenhang einiger Hölzer nach Muschenbroek giebt die folgende Tafel an; es waren Parallelopipeden im Querschnitt von 0,27 rheinl. Dec. Zoll ins Gevierte.

Büchenholz	zerriß	von	1250 ℔
Espenholz	—	—	1250 —
Eichenholz	—	—	1150 —
Lindenholz	—	—	1000 —
Erlenholz	—	—	1000 —
Ulmenholz	—	—	950 —
Tannenholz	—	—	600 —
Fichtenholz	—	—	550 —

Der Zusammenhang von Seilen verhält sich bey gleicher Güte des Materials, wie die Zahl der gleich

dicken Fäden, aus welchen sie bestehen, oder wie ihre Durchmesser. Nach Muschenbroek verhält sich die Cohäsion von Fäden von der Dicke eines Pferdehaars aus den nachstehenden Materialien.

Seide hielt	33915	Gran
Spinnenfäden	1580	—
Flachs	11710	—
Menschenhaar	9635	—
Pferdehaar	7970	—

Ein weißes hänfnes Seil, dessen Umfang 0,6 rhl. Zoll, und das aus 6 Seilchen gewunden war, hielt 210 ℔. Ein graues hänfnes Seil, ebenfalls aus 6 Strickchen gewunden, und 0,54 Umfang hatte, hielt 240 ℔.

Das Winden vermindert den Zusammenhang der Seile, daher nimmt der Zusammenhang dicker Seile, welche aus mehreren Stricken bestehen und stärker als dünne gewunden werden, nicht genau im Verhältniß ihrer Dicken zu. Dieß bemerkte ebenfalls Muschenbroek, und schlug daher vor, die Seile, statt auf die gewöhnliche Art zu winden, aus den einzelnen Stricken wie Zöpfe zusammenzuflechten, weil er glaubte, daß gewebene Seile nicht ausführbar, oder wenigstens für die Ausübung nicht brauchbar seyen.

Indessen sprechen neuere Erfahrungen für den Gebrauch der gewebenen Seile. Man sehe: Ueber die Stärke rund gewobener Seile, wie sie nach Muschenbroekischen Grundsätzen auf dem Bichlhof bey Calw im Wirtembergischen verfertigt werden; v. W. G. Rappolt. Tübingen 1796. Die hier beschriebenen gewebenen Seile bestehen aus parallelen schwach gezwirnten Fäden; vermittelst eines Eintrags, welcher die parallelen Zettelfäden umschlingt, werden sie rund ohne Naht und schlauchförmig gewebt. Ein solcher Faden trug im Mittel $3\frac{1}{2}$ ℔, 54 im Gewebe trugen 213 ℔.

Bey einem größern Gewicht rissen alle Fäden zugleich. Ein anderes Seil aus 96 Fäden $2\frac{3}{4}$ Lin. par. M. im Durchmesser trug 383 ℔. 18 dreyfache, oder 54 einfache Fäden in einen Zopf geflochten, trügen nur 171 ℔. Drey gewebte Seilchen von 54 Fäden trugen, in einen wenig lockern Zopf geflochten, nur 608 ℔. Ungeflochten würden sie $3 . 213 = 639$ ℔ getragen haben. Drey gewebte Seilchen von 96 Fäden trugen in einen harten

Zopf geflochten nur 817 ℔; nach parallelen Linien, vermittelst eines hinlänglichen Eintrags verbunden, trugen sie 1149 ℔. Dieses zeigt den Nachtheil des Flechtens bey Seilen. Gewebte Seile von verschiednen Durchmessern können in einander gesteckt werden, um sehr starke Seile von einer cylindrischen Gestalt zu erhalten. Die Erfahrung muß freylich erst lehren, ob solche schlauchförmig gewebte Seile bey dem Gebrauch an Maschinen, wo sie große Lasten zu tragen haben, dem Reiben und Abnutzen eben so gut, als die auf die gewöhnliche Weise verfertigten, widerstehen.

71) Anmerkung. Es gehöret für die Naturlehre, die Umstände zu prüfen, wodurch der Zusammenhang eines Körpers vermehret oder vermindert wird. Im Allgemeinen wächst der Zusammenhang mit der Vermehrung der berührenden Theilchen. Daher werden Metalle stärker, wenn sie durch Hämmern, dichter, oder durch wiederholtes Schmelzen von fremdartigen Beymischungen gereinigt werden; Hölzer, wenn sie mit Oel oder andern fettigen Substanzen getränkt werden, und dergleichen mehr.

72) Man nenne die Breite b die Höhe h, die Länge l eines Parallellepipedums, wenn B, H, L eben das bey einem andern, und c, C die absoluten, p, P die relativen Festigkeiten von beyden bezeichnen; so hat man nach (71) $c : C = b\,h : B\,H$ und aus

$$(69)\quad P = \frac{\frac{1}{2}\,H\,C}{L},\quad p = \frac{\frac{1}{2}\,h\,c}{l}$$

$$\text{oder } P : p = \frac{H\,C}{L} : \frac{h\,c}{l}.$$

Setzt man in dem letzten Verhältniß für C : c das gleiche Verhältniß B H : b h; so erhält man

$$P : p = \frac{H^2\,B}{L} : \frac{h^2\,b}{l}$$

Die relativen Festigkeiten verhalten sich wie die Prodncte aus den Quadraten der Höhen in die Breiten dividiret durch die Längen. Hieraus folgt, daß sich bey gleichen Längen und Breiten die relativen Festigkeiten wie die Quadrate der Höhen, bey gleichen

Höhen und Längen wie die Breiten, und bey gleichen Breiten und Höhen umgekehret wie die Längen verhalten. Auch erhellet hieraus, warum derselbe Körper bey einerley Entfernung von der Unterstützung mehr trägt, wenn er auf der schmalen, als wenn er auf der breiten Seite liegt. Es ist nämlich der Hebelarm der absoluten Festigkeit $= \frac{1}{2}H$ größer in dem ersten als dem andern Fall.

Da die relative Festigkeit eines Körpers bey übrigens gleichen Umständen mit dem Quadrat der Höhe seines Querschnittes wächset, so kann man blos durch Abänderung des Querschnittes die Festigkeit eines Körpers sehr vermehren. Es seyen z. B. a, b Fig. 46. die dem Flächeninhalt nach gleichen Querschnitte zweyer Körper von gleicher Länge, die Höhe von b sey doppelt so groß als von a, so trägt b in horizontaler Lage viermal so viel als a.

73) Die relative Festigkeit der Körper läßt sich unter gewissen Bedingungen noch mehr vergrößern, wenn man sie hohl macht. Ich habe hierüber einige Versuche angestellt, wovon ich nur die Resultate kurz anführen will. Hohle Parallelepipeden von Holz Fig. 47. I. tragen in horizontaler Lage eben soviel, als wenn ihre Theile a, a, b, b einzeln gebrochen würden. Sie tragen daher nur alsdann mehr als massive von gleichem Querschnitt, wenn die Höhen a, a beträchtlich größer als bey den massiven sind. Uebrigens haben solche hohle Holzverbindungen vor massiven Hölzern von gleichem Querschnitt und Länge den Vortheil, daß sie sich durch dieselbe Last weniger biegen, als die massiven. Ich habe zwey Parallelopipeden von Eichenholz auf eine Länge von zwey Pariser Fuß durch in der Mitte angehängte Gewichte gebrochen, das massive war 6 Linien breit und hoch, das hohle 6 Linien breit und 10 hoch, die Theile a, a des hohlen waren eine Linie, die Theile b, b zwey Linien

dick. Der Querschnitt des hohlen Körpers war jedoch $\frac{1}{6}$ stärker, als der Querschnitt des massiven. Das massive Parallelopipedum trug $65\frac{1}{2}$ ℔, das hohle 85 ℔, und dieses bog sich bey gleicher Last nur den dritten Theile so viel als jenes. Hohle Cylinder von ringförmigem Querschnitt Fig. 47. II. tragen verhältnißmäßig mehr als hohle Parallelepipeden von gleichem Querschnitt und Höhe. Die Ursache liegt darin, wenn die obern Theile a b eines solchen Querschnittes weichen sollen, so kann dieß nicht anders geschehen, als daß der Keil a c b heruntergedrückt wird, wodurch die seitwärts liegenden Theile nach den Richtungen d a, d b ausweichen müssen. Widersetzt sich diesem Ausweichen der Zusammenhang der Theile, so kann sich der Körper durch die auf a b wirkende Last nur um den Punct e biegen, und der Hebelarm der Cohäsion des Queerschnittes ist derselbe, als wenn der Querschnitt massiv wäre. Man nenne den Halbmesser eines Cylinders $= R$, den Halbmesser der Höhlung $= r$, so lehren Theorie und Erfahrung, daß die relative Stärke eines massiven Cylinders vom gleichen Halbmesser und der Länge $= L$ durch $\frac{\frac{8}{3} R^3}{L}$ ausgedruckt werde.

Da nun die relativen Stärken des hohlen und massiven Cylinders bey gleichem Hebelarm der Cohäsion wie die Querschnitte sind, so hat man

$$R^2 : R^2 - r^2 = \frac{\frac{8}{3} R^3}{L} : \frac{\frac{8}{3} R \cdot R^2 - r^2}{L}.$$

Das letzte Glied drückt die relative Stärke des hohlen Cylinders aus. Versuche haben mich belehret, daß bey hohlen hölzernen Cylindern die Voraussetzung, unter welcher die Formel $\frac{\frac{8}{3} R \cdot (R^2 - r^2)}{L}$ richtig ist,

nur dann zutrifft, wenn die Dicke des Rings stärker als der Durchmesser der Höhlung ist; bey sehr dünnen Ringen verwandelt sich die Formel in folgende

$$\frac{\frac{8}{3}\,(R - \frac{3}{4}\,r)\,(R^2 - r^2)}{L}.$$

Eigentlich fällt die Stärke hohler hölzerner Cylinder in die Mitte zwischen die durch beyde Formeln ausgedruckten Werthe, und nähert sich bald mehr der ersten, bald der andern Formel, je nachdem die Dicke des Holzes gegen den Durchmesser der Höhlung groß oder klein ist.

Für hohle metallene Cylinder kenn man die erste Formel immer gebrauchen, wenn nur die brechende Last nicht in den Cylinder an einer einzelnen Stelle einschneiden kann, welches dadurch verhütet werden muß, daß man die Last über mehrere Stellen der Oberfläche vertheilet. So habe ich z. B. durch Versuche gefunden, daß bey einem messingnen Cylinder von dünnem Spenglerblech 1 Zoll dick und 1 Fuß lang der Theil, worauf die brechende Last wirkt, eine Länge von 14 Linien haben muß, wenn der hohle Cylinder so viel tragen soll, als die erste Formel angiebt. Wirkte die Last nur auf eine Stelle von zwey Linien, so gilt die zweyte Formel. Die Länge, worüber die Last vertheilet werden muß, ist mit dem Halbmesser und der Länge des hohlen Cylinders veränderlich, und verhält sich $= \frac{R^3}{L}$, woraus sie jederzeit nach der obigen Erfahrung bestimmt werden kann. Wegen der Versuche, worauf sich die Beweise der angeführten Sätze gründen, muß ich auf einen Aufsatz in Grens n. Journal der Phys. 4. B. über den relativen Zusammenhang hohler fester Körper verweisen. Ich füge hier nur noch ein Exempel zur Erläuterung der Rechnung bey.

Es sey der Halbmesser R = 1 Zoll, die Dicke des Ringes = 1 Linie, folglich r = 11 Linien = $\frac{11}{12}$ R, so hat man für die Stärke des hohlen Cylinders, die Länge = 1 gesetzt = $\frac{8}{3}$ 12 $(12^2 - 11^2)$ = 736.

Sucht man die Stärke des massiven Cylinders von gleichem Querschnitt, so heiße sein Halbmesser = x dieß giebt $\frac{8}{3}$ x^3 = $\frac{8}{3}$ 12 $(12^2 - 11^2)$ oder x^3 = 12 $(12 - 11^2)$ x = 6,5. Der Querschnitt des massiven Cylinders verhält sich zum Querschnitt des hohlen = 42 : 23; er ist beynahe noch einmal so groß.

74) Die relative Festigkeit der Körper gegen einen lothrechten Druck wächset, wenn der Körper aus der horizontalen in eine geneigte Lage kommt Fig. 48. Man hat hier unter der §. 69. gemachten Voraussetzung P . ce = C . $\frac{1}{2}$ dc oder weil ce = cb . cosin bce ist

$$P \cdot cb \cdot \text{cosin } bce = C \cdot \tfrac{1}{2} cd$$

$$P = \frac{C \cdot \frac{1}{2} cd}{cb \text{ cosin } bce}$$

. Je größer also der Winkel bce, das ist, je kleiner sein Cosinus wird, desto größer wird P. Für eine lothrechte Lage von cb gäbe die Gleichung P unendlich groß, welches der Erfahrung widerspricht.

Dieß rühret daher. Die Bestimmung von P gründet sich auf die Voraussetzung, daß der Körper in cd bricht, und sich dabey um den Punct c bewegt. Nun wird ein lothrecht auf einem wagrechten festen Boden stehender Körper durch keine lothrechte Kraft (sey sie auch unendlich groß) um den Punct c bewegt werden können. Wohl aber können sich Theile des Körpers über andere wegschieben und der Körper dadurch gedrückt werden, oder er kann sich durch das Verschieben seiner Theile biegen und in dem Bug brechen. Der Widerstand, welchen feste Körper gegen eine zerdrük-

kende Kraft äußern, ist noch nicht hinlänglich erforscht, er ist ungleich größer, als der, welcher sich beym Zerreissen äußert. In Hinsicht des Biegens und dadurch veranlaßten Zerbrechens lothrecht stehender Körper nimmt man gewöhnlich an, daß $P : p = \frac{H^2 B}{L^2} : \frac{h^2 b}{l^2}$ sey, woraus sich die Regeln für die Stärke der Stützen herleiten lassen. Unter H, h versteht man diejenige Seiten, welche vor dem Zerbrechen gebogen werden. Begreiflich werden dieß bey senkrecht stehenden Stützen die schwächsten Seiten seyn. Aus diesem Grunde tragen cylindrische Säulen von gleichem Querschnitt mit viereckigten mehr als diese, weil jene keine schwache Seite haben. Die Formeln zur Vergleichung der Stärke cylindrischer Stützen sind $\frac{d^3}{l^2} : \frac{D^3}{L^2}$, wo d, D die Durchmesser, und l, L die Höhen bedeuten.

Nach Muschenbroek hielt ein Stäbchen von Eichenholz 12 Zoll lang und 0,35 Zoll ins Gevierte des Querschnitts einen senkrechten Druck von 185 Pf. aus. Ein Stäbchen von Eschenholz 12 Zoll lang, 0,34 und 0,24 Zoll im Querschnitt hielt einen Druck von 55 Pf. aus. Ein Stäbchen von Fichtenholz mit dem Eichenen von gleichen Abmessungen ertrug einen Druck von 136 Pf.

Ein Stäbchen von Lindenholz von denselben Abmessungen nur 81 Pf.

Von der Reibung und der Steifigkeit der Seile, als Hindernissen der Bewegung.

75) Die bisher vorgetragenen Lehren vom Gleichgewicht der Kräfte an festen Körpern gründen sich auf die Voraussetzung, daß außer der Trägheit, Schwere und Festigkeit keine Eigenschaften der Körper sich den in sie wirkenden Kräften widersetzen, oder deren Effect ab-

ändern. Indeß lehret die Erfahrung, daß dieses nicht der Fall ist, und jene Voraussetzung wurde nur gemacht, damit die ersten Lehren vom Gleichgewicht der Kräfte an festen Körpern nicht zu verwickelt ausfallen sollten.

Wir müssen daher die Eigenschaften der Körper, welche wir bisher bey Seite gesetzt haben, nun besonders betrachten, um ihren Einfluß auf die vorhergehenden Lehren zu bestimmen. Wenn ein schwerer Körper auf einer festen wagrechten Ebene ruht, so wird die Wirkung seiner Schwere durch die Festigkeit der Ebene völlig aufgehoben, und es ist so gut, als wenn diese Kraft gar nicht da wäre. Vermöge des Gesetzes der Trägheit müßte daher die mindeste Kraft von der Seite den Körper auf der wagrechten Ebene in Bewegung setzen. Ist die unterstützende Ebene eine polirte Marmortafel, und der darauf ruhende Körper eine vollkommen glatte Kugel, so wird die Erfahrung den obigen Satz bestättigen. Die Kugel wird jeder seitwärts, parallel mit der Tafel wirkenden Kraft, sey sie auch noch so klein, ausweichen. Ist hingegen der unterstützende, so wie der darauf ruhende Körper rauh, und der letztere dabey von beträchtlichem Gewicht, so widerspricht die Erfahrung dem obigen Satz völlig.

Es erfordert eine beträchtliche Kraft, um den Körper auf der horizontalen Unterstützung fort zu bewegen, und diese Kraft ist desto größer, je größer das Gewicht des zu bewegenden Körpers, und die Rauhigkeit der Berührungsflächen ist. Man nennt die widerstehende Kraft, welche sich hier der Bewegung entgegen setzt, die Reibung oder Friction der Körper. Daß die Reibung ganz von der Schwerkraft verschieden ist, erhellet noch augenscheinlicher aus folgendem Versuch. Man denke sich an einer Rolle zwey gleiche Gewichte P, Q mit einander im Gleichgewicht. Wäre keine Reibung der Rolle an ihrer Achse, des Seiles an der Rolle und

keine Steifigkeit des Seiles vorhanden, so müßte das allermindeste Uebergewicht auf der einen Seite Q die Last Q unterwärts in Bewegung setzen, welches nicht geschieht. Es erfordert vielmehr ein Gewicht von beträchtlicher Größe um Bewegung hervorzubringen, welches man in der Mechanik die zur Bewegung nöthige Ueberwucht nennt. Die Kraft, welche sich der Ueberwucht entgegensetzt, kann nicht die Schwere seyn, da die Bewegung nach der Richtung der Schwere erfolgt, und von dieser Kraft eher befördert als gehindert würde. Es sind die Reibung und die Steifigkeit des Seiles, welche die Bewegung hindern. Beyde Kräfte müssen wir nun näher kennen lernen.

76) Wenn ein Körper über einen andern herbewegt werden soll, so kann man sich vorstellen, daß die Oberflächen mit unzählich vielen kleinen Erhebungen und Vertiefungen versehen sind, welche wechselsweise in einander eingreifen.

Soll nun eine Bewegung erfolgen, so müssen sich die Erhebungen der Körper entweder abreiben, oder niederdrücken, oder der eine Körper muß beständig aus den Vertiefungen über die Erhebungen des andern weggehoben werden. Das erste tritt ein bey der Bewegung zweyer harter spröder Körper über einander, das andere, wenn ein harter sich über einem weichen, und endlich das dritte, wenn ein harter sich über einen harten herbewegt, wie man sehr deutlich an der holpernden Bewegung einer Schleife auf einem unebenen Pflaster bemerken kann. Es mag nun die eine, oder die andere, oder mehrere von diesen Erscheinungen zugleich erfolgen, so wird immer Kraft nöthig seyn, um den davon herrührenden Widerstand zu überwinden. Die Kraft oder den ihr gleichen Widerstand nennt man die von der Rauhigkeit der Oberflächen herrührende Friction. Mit ihr vergesellschaftet sich eine andere Hinderniß der Bewegung, welche von der durch die Berührung der

Körper entstehenden Cohäsion herrühret. Da beyde zugleich sich der Bewegung entgegensetzen, so begreift man sie gewöhnlich unter dem gemeinschaftlichen Namen der Friction. Indessen richten sie sich nach ganz verschiedenen Gesetzen, und eben daher ist es nöthig, jede besonders zu betrachten.

77) Die von der Rauhigkeit der Oberflächen herrührende Reibung kann man bey einerley Körper ohne merklichen Fehler dem Gewicht des Körpers, oder allgemeiner, dem senkrechten Druck desselben gegen seine Unterstützung proportional setzen. Hiervon kann man sich durch eine sehr einfache Erfahrung überzeugen. Man lasse sich von einem Schreiner ein kleines Parallelopipedum verfertigen, dessen eine Seitenfläche a b Fig. 49. noch einmal so groß als die andere b c ist. Man bringe das Bretchen zuerst mit der breiten, dann mit der schmalen Seite auf einen horizontalen befestigten Tisch A B, Fig. 50. an welchem sich eine Rolle C befindet. Um die Rolle geht ein Faden, welcher mit dem einen Ende an dem Bretchen, mit dem andern an einer kleinen Wagschaale P befestiget ist. Nun bringe man nach und nach so viele Gewichte in die Wagschaale bis sich das Bretchen auf dem horizontalen Tische fortzubewegen anfängt; so wird man sich durch die Erfahrung überzeugen, daß es gleich viel Gewicht erfordert, das Bretchen mag auf der breiten oder schmalen Seite ruhen. Richtete sich die Friction nach der Größe der Oberflächen, so müßte sie in jenem Fall noch einmal so groß wie in diesem seyn. Man kann sich diese Erscheinung daraus erklären. Wenn das Bretchen auf der breiten Seite ruht, so sind noch einmal so viel Berührungspuncte da, als wenn es auf der schmalen ruht, aber in jener Lage wird jeder Berührungspunct mit einer Kraft = b c, in dieser mit einer doppelt so großen Kraft = a b gedruckt. Beschweret man das Bretchen mit Gewichten, so wird man finden, daß die Reibung sehr nahe im Verhältniß der Beschwerungen wächset.

78) Anmerkung. Hiermit will ich jedoch keineswegs behaupten, daß die Größe der berührenden Oberflächen gar keinen Einfluß auf die Größe der Reibung hätte. Vorzüglich, wenn man unter der Reibung den gesammten, sowohl von der Rauhigkeit der Oberflächen als von der Cohäsion herrührenden Widerstand, versteht, wie das folgende lehren wird.

79) Die von der Cohäsion herrührende Reibung wächset mit der Menge der Berührungspuncte, das ist, mit der Größe der Oberflächen, und mit der Glätte derselben. Hiervon kann man sich ebenfalls leicht durch die Erfahrung überzeugen. Zwey glatt abgehobelte Hölzer, trocken an einander gepreßt, hängen mit keiner merklichen Kraft zusammen, vermehret man ihre Berührungspuncte durch Befeuchten mit Wasser, so ist ihr Zusammenhang schon stärker. Viel stärker äussert sich der Zusammenhang, wenn man zwey naß gemachte polirte Marmorplatten über einander hergleitet, und er kann endlich bis zu vielen Hunderten von Pfunden anwachsen, wenn man zwey vollkommen ebengeschliffene Metallplatten von beträchtlicher Oberfläche durch etwas dazwischen gebrachtes Fett recht wohl anschließend an einander presset. Die Größe des Zusammenhangs wächset bis zu einer gewissen Gränze mit der Dauer der Berührung. Auch äussert sie sich nur auf sehr kleine Entfernungen oder bey der unmittelbaren Berührung. Daher ist sie bey Körpern von rauher Oberfläche, welche nur wenige sich unmittelbar berührende Puncte haben, nur gering, und verschwindet fast ganz, wenn diese Körper sich mit einer gewissen Geschwindigkeit über einander wegbewegen. Da hingegen die von der Rauhigkeit der Oberflächen herrührende Reibung, wie die Erfahrung lehret, bey bewegten sowohl als ruhenden Körpern, meistens nicht merklich von einander verschieden, und in manchen Fällen während der Bewegung größer als zu Anfang derselben ist.

80) Wenn man die beyden Arten der Reibung (77) (79) mit einander vergleicht, so erhellet, daß die

Gesetze, wornach sich ihre Wirkungen richten, oft gerade einander entgegen laufen. Dieses verursacht in den Erscheinungen der Reibung Widersprüche, welche, ohne auf die Verschiedenheit ihrer Ursacheu Rücksicht zu nehmen, unerklärbar seyn würden. Man bemerke sich hierüber im Allgemeinen Folgendes. Die von der Cohäsion herrührende Reibung ist gegen die von der Rauhigkeit der Oberflächen entstehende desto kleiner, je kleiner die berührenden Oberflächen, und je größer der Druck ist, daher fallen die Gesetze der Reibung bey Versuchen, welche mit Körpern von großem Gewicht angestellt werden, regelmäßiger aus, als bey Körpern von kleinem Gewicht. Durch eine zwischen die reibenden Flächen gebrachte Schmiere wird die Reibung der ersten Art vermehret, die Reibung der andern Art vermindert; doch beträgt gewöhnlich die Verminderung mehr als die Vermehrung, und dabey wird durch die Schmiere das wechselseitige Abnutzen der Körper verringert. Wenn die Schmiere durch den Gebrauch zäh wird, so vermehret sie die Reibungen beyder Art. Es ist daher eine Regel, von der Schmiere nicht mehr zu nehmen als gerade nöthig ist, die reibenden Flächen glatt zu erhalten. Die von der Cohäsion herrührende Reibung erreicht bey Körpern von einerley Art ihren größten Werth viel schneller als bey Körpern von verschiedener Art. Die folgenden sehr schätzbaren Erfahrungen werden zur Bestätigung des Gesagten dienen.

81) Anmerkung. Die Akademie der Wissenschaften zu Paris hat in den Jahren 1779. und 1781. einen Preis auf die Theorie der einfachen Maschinen mit Rücksicht auf die Effecte der Reibung und Steifigkeit der Seile gesetzt.

Den Preis, welcher verdoppelt war, erhielt Herr Coulomb. Aus dessen Abhandlung hat Herr Prony einen sehr vollständigen Auszug in seiner Architectura hydraulica S. 504. f. geliefert, woraus das Folgende genommen ist. Die Maschine, deren sich Hr. Coulomb zur Untersuchung der Reibung bediente, beruht im Gan-

zen auf der Fig. 50. angegebenen Einrichtung. Ein sehr fest stehender Tisch war mit einer 8 Fuß langen, 16 Zoll breiten, und 3 Zoll dicken glatt abgehobelten und polirten eichenen Bohle belegt, auf welcher Schleifen von verschiedener Art hergerütscht wurden.

Die Schleifen wurden mit verschiedenen Gewichten beschweret, und ihre reibende Flächen durch angebrachte Leisten nach Willkühr verkleinert. Ich theile hier nur die Hauptresultate der Versuche mit, wegen der umständlichern Beschreibung, wie sie angestellt wurden, verweise ich sie auf die angeführte Schrift. Die Reibung des Eichenholzes auf Eichenholz ohne Schmiere nach der Richtung der Fasern, nachdem die Reibung ihren größten Werth erreicht hat, beträgt 0,44 des Drucks im Mittel aus drey Versuchen bey sehr verschiedenem Druck. Die reibende Oberfläche betrug 3 Quadratfuß, wurde diese auf die kleinstmögliche Dimmension gebracht, so betrug die Reibung im Mittel 0,42.

Das Mittel aus beyden ist	=	0,43	des Drucks	
eben so giebt				
Eichen auf Fichten	= =	0,65	—	—
Fichten auf Fichten	= =	0,56	—	—
Ulmen auf Ulmen	= = =	0,47	—	—
Eichen auf Eichen, wenn sich die Fasern kreutzen	= =	0,26	—	—
Eisen auf Eichen ohne Schmier	=	0,20	—	—

Hierbey erlangte die Reibung sehr langsam erst nach 4 Tagen ihren größten Werth.

Kupfer auf Eichenholz	= =	0,18	—	—
Eisen auf Eisen	= =	0,28	—	—
Eisen auf Messing	= =	0,26	—	—

Bey Metallen, welche sich trocken über einander bewegen, erreicht die Reibung sehr schnell ihren größten Werth, und ist dem Druck proportional. Bey der größten Verminderung der berührenden Flächen betrug die Reibung bey Eisen und Messing nur $\frac{1}{6}$ des Drucks. Wenn die Flächen beschmieret werden, so erlangt die Reibung, vorzüglich bey Unschlittschmier, sehr langsam oft nach mehreren Tagen erst ihren größten Werth. Das Folgende enthält einige Resultate hierüber.

Eichen auf Eichen bey jedesmal erneuerter Unschlittschmier.

Bey einem Druck von 1650 ℔ wuchs die Reibung 6 Tage lang von 64 ℔ bis 622 ℔, oder von 0,04 bis zu 0,38, in einem andern Versuch von 0,04 bis zu 0,58 des Drucks.

Bey altgewordener Schmiere nahm die Reibung ebenfalls mehrere Tage von 0,08 bis 0,26 zu.

Kupfer auf Eisen bey frischer Schmier. Die Reibung wächset von 0,9 bis 0,11. Wenn man die Schmiere wegnimmt und die Metalle mit Olivenöl begießet, so erreicht die Reibung augenblicklich ihren größten Werth und beträgt nicht über $\frac{1}{7}$ des Drucks. Bedienet man sich statt des Olivenöls der Wagenschmier, so verhält es sich eben so.

Alle vorstehenden Reibungen setzen voraus, daß der Körper geruht habe, und sind bey dem Anfang der Bewegung bestimmt worden. Die nachfolgenden geben die Größe der Reibung bey schon erfolgter Bewegung an.

Reibung von Eichen auf Eichen nach der Richtung der Fasern ohne Schmiere im Mittel aus mehrern Versuchen

0,100 des Drucks bey kreutzenden Fasern	=	0,100
Eichen auf Fichten	= = =	0,158
Fichten auf Fichten	= = =	0,167
Ulmen auf Ulmen	= =	0,100
Kupfer und Eisen auf Eichenholz ohne Schmiere		
bey einer unmerklichen Geschwindigkeit	=	0,08
bey einer Geschwindigkeit von 1 Fuß in 1 Sec.		0,16

Eichen auf Eichen mit Unschlittschmier=

Reibung mit Cohäsion veränderlich von	0,036 bis	0,13
ohne Cohäsion beständig	= 0,035	

Reibung von Metallen auf Eichenholz mit Unschlittschmiere. Bey unmerklichen Geschwindigkeiten ist die Reibung klein, nimmt aber mit den Geschwindigkeiten zu.

Eisen auf Eichenholz bey einer langsamen Be=				
wegung	=	=	=	0,035
und wuchs bey zunehmender Geschwindigkeit bis				
zum 4fachen dieser Größe			=	0,140

Das Kupfer gab ähnliche Resultate.

Metalle auf Metallen bey eben unterbrochener Bewegung.

Eisen auf Eisen ohne Schmier=Reibung		0,283
Eisen auf Kupfer	= =	0,24

Wenn die reibenden Metalle sich wechselsweise abpolirt haben, so kommt die Reibung von 0,24 auf 0,17 herab.

Eisen auf Eisen bey einer Geschindigkeit von 1 – 7 Zoll in einer Secunde = =	0,099
Eisen auf Kupfer bey einer Geschwindigkeit bis zu 8 Zoll = = = =	0,093
Eisen auf Kupfer mit Oelschmiere auf einer Unschlittschmiere bey fortdauernder Bewegung bis zu einer Geschwindigkeit von 8 Zoll und darüber von	0,125
bis zu = = = =	0,027

(die letzte Zahl gehöret zum stärksten Druck).

Wenn das Unschlitt abgewischt wird und die Oberflächen nur noch fettig bleiben, so ist die Größe der Reibung bey verschiedenen Geschwindigkeiten und Größen des Drucks im Mittel beständig = = 0,120

Herr Coulomb zieht aus seinen Versuchen nachstehende Folgerungen:

1) Die Reibung von Holz auf Holz verursacht, wenn die Flächen trocken sind, nach einer hinlänglichen Ruhezeit einen Widerstand, welcher dem Druck proportional ist; dieser Widerstand nimmt in den ersten Augenblicken der Ruhezeit merklich zu; aber nach einigen Minuten erreicht er gewöhnlich seine Gränze.

2) Rütscht ein Holz trocken über das andere mit einer gewissen Geschwindigkeit, so bleibt die Reibung noch dem Druck proportional, aber ihre Stärke ist weit geringer als diejenige, welche man bemerkt, wenn man die Flächen nach einer Ruhezeit von einigen Minuten von einander trennt.

3) Die Reibung der Metalle auf Metallen ohne Schmiere ist gleichfalls dem Druck proportional, ihre Stärke aber bleibt die nämliche, man mag ihren Zusammenhang erst nach einer gewissen Ruhezeit aufheben, oder eine gleichförmige Geschwindigkeit unterhalten wollen.

4) Wenn Flächen verschiedener Art, wie Holz und Metall sich ohne Schmier an einander reiben, so sind die Resultate von den vorhergehenden sehr verschieden, denn die Größe der Reibung wächset während der Ruhezeit langsam, und erreicht oft erst nach mehreren Tagen ihr Größtes, da sie bey den Metallen in einigen Augenblikken, und bey den Holzarten in einigen Minuten ihr Größtes erlangt. Bey allen Holzarten, die ohne Schmiere über einander, rütschen, und bey Reibung der Metalle unter einander hat die Geschwindigkeit einen sehr gerin-

gen Einfluß auf die Reibung: bey ungleichartigen Flächen aber wächset die Reibung sehr merklich, wie die Geschwindigkeiten größer werden, so daß die Reibung beynahe in einer arithmetischen Progression wächset, wenn die Geschwindigkeiten in einer geometrischen zunehmen.

82) Die Reibung an dem physischen Hebel zu bestimmen. Vermöge der angeführten Erfahrungen kann man die Reibung ohne merklichen Fehler dem Druck proportional setzen. Der Druck heiße P, so bezeichne ich durch fP die Friction, wo f ein Bruch ist, welcher jedesmal durch die Erfahrung bestimmt werden muß. Gewöhnlich setzt man $f = \frac{1}{3}$ als einen mittlern Werth für die Größe der Reibung: ab Fig. 51. stelle einen physischen Hebel, Wagebalken oder dergleichen, cd die halbe Dicke der Axe, so wie c den Drehungspunct vor, man sucht, wie groß die Kraft P seyn müsse, welche Q nebst der Reibung an d überwinden könne. Wenn die Kraft P eine Bewegung hervorbringt, so wird der Punct d in dem ersten Augenblick der Bewegung nach der Tangente dg ausweichen, ihm widersetzt sich die Reibung nach der Tangente df, sie wirkt also an einem Hebelarm = cd. Es heiße das Gewicht der Maschine p, so ist der gesammte Druck auf d = p + P + Q und die Reibung f (p + P + Q) das Moment, womit sie sich der Kraft P widersetzt = f (p + P + Q) cd. Folglich hat man für den Zustand des Gleichgewichts $Pca = Qcb + f(p + P + Q)cd$,

folglich $P = \frac{Qcb + f(p + P + Q)cd}{ca}$.

Ohne Reibung wäre $P = \frac{Qcb}{ca}$; folglich ist der durch die Reibung veranlaßte Zusatz der Kraft f $\frac{(p + P + Q)}{ca}$ cd desto kleiner, je kleiner bey übrigens gleichen Umständen cd gegen ca ist. Hieraus fließet, daß man die Reibung bey allen Maschinen, welche sich

um eine feste oder bewegliche Axe drehen, dadurch vermindert, daß man den Halbmesser der Axe so klein als möglich macht.

Um Bewegung hervorzubringen, muß P um den von der Reibung herrührenden Widerstand vergrößert werden. Die Vergrößerung kann man als ein Gewicht ansehen, welches wider neue Reibung veranlaßt, die überwunden werden muß. Um also genauer zu verfahren, so heiße man das wegen der Reibung zu P setzende Gewicht $= \Pi$, so hat man

$$(P + \Pi)\ ca = Q.cb + f\ (p + P + \Pi + Q)\ cd$$

oder

$$P.ca + \Pi.ca = Q.cb + f(p + P + Q).cd + f\Pi.cd$$

$$\Pi.ca - f\Pi.cd = Q.cb - P.ca + f(p + P + Q)\ cd$$

$$= f\ (p + P + Q)\ cd$$

weil $Q.cb = P.ca$.

Dieß giebt $\Pi = \dfrac{f\ (p + P + Q)\ cd}{ca - f.cd}$ von dem vorhin gefundenen Werth für die Größe der Friction wenig unterschieden, wenn $f\,cd$ gegen ca klein ist, wie meistens angenommen werden darf.

Sucht man f aus Π, so hat man

$$\Pi.ca = f\ (p + P + Q)\ cd + f\ \Pi.cd$$

$$\Pi.ca = f\ (p + P + Q + \Pi)\ cd$$

$$f = \frac{\Pi.ca}{(p + P + Q + \Pi)\ cd}$$

welches dazu dienet, die Größe der Friction am Hebel durch Versuche zu bestimmen.

Bey den gewöhnlichen Wagen, wo die Unterstützung über dem Schwerpunct liegt, muß man unter cd die Entfernung des Schwerpuncts vom Unterstützungspunct verstehen. Bey Wagen, wo diese Entfernung beynahe $= o$ ist, ist auch das Moment der Friction $f\ (p + P + Q)\ cd$ sehr nahe $= o$ oder $\Pi = o$. Dieß ist noch ein weiterer Grund, warum man Um-

drehungspunct und Schwerpunct des Wagebalkens nahe bey einander fallen lässet.

83) Die Reibung an der schiefen Ebene zu finden.

1) Der Zug der Kraft V Fig. 52. gehe mit der schiefen Ebene parallel. Der Druck von der Last P auf die schiefe Ebene ist P cosin a, die davon entstehende Friction f P cosin a, folglich

$$V = P \sin a + f P \cos a$$

$$\text{und } f = \frac{V - P \sin a}{P \cos a} = \frac{V}{P \cos a} - \frac{P \sin a}{P \cos a} = \frac{V}{P} \sec. a - \text{tang. } a.$$

Oeffnet oder schließet man den Winkel a der schiefen Ebene so lange, bis die Last P eben anfängt, längst der schiefen Ebene vermöge ihres relativen Gewichts hinabzugleiten, so ist dieses relative Gewicht der Reibung gleich, und man hat $P \sin a = f P \cos a$

$$\text{oder } f = \frac{\sin a}{\cos a} = \text{tang. } a,$$

welches dazu dienet, die Reibung auf der schiefen Ebene durch Versuche zu bestimmen.

2) Der Zug V gehe parallel mit der Grundlinie ac, so entsteht von P ein senkrechter Druck = P . cosin a auf die schiefe Ebene und eine Friction = f P cosin a, von V ein senkrechter Druck auf die schiefe Ebene = V . sin a, eine Friction = f V sin a, folglich hat man $V = P \text{ tang. } a + f P . \cos a + f . V . \sin a$, oder $V - V f \sin a = P \text{ tang. } a + f P . \cos a$

$$\text{giebt } V = \frac{P \text{ tang. } a + f P \cos a}{1 - f \sin a}.$$

Diese Formel kann zur Berechnung der Reibung am Keil und der Schraube angewendet werden.

84) Die Reibung bey einem Seil zu bestimmen, welches um einen Cylinder gewunden ist. Der senkrechte Querschnitt eines Cylinders ist ein Kreis, um welchen das Seil bey einem Umlauf gewunden wird. Ich will zur Erleichterung der Rechnung annehmen, das Seil sey um ein regulaires Polygon Fig. 53. gespannt. Die spannende Kraft am einen Ende des Seiles sey R, man sucht die y am andern Ende, nachdem es ganz herumgekommen ist.

Aus den spannenden Kräften nach SR, ST entsteht ein senkrechter Druck nach Sc, dessen Hälfte = Sn, wenn die spannende Kraft R durch Sm ausgedrückt wird. Man nenne den Polygonwinkel a, so ist $1 : \cos\frac{1}{2}a = Sm : Sn = R : R\cos\frac{1}{2}a$; also der gesammte Druck nach $Sc = 2R\cos\frac{1}{2}a$, und die davon herrührende Friction $= 2f.R\cos\frac{1}{2}a$. Um diese Größe nimmt die Spannung in ST zu, man heiße sie S, so ist $S = R + 2fR\cos\frac{1}{2}a = R(1 + 2f\cos\frac{1}{2}a)$. Nach ganz ähnlichen Gründen entsteht aus den Spannungen nach TS, TV eine Friction $= 2fS\cos\frac{1}{2}a$, um welche die Spannung TV, die ich T nenne, S übertrifft, daher hat man $T = S + 2fS\cos\frac{1}{2}a = S(1 + 2f\cos\frac{1}{2}a)$. Nennt man nach der Reihe die so vergrößerten Spannungen V, W, X, Y, so erhält man

$$\begin{aligned} S &= R(1 + 2f\cos\tfrac{1}{2}a) \\ T &= S(1 + 2f\cos\tfrac{1}{2}a) \\ V &= T(1 + 2f\cos\tfrac{1}{2}a) \\ W &= V(1 + 2f\cos\tfrac{1}{2}a) \\ X &= W(1 + 2f\cos\tfrac{1}{2}a) \\ Y &= X(1 + 2f\cos\tfrac{1}{2}a) \end{aligned}$$

Substituiret man alle diese Werthe rückwärts, so erhält man $Y = R(1 + 2f\cos\frac{1}{2}a)^6$.

Hieraus erhellet, daß die Spannung in einer geometrischen Progression wächset, wenn die Länge des Seils in einer arithmetischen zunimmt.

Die Schlüsse bleiben ungeändert, das Polygon mag so viel Seiten haben als es will. Die unbestimmte Anzahl der Seiten heiße n, der Poligonwinkel a, so ist

$$Y = R\,(1 + 2\,f\,\text{cosin}\,\tfrac{1}{2}\,a)^{n}.$$

Machte das Seil nochmals einen Umlauf um das Polygon, so wäre

$$Y' = R\,(1 + 2\,f\,\text{cosin}\,\tfrac{1}{2}\,a)^{2n} = Y^{2}$$

für drey Umläufe

$$Y'' = R\,(1 + 2\,f\,\text{cosin}\,\tfrac{1}{2}\,a)^{3n} = Y^{3}\ \text{u. s. w.}$$

Wenn die Zahl der Seiten unendlich groß wird, so verwandelt sich das Polygon in einen Kreis. Die allgemeine Auflösung der vorstehenden Aufgabe gehöret daher in die Rechnung des Unendlichen.

Man nähert sich aber der Wahrheit schon sehr, wenn man für n eine sehr große Zahl nimmt. Man setze $n = 360$ und berechne die Spannung für das 360 Eck.

Hier ist $a = 179°$, $\frac{1}{2}\,a = 89°\ 30'$ $f = \frac{1}{3}$ gesetzt, giebt $Y = R\,(1 + \frac{2}{3}\,\text{cosin}\ 89°\ 30')^{360}$

Die Rechnung läßt sich leicht mit Logarithmen führen, sie giebt $Y = 8{,}077\ R$ von der durch Rechnung des Unendlichen gefundenen Spannung für den Kreis $= 8{,}1169$ nur um 0,0399 verschieden. Aus y findet man leicht die Spannungen für einen halben, doppelten, dreyfachen Umlauf u. s. w., wenn man $\sqrt{Y}$, Y^2, Y^3 u. s. w. sucht. Ich setze sie hierher

für $\frac{1}{4}$ Umlauf	Y	=	1,6879 R
für $\frac{1}{2}$ Umlauf	—	=	2,8490 R
für 1 Umlauf	—	=	8,1109 R
für 2 Umläufe	—	=	65,8840 R
für 3 Umläufe	—	=	534,7800 R
für 4 Umläufe	—	=	4340,7000 R

Hieraus erhellet, wie schnell die Spannungen zunehmen, wenn das Seil über einen halben Umlauf gemacht hat. Setzt man R nur 1 ℔, welcher Widerstand (wie die Folge lehren wird) bloß von der Steifigkeit des Seiles herrühren kann, so widersteht ein 4mal um einen Cylinder gewundenes Seil schon mit einer Kraft von 4340 Pfunden.

Hieraus wird begreiflich, warum die größten Schiffe fest am Strande liegen, wenn nur ein Ankerthau etlichemal um einen fest stehenden cylindrischen Pfahl gewunden wird.

85) Anmerkung. Noch ist zu bemerken, daß die Reibung zwar überall, wo Bewegung hervorgebracht werden soll, einen Theil der bewegenden Kraft verzehret, und in sofern der Bewegung und den davon abhangenden Einrichtungen der Maschinen hinderlich ist. Auf der andern Seite bringt sie aber auch die größten Vortheile, da sie zur Befestigung der Maschinen dienet. Wir würden ohne Reibung nichts fest nageln, schrauben u. s. w., ja uns selbst nicht auf den Füßen stehend erhalten können, wenn der Boden nur die mindeste Abhängigkeit hätte.

Wenn ein Seil bac Fig. 54. um eine scharfe Ecke bad eines fest stehenden Körpers gebogen wird, in P zieht eine Last, in Q wirkt ihr eine Kraft entgegen, und man sucht das Verhältniß von Kraft zu Last, so ist (die Reibung bey Seite gesetzt) nur der Theil der Last P, welcher nach ae wirkt, das ist P cosin cae = P cosin bac der Kraft Q entgegengesetzt, der andere ec wird von der Festigkeit des Körpers bad gehalten. Der von den Kräften P und Q nach af entstehende Druck ist vermöge (84)=(P+P cosin bac) cosin $\frac{1}{2}$ bac und die Friction = f (P + P cosin bac) cosin $\frac{1}{2}$ bac. Soll also die Last P von Q bloß erhalten werden, so ist

$$P = Q \cos bac - f(P + P \cos bac) \cos \tfrac{1}{2} bac$$

desto kleiner, je kleiner cosin bac ist. Dieses dienet dazu, große Lasten an einem Seil, welches um einen festen Pfosten geschlagen wird, allmählich hinabzulassen, wie z. B. die Schröter mit großen Fässern zu thun pflegen.

Mittel

Mittel zur Verminderung der Reibung.

86) Den Widerstand zu vermindern, welchen die Reibung der bewegenden Kraft entgegensetzt, giebt es zwey Wege. Verminderung der Reibung selbst, und Verminderung ihres Momentes.

Die Reibung selbst wird vermindert, durch eine schickliche Auswahl der Körper, welche sich über einander bewegen sollen, und durch Veränderung der rütschenden oder schleifenden Bewegung in eine drehende oder rollende Bewegung. Wie sehr dieser Umstand die Reibung vermindere, erhellet aus folgendem einfachen Versuch.

Man lege auf eine bewegliche schiefe Ebene ein kleines Parallelepipedum von Holz, so wird man der Ebene eine Neigung von 18°, etwas mehr oder weniger, nach der Beschaffenheit des Holzes, geben müssen, bis das Parallelepipedum von selbst anfängt, längst der Ebene hinabzugleiten. Nun lasse man eine Kugel von demselben Holz drehen, welche mit dem Parallelepipedum einerley Gewicht hat, und lege sie auf die schiefe Ebene; so wird die Neigung der Ebene kaum 2° betragen, um die Kugel hinabrollen zu machen. Da sich hier die Größen der Reibung nach (83) wie die Tangenten der Neigungswinkel verhalten, so hat man

tang. 18° : tang. 2° = 0,32 : 0,035 wie 10 : 1

sehr nahe, oder die Reibung bey der rollenden Bewegung ist nur $\frac{1}{10}$ von der Reibung bey der gleitenden Bewegung und in den meisten Fällen noch viel weniger. Nach Herrn Coulomb betrug diese Art der Reibung bey einer Walze aus Guaiakholz von 6 Zoll im Durchmesser nur 0,006, und bey einer Walze aus demselben Holz von 2 Zoll 0,018 des Drucks. Der Widerstand hält sich umgekehrt wie der Durchmesser der Walzen.

Daher bringt man große Lasten so viel leichter auf den sogenannten Frictionswalzen, als ohne dieselben, durch bloßes Schleifen fort.

Die Frictionsrollen sind Maschinen, wodurch man das Moment der Reibung verkleinert, indem man sich der Reibung selbst als einer bewegenden Kraft bedienet. Fig. 55. erläutert die Einrichtung dieser Maschinen.

A, B stelle ein Rad an einer Welle vor, anstatt, daß sich die Welle B wie gewöhnlich in einer festen Pfanne drehe, lege man die Welle oder ihre Axe auf zwey Paar sich kreutzende Räder a, a, die sich um ihre Wellen b, b drehen. Die Räder a, a heißen Frictionsrollen. Durch die Reibung der Welle B an den Frictionsrollen werden diese um ihre Wellen b, b und zwar nach entgegengesetzten Richtungen gedreht; daher wirkt die Reibung von B als bewegende Kraft an den Frictionsrollen, und die bewegende Kraft braucht nicht größer zu seyn, als der Widerstand von der Reibung der Wellen b an dem Umfang der Rollen a ist. Man setze die Reibung der Welle b, b so groß als die Reibung von B in einer festen Pfanne seyn würde, und nenne diese Kraft = f. Der Halbmesser der Wellen b sey zu dem Halbmesser der Rollen a wie 1 : 10, so ist der Widerstand an dem Umfang der Rollen von der Reibung ihrer Wellen = $\frac{1}{10}$ f, und eben so groß ist die bewegende Kraft oder die Reibung der Welle B. Folglich erhellet hieraus, daß man die Reibung von B nach Belieben durch das Verhältniß der Halbmesser der Frictionsrollen und Wellen vermindern könne.

87) Anmerkung. Bey Seite gesetzt, daß die Frictionsrollen die Kosten einer Maschine sehr vermehren, so hat überdieß die Erfahrung gelehret, daß sie bey Maschinen von beträchtlichem Gewicht, welche einen ununterbrochenen gleichförmigen Gang haben, nichts taugen sollen. Denn erstens laufen sich die Frictionsrollen durch das stete Reiben der Welle B an ihrem Umfange bald aus, und dann veranlassen sie leicht eine zu schnelle Bewegung einer Maschine bey einer etwas ungleichförmig wirkenden Kraft.

Sie sind daher nur bey kleinen Maschinen, welche einen sehr leichten Gang haben sollen, mit Vortheil zu gebrauchen.

Von der Steifigkeit der Seile.

88) Man versuche es, ein etwas dickes Seil aus seiner geradlinigten Richtung in eine Krümmung zu biegen, so wird man einen gewissen Widerstand finden, welcher desto größer ist, je stärker die Krümmung ist, oder jemehr das Seil von seiner geradlinigten Richtung abgelenkt werden soll. Ein gebogenes Seil gerade zu machen, erfordert zwar auch Kraft, aber ungleich weniger, als das gerade zu biegen, weil in jenem Fall die Elastizität des Seiles zu Hülfe kommt, in diesem entgegenwirkt. Spannt man ein Seil an beyden Enden durch Gewichte und versucht es darauf zu biegen, so erfordert dieß um so viel mehr Kraft, je stärker die Spannung des Seiles ist. Der Widerstand, welchen das Seil hier leistet, hängt größtentheils von seiner Spannung, der, welchen es vorherleistete, von seiner Structur oder gewundenen Beschaffenheit ab. Beyde Arten des Widerstandes äussern sich vereinigt bey einer Rolle AcB Fig. 56., um welche ein mit Gewichten beschwertes Seil geschlagen ist. Man kann sich die Wirkung von der Steifigkeit des Seiles folgendermaßen vorstellen. P sey die Last, welche aufwärts bewegt werde, so muß sich das Seil an der Stelle A krümmen; da es nun einwärts gebogen werden soll, so widersteht es nach aussen, und sucht den Schwerpunct der Last von A in die lothrechte Linie aus a zu bringen, wodurch das Moment der Last vergrößert wird. In B soll das gekrümmte Seil gerade werden, das ist, nach aussen gebogen werden, es widersteht daher nach der Richtung B b. Da indessen dieser Widerstand gegen den bey A unbeträchtlich ist, so lässet man ihn in der Ausübung weg. Dieß giebt für den Zustand des Gleichgewichts an der Rolle, mit Rücksicht auf die Steifigkeit des Seiles, folgenden Ausdruck:

$$P \cdot Ca = Q \cdot CB \quad \text{oder}$$

$$Q = \frac{P.Ca}{CB} = \frac{P.CA + P.Aa}{CB} = P + \frac{PAa}{CB}.$$

$Q - P$ oder der Widerstand nach der Richtung der Last $= \frac{P.Aa}{CB}$. Heißt man den Halbmesser der Rolle R, so verwandelt sich dieser Ausdruck in $Q - P = \frac{P.Aa}{R}$, wo die Größe Aa durch Erfahrung bestimmt werden muß. Da der Widerstand des Seiles mit seinem Durchmesser zunimmt, so kann man ihn durch eine gewisse Potenz des Durchmessers d in eine beständige Größe multiplicirt ausdrücken; z. B. $Aa = ad^m$, wo a und m durch Erfahrung bestimmt werden müssen.

Setzt man diesen Werth in den vorhin gefundenen Ausdruck, so erhält man

$$Q - P = \frac{P \cdot ad^m}{R}.$$

Wenn $P = o$ wird, so ist auch $Q = o$, folglich giebt dieser Ausdruck bloß den durch die Spannung verursachten Widerstand des Seiles: man muß also hierzu noch den von der Structur des Seiles herrührenden Widerstand hinzusetzen, welcher ebenfalls einer Potenz des Durchmessers des Seiles proportional angenommen werden kann; man setze ihn $= bd^m$, und weil er mit dem vergrößerten Halbmesser der Rolle abnimmt $= \frac{bd^m}{R}$, so hat man endlich $P - Q = \frac{P \cdot ad^m}{R} + \frac{b.d^m}{R}$

$$= \frac{b + aP}{R} d^m.$$

89) Den Widerstand von der Steifigkeit der Seile durch Erfahrung zu bestimmen, dienet folgende Vorrichtung. Auf zwey parallelen in einer horizontalen Ebene liegenden Stäben AB, CD, Fig. 57. bringe

man eine Walze EF, beschwere sie mit gleichen Gewichten P, Q, die an einer sehr biegsamen Schnur um die Walze geschlagen sind, und untersuche durch Vermehrung des Gewichtes auf einer Seite die Reibung der Walze.

Hierauf bringe man ein steifes Seil mit demselben Gewichte um die Walze, und suche das Gewicht, welches auf einer Seite zur Bewegung der Walze erforderlich ist. Hiervon die Größe der Reibung abgezogen, bleibt der von der Steifigkeit des Seiles herrührende Widerstand übrig. Aus mehreren Versuchen, welche hier anzuführen der Raum nicht verstattet, fand Hr. Coulomb in der oben angeführten Schrift den Werth von m bey neuen und verpichten Seilern = 1,7, wofür er 2 setzt, und bey gebrauchten 1,4, wofür er $\frac{3}{2}$ schreibt, ferner a = 0,053; b = 2,45.

Dieß verwandelt obigen Ausdruck von P — Q in

$$P - Q = \frac{(2{,}45 + 0{,}053\,P)}{R}\, d^2 \text{ für neue Seile,}$$

$$P - Q = \frac{(2{,}45 + 0{,}053\,P)}{R}\, d^{\frac{3}{2}} \text{ für gebrauchte Seile.}$$

Ein Seil von sechs Lizfäden, 12 Linien im Umfang, oder 3,8 Linien im Durchmesser erforderte, um eine Walze von 4 Zoll im Durchmesser, bey einer Spannung von 625 ℔. 14,4 ℔. zur Biegung.

Berechnet man nach diesem Angeben den Werth von P — Q, indem man den Exponenten von d = 2 setzt, so erhält man 21 Pf., setzt man hingegen den Exponenten von d = 1,7, so erhält man 14,2 ℔ für die Steifigkeit des Seiles. Dieß zeigt, daß die oben angegebene Formel den Werth für die Steifigkeit des Seiles nicht zu klein, sondern ehe zu groß giebt, welches in der Ausübung weniger zu sagen hat.

90) Das Gleichgewicht zwischen den Kräften an der Rolle zu finden, mit Betrachtung der Reibung und der Steifigkeit des Seiles. Der Winkel A Fig. 58., welchen die Richtungslinien der Kräfte P, Q mit einander machen, heiße allgemein α, so entsteht aus ihnen eine mittlere Kraft nach der Richtung A a, welche (nach 31 Stat. und Buchstabenrechn. 52.) allgemein durch $\sqrt{(P^2 + Q^2 \pm 2PQ \cos\alpha)}$ ausgedruckt wird. Das obere Zeichen gilt für einen spitzen, das untere für einen stumpfen Winkel α. Von dieser Kraft entsteht auf die Axe in a ein senkrechter Druck und von ihm eine Friction nach der Tangente $ab = f\sqrt{(P^2 + Q^2 \pm 2PQ \cos\alpha)}$. Man nenne den Halbmesser ca der Axe, oder vielmehr der Büchse der Rolle $= r$, den Halbmesser der Rolle R, so hat man

$$R,Q = R.P + rf\sqrt{(P^2 + Q^2 \pm 2PQ\cos.\alpha)} + \frac{(b + aP)\,d^m}{R}$$

der letzte Theil druckt die Steifigkeit des Seiles aus.

Wenn, wie gewöhnlich, der Zug der Kraft mit dem Zug der Last parallel ist, so ist $\alpha = o$ und cos in $\alpha = 1$, da sich die Wurzelgröße in $P + Q$, und die Gleichung also verwandelt

$$R.Q = R.P + rf(P + Q) + \frac{(b + aP)\,d^m}{R}.$$

Hieraus ergiebt sich die Größe der Kraft

$$Q = \frac{RP + rfP + \frac{(b + aP)\,d^m}{R}}{R - rf} \quad \text{oder}$$

$$Q = \frac{RP\,(R + rf) + (b + aP)\,d^m}{R\,(R - rf)}.$$

91) Anmerkung. Ueber den Werth des Quotienten der Reibung f bey den Rollen hat Herr Coulomb ebenfalls unmittelbare Erfahrungen angestellt.

Er findet für

eiserne Axen und kupferne Büchsen		f =	0,16
ohne Schmier	= = =		
mit Unschlittschmier	= =	— =	0,085
mit Wagenschmier	= =	— =	0,119
Axen von Steineichen, Büchsen von Guaiak			
mit Unschlittschmier	= = =	— =	0,038
nach abgewischter Schmier	=	— =	0,06
Axen von Guaiak, Büchsen von Ulmen		—	
mit Unschlittschmier	= =	— =	0,03
nach abgewischter Schmier	=	— =	0,05
Axen von Buchsbaum, Büchse von Guaiak			
mit Unschlittschmier	=	— =	0,043
nach abgewischter Schmier	=	— =	0,07
Axen von Buchsbaum, Büchsen von Ulmen			
mit Unschlittschmier	= =	— =	0,035
nach abgewischter Schmier	=	— =	0,05

Die angewandten Rollen hatten 12 Zoll im Durchmesser, die Axe 3 Zoll.

II. Abschnitt.

Die Hydrostatik.

Von dem Gleichgewichte flüssiger unelastischer Körper ohne Schwere.

1. Vermöge (13. Stat.) heißt ein Körper flüssig, dessen Theile ohne merklichen Zusammenhang sind, und der kleinsten Kraft nach jeder Richtung ausweichen.

2) Anmerkung. Der geringe Zusammenhang, welcher die Bildung und das Zusammenfließen der Tropfen verursacht, wird hier bey Seite gesetzt.

3) Unter Wasser versteht man in der Hydrostatik jeden flüssigen Körper, bey welchem man nichts als Flüssigkeit und Schwere betrachtet.

Um alles auf die einfachsten Begriffe zurückzuführen, denken wir uns auch die Schwere hinweg, und untersuchen zuerst, was erfolgt, wenn Kräfte auf ein bloß flüssiges Wasser wirken.

4) Grundsatz. Wenn eine flüssige Masse in Ruhe ist, so müssen alle Theile derselben nach allen Richtungen eben so stark gepresset werden, als sie die angränzenden pressen.

Denn da jeder Theil einer flüssigen Masse nach allen Richtungen gleich leicht ausweichen kann, so erhellet, daß er nur alsdann in Ruhe bleiben kann, wenn er von allen umgebenden Theilen eben so stark gepresset wird, als er sie presset.

5) Aus dem vorhergehenden Satz folgt, daß, wenn eine Masse Wasser in ein festes Gefäß A B C Fig. 1. eingeschlossen ist, und auf einen kleinen Theil (Element) a b ihrer Oberfläche eine Kraft F nach einer auf a b senkrechten Richtuug wirkt, diese Kraft sich nach allen Richtungen mit gleicher Stärke durch die ganze Wassermasse fortpflanzt. Denn weil die Festigkeit des Gefäßes verhindert, daß irgend ein Theil der flüssigen Masse weichen kann, so müssen alle Theile mit gleichen Kräften einander entgegen wirken. Da nun das Element a b von der Kraft F gepresset wird, so müssen alle ihm gleichen Elemente c d, e f, sie mögen eine Lage haben, welche sie wollen, mit einer gleichen Kraft F gepresset werden, und entgegenpressen, wenn das Gleichgewicht nicht gestöhret werden soll.

6) Zwey ungleiche Elemente a b, g h, der Oberfläche einer in ein festes Gefäß eingeschlossenen Wassermasse Fig. 1. werden von zwey auf sie senkrechten Kräften F, G gepresset, man sucht das Verhältniß der Kräfte F : G für den Zustand des Gleichgewichts. g h sey größer als a b, so entsteht von der Kraft F auf jeden Theil von g h, welcher gleich a b ist, ein Druck = F vermöge (5), folglich auf das ganze Element g h ein Druck P, welcher F so vielmal enthält als a b in g h enthalten ist, oder man hat F : P = a b : g h und P = $\frac{g\,h}{a\,b}$. F. Diesem Druck muß G für den Zustand des Gleichgewichts gleich seyn, folglich G = $\frac{g\,h}{a\,b}$ F oder G : F = g h : a b.

Die Pressungen auf verschiedene Elemente einer flüssigen Masse verhalten sich für den Zustand des Gleichgewichts, wie die Größe der Elemente.

Hieraus folgt, daß ein kleiner Druck auf ein Element einer in einen festen Körper eingeschlossenen flüssi-

gen Materie auf die gesamte Oberfläche des einschließenden Körpers einen sehr starken Druck veranlassen könne.

Es sey z. B. ab = 1 Quadratzoll, und werde von 1 ℔ Kraft gepresset; die ganze Oberfläche ABC betrage 100 Quadratzoll, so verursacht das eine Pfund auf ab einen Druck von hundert Pfunden gegen die ganze Oberfläche.

7) Anmerkung. Anfängern kommt die vorstehende Folgerung oft unbegreiflich vor. Sie beruht, wie wir gesehen haben, auf der Natur der Flüssigkeiten einer auf sie wirkenden Kraft nach allen Richtungen auszuweichen, und ist im Grunde eben so wenig unbegreiflich, als daß 1 Pf. am geradlinigten Hebel 100 Pf. das Gleichgewicht halten könne.

Indessen unterscheiden sich eben dadurch die flüssigen von festen Körpern, daß diese nur nach der Richtung der auf sie wirkenden Kraft, jene aber nach allen Richtungen auszuweichen streben. Diese bleiben daher in Ruhe, wenn man der auf sie wirkenden Kraft eine gleiche entgegensetzt, jene nur alsdann, wenn von allen Seiten gleiche Kräfte einander entgegen wirken. Beyspiel A Fig. 2. sey eine Kugel, nach ihrem Mittelpunct wirken unter rechten Winkeln vier einander entgegengesetzte Kräfte + a = — a, + b = — b; a sey größer als b. Wenn die Kugel ein fester Körper ist, so wird ein Gleichgewicht erfolgen, weil + a — a und + b — b aufhebt. Ist die Kugel flüssig, so erfolgt kein Gleichgewicht, sondern es entsteht eine Abplattung nach aa und Verlängerung nach bb.

8) Anmerkung. Die Erscheinung (6) als bloße Folge der Flüssigkeit, gilt eben sowohl von flüssig-elastischen als flüssig-unelastischen Körpern.

Daher dienet der folgende Versuch den Satz zu bestätigen. An einem festen Gestell ab seyen mehrere Fäden cef, cgf rund um eine an dem Gestell herabhangende Blase so befestigt, daß sich die Blase nicht ausdehnen kann, ohne die Fäden bey ge aus einander zu treiben. An dem gemeinschaftlichen Ende f der Fäden hänge ein Gewicht P herab, so wird man durch Aufblasen der Blase vermittelst einer kleinen Oeffnung c im Stande seyn, durch die geringe Kraft des menschlichen Athems eine ganz beträchtliche Last P zu erheben.

Denn es sey z. B. der Querschnitt der Oeffnung zur Oberfläche der Blase, an welcher die Fäden anliegen = 1 : 100, so verhält sich die Kraft nach c d : zur gesammten Kraft nach d e = 1 : 100. Bedenkt man ferner, daß wegen der Zerlegung der Kräfte die Last P zur Kraft in e, welche ihr das Gleichgewicht hält = f e : d e ist, und setzt dieses Verhältniß nur = 10 : 1, so erhält man schon für die Kraft c zur Last P das Verhältniß 1 : 1000, und es erhellet, daß man dieses Verhältniß nach Willkühr durch Verkleinerung der Oeffnung c und Vervielfältigung der Fäden vergrößern kann. Daher ist es gar nichts Ungereimtes zu behaupten: es lasse sich eine Last von vielen Centnern in die Höhe blasen.

Von dem Gleichgewichte schwerer flüssiger unelastischer Körper.

9) Grundsatz. Ein der Schwere unterworfener flüssiger Körper kann nur alsdann in Ruhe seyn, wenn seine Oberfläche an jeder Stelle auf die Richtung der Schwere senkrecht ist. c a, b e Fig. 4. mögen die Richtungen der Schwere auf zwey angränzenden Elementen der Oberfläche vorstellen, man zerfälle eine jede in die Seitenkräfte c d, c b, b c, b f nach den Richtungen der Elemente der Oberfläche: so müssen alle diese Seitenkräfte einander gleich seyn, unter der Voraussetzung, daß je zwey einander entgegengesetzte, wie c b, b c einander aufheben und alles in Ruhe bleibt. Folglich sind auch die Winkel bey b, e gleich, oder es sind rechte Winkel.

Laufen die Richtungen der Schwere in einem Punct zusammen, so folgt aus dem vorstehenden Grundsatz, daß die Oberfläche der Flüssigkeit eine Kugelfläche bildet, wie die Oberfläche der Meere auf unsrer Erde. Nimmt man die Richtungen der Schwere als parallel unter einander an, wie es in kleinen Entfernungen verstattet ist (9. Stat.), so bildet die Oberfläche des Wassers eine ebene wagrechte Fläche.

10) Anmerkung. Der 9te Grundsatz wird durch die Erfahrung vollkommen bestätiget. Auf ihm beruht größtentheils das Wasserwägen, oder die Kunst, zu bestimmen, wie viel ein Ort der Erde höher oder tiefer als ein anderer liege. Ich verspahre, was hiervon gesagt werden soll, für einen besondern Abschnitt am Ende der Hydrostatik.

11) Jedes Theilchen a einer schweren flüssigen Masse Fig. 5, welche in Ruhe ist, wird mit einer Kraft nach allen Richtungen gedruckt, die der Größe des Theilchens und seiner Tiefe a b unter der Oberfläche des Wassers proportional ist. Denn man denke sich über dem Theilchen eine Wassersäule a b bis an die Oberfläche, so ruht das ganze Gewicht dieser Säule auf dem Theilchen, und es muß, wenn es nicht sinken soll, mit einer eben so starken Kraft aufwärts gedruckt werden. Und da sich die lothrechte Kraft b a auch seitwärts äußert (5), so muß das Theilchen a auch von allen Seiten eine Kraft erleiden, welche dem Gewicht der Säule b a gleich ist. Die Größe dieser Kraft ist aus der Größe von a und der Tiefe b a zusammengesetzt.

12) Schweres Wasser, welches sich in einer zusammenhängenden Röhre h c d g f e Fig. 5, von welcher Gestalt man will, befindet, kann nur alsdann in Ruhe seyn, wenn die Oberfläche desselben h c, e f sich in einer wagrechten Ebene befinden.

Denn man denke sich das in der Röhre enthaltene Wasser als einen Theil der Flüssigkeit in dem Gefäß ABC, so ist alles in Ruhe, wenn A C eine wagrechte Ebene ist. Das die Röhre umgebende Wasser verhindert, vermöge seines Seitendrucks, daß das Wasser von der Gestalt der Röhre nicht aus einander fließe. Das die Röhre umgebende Wasser werde plötzlich fest, so wird noch alles in Ruhe bleiben, weil die festen Seitenwände der Röhre nun eben das thun, was vorher das umgebende Wasser that, nämlich dem Druck von den Seiten zu widerstehen.

13) Eine unmittelbare Folge des vorhergehenden Satzes ist, daß ein kleines Gewicht Wasser einem sehr großen das Gleichgewicht halten kann. DCABFE Fig. 6. seyen zwey communicirende Röhren, von sehr ungleichen Querschnitten, so hält die schmale Wassersäule CD mit der großen ABFE das Gleichgewicht. Der Querschnitt von c verhalte sich zu dem Querschnitt von AB = 1 : 70. ABFE enthalte einen pariser Cubikfuß = 70 Pf. Wasser, so wiegt das Wasser in CD 1 Pf. und hält den 70 Pf. das Gleichgewicht. Denkt man sich die Wassersäule ABFE weg, so wird AB mit einer ihrem Gewicht gleichen Kraft aufwärts gepresset.

Wenn DCGHAB eine hohle Röhre ist, über welche man bey AB eine Blase spannen kann, so erhält man den von Wolf angegebenen anatomischen Heber oder den hydrostatischen Hebel, wenn AB eine bewegliche Ebene ist, welche durch einen ledernen Schlauch mit GH verbunden wird. Die zu hebende Last darf nicht größer als das Gewicht der Wassersäule ABFE seyn. Bey dieser Maschine findet, wie bey dem statischen Hebel, das Gesetz statt, daß sich die Wege bey erfolgter Bewegung umgekehret, wie die Kräfte in dem Zustand des Gleichgewichts, verhalten. Denn es sinke die Wassersäule DC herab, und trete in den Raum ABKI, so verhält sich die Höhe AI zur Höhe CD umgekehret, wie die Querschnitte von C zu AB, oder wie die zu diesen Querschnitten gehörigen Wassersäulen von gleichen Höhen. Nach den Zahlen des obigen Beyspieles wäre AI = 1, wenn CD = 70 ist.

Aus den Eigenschaften des hydrostatischen Hebels erklären sich die Erscheinungen von der oft ungeheuren Gewalt, welche das Wasser von Strömen und Seen gegen daran befindliche feste Dämme oder Gebäude ausübt, wenn es einmal den Grund derselben unterwühlet hat. Die Gewalt des Wassers ist desto größer, je tiefer der Durchbruch liegt, und je größer

die Grundfläche des festen Gebäudes ist. Der Durchbruch liege z. B. 20 Fuß tief, die Grundfläche des Gebäudes betrage 100 Quadratfuß, so drückt gegen dieselbe ein Gewicht von 20 . 100 = 2000 Cubikfuß Wasser, jeden zu 70 Pf. gerechnet, giebt 140000 Pf. = 1400 Centner Kraft.

14) Anmerkung. Auf dem 11ten Satz beruht ferner die Art, das Wasser durch Röhren von einem höhern nach einem niedern Orte zu leiten, um Brunnen an einem Ort anzulegen, wo unmittelbar kein Wasser quillt. Der Ort a, wo das Wasser herkommt, Fig. 7, muß etwas höher liegen, als der Ort b, wo es hingeleitet werden soll, der Boden dazwischen mag übrigens beschaffen seyn, wie er will. Es schadet also nicht, daß es zwischenliegende Stellen c, e, f giebt, welche tiefer liegen als der Ort b, wo das Wasser hingeführet werden soll.

Nur vermeidet man gerne sehr tiefe Thäler, wegen des großen Drucks, welcher daraus auf die Wände der Röhren entsteht, (wie wir gleich sehen werden) und allzuspitze Winkel der Röhrenleitung. Wo man die letztern nicht ganz vermeiden kann, läßt man senkrechte oben offene Röhren bis über den Wasserspiegel d b in die Höhe gehen, damit die Luft, welche sich in den spitzen Winkeln gerne ansammelt, und durch ihre Zusammenpressung die Röhren leicht sprengt, entweichen könne. Man nennt solche senkrechte oben offene Röhre, wie bey c Luftstöcke.

Die alten Römer verstanden die Kunst nicht, Wasser über Berg und Thal durch Röhren von höhern Orten nach minder hohen zu führen, sondern sie glaubten, das Wasser müsse stets auf einer geneigten Ebene a b herabfließen, daher bauten sie mit der größten Verschwendung ihre aquaeductus, prächtige Denkmäler der Kunst und ihrer Unwissenheit.

Vom Druck schwerer flüssiger Massen gegen den Boden und die Seitenwände der Gefäße.

15) Der ebene wagrechte Boden eines Gefäßes voll Wasser, von welcher Gestalt es sey, erleidet einen senkrechten Druck, welcher dem Gewicht einer Wasser-

säule gleich ist, die den Boden zur Grundfläche, und die Höhe des Wassers im Gefäße zur Höhe hat. Wenn das Gefäß ein senkrechter prismatischer oder cylindrischer Körper Fig. 8. I. ist, so erhellet der Satz von selbst, weil das Gewicht, des in dem Gefäß enthaltenen Wassers ganz auf dem Boden ruht. Hat hingegen das Gefäß die Gestalt Fig. 8. II. oder Fig. 8. III, so denke man sich von dem Boden des Gefäßes eine mit dem Gefäß communicirende prismatische Röhre a d c b. Das Wasser in derselben wird dem Wasser des Gefäßes das Gleichgewicht halten, wenn es mit ihm einerley Höhe a d hat. Folglich ist das Gleichgewicht des Wasserkörpers a d c b in jedem Fall dem Druck des Wassers auf den Boden gleich.

16) Anmerkung. Aus dem 15. Satz fließet, daß der Druck auf den Boden des Gefäßes viel mehr betragen kann, als das Gewicht des in dem Gefäß enthaltenen Wassers Fig. 8. III. Es verursachen nämlich die festen Seitenwände des Gefäßes an den verschiedenen Stellen e einen der zugehörigen Wassersäule e f gleichen Druck, welcher sich vermöge der Natur der Flüssigkeiten nach allen Richtungen, also auch nach dem Boden fortpflanzt. Doch ist zu bemerken, daß man diesen Druck gegen den Boden nur alsdann ganz empfinden würde, wenn der Boden beweglich wäre, und man eine Kraft von aussen anwendete, ihn an seiner Stelle zu erhalten. Ist der Boden fest, und man setzt das Gefäß auf eine Wage, so äußert sich hier bloß das Gewicht des Gefäßes und des darin enthaltenen Wassers. Der von der Spannung des Wassers herrührende Ueberschuß von Druck auf den Boden, wird durch einen eben so starken lothrechten Druck aufwärts gegen die festen Seitenwände aufgehoben.

17) Satz. Jedes Elemrnt a Fig. 9. der Seitenwand oder des Bodens eines Gefäßes voll Wasser leidet einen Druck, welcher senkrecht auf das Element, und so groß ist, als das Gewicht einer Wassersäule, die die Größe des Elements zum Boden und seine Tiefe unter dem Wasserspiegel zur Höhe hat. Denn man stelle sich das Element a in einer wagrechten Lage von

gleicher Tiefe a b, vor, so wird es unmittelbar von dem Gewicht der Wassersäule a b, welche über ihm steht, gedruckt. Da sich nun der Druck der Flüssigkeiten nach allen Richtungen gleich fortpflanzt, so folgt hieraus der Satz.

Setzt man, wie immer verstattet ist, das specifische Gewicht des Wassers = 1, so wird das absolute Gewicht einer Wassersäule durch ihre Größe ausgedruckt. Weil nach Stat. (12.) das absolute Gewicht $P = G \cdot V$, also = V für G = 1 ist. Die Größe irgend eines Elements der festen Wand eines Gefäßes heiße e^2, seine Tiefe unter dem Wasserspiegel t, so ist $e^2 t$ die Größe des Drucks auf das Element, welche man mit dem specifischen Gewicht des Wassersmultipliciren muß, wenn man die Kraft in Pfunden angeben will.

18) Satz. Der senkrechte Druck gegen die ganze Seitenwand eines Gefäßes c d Fig. 9. wird gefunden, wenn man die Größe der Seitenwand multipliciret mit der Tiefe des Schwerpunctes derselben unter dem Wasserspiegel. Denn man theile die Seitenwand in lauter kleine gleichgroße Elemente c 1, 12 und so w. deren jedes $= e^2$ heißen soll, die Tiefen der Elemente c 1, c 2 u. s. w. mögen a, b, c u. s. w. heißen; so hat man den Druck auf jedes der Elemente von oben an gerechnet nach (17)

$$a e^2,\ b e^2,\ c e^2 \text{ u. s. w.}$$

Alle diese einzelnen Pressungen zusammengenommen

$$a e^2 + b e^2 + c e^2 \ldots$$

geben den Druck auf die ganze Seitenfläche. Man sehe die einzelnen Pressungen als die statischen Momente von Gewichten an, deren jedes $= e^2$, und deren Entfernungen von dem Drehungspunct c nach der Reihe a, b, c u. s. w. sind, so erhält man für die Momente der Gewichte die obenstehende Reihe. Die Summe dieser Reihe zu finden, bedenke man, daß die Summe aller einzelnen Momente dem Momente des Schwer-

puncts

puncts gleich ist (34. Stat.). Man setze also für die Summe der Reihe, die Summe aller Gewichte multipliciret in die Entfernung des Schwerpunctes vom Drehungspuncte. Die Summe aller Gewichte ist hier die Summe aller e^2, das ist, die ganze Seitenfläche und die Entfernung des Schwerpunctes vom Drehungspuncte, die Tiefe des Schwerpunctes der Seitenfläche unter dem Wasserspiegel, woraus der Satz erhellet.

Beyspiel. Den Druck auf die Seitenwand eines senkrechten prismatischen Gefäßes voll Wasser zu finden. Hier ist die Seitenwand ein Rechteck, und die Tiefe ihres Schwerpunctes unter dem Wasserspiegel der halben Höhe cd des Rechteckes gleich Folglich ist der Druck auf die Seitenfläche gleich dem Gewicht einer Wassersäule, welche die Seitenwand zur Grundfläche und ihre halbe Höhe zur Höhe hat. Wäre die Seitenwand Bodenfläche, so würde der Druck auf sie gerade noch einmal so groß, dem Gewicht eines Parallelepipedums gleich seyn, das das Rechteck zur Grundfläche und seine Höhe zur Höhe hätte. cdef Fig. 9. sey der Durchschnitt des Parallelepipedums, welches den Druck des Wassers auf die Seitenwand, als Boden betrachtet, vorstellt, so ist cde der Durchschnitt eines dreyeckigten Prisma, welches mit dem Parallelepipedum einerley Höhe hat, und halb so groß ist, oder dem Druck auf die Seitenwand gleich ist. Da sich nun die Körper von gleicher Höhe wie ihre Grundflächen verhalten, so stellt cde den Druck auf die Seitenwand vor, wenn cdef den Druck auf die gleichgroße Bodenfläche bedeutet. Sucht man den Druck auf irgend einen Theil cg der Seitenwand, so ist derselbe $=$ cgh, wenn man gh mit de parallel zieht. Es ist aber

$$cgh : cde = cg^2 : cd^2$$

oder die Seitenpressungen auf verschiedene Tiefen verhalten sich wie die Quadrate der Tiefen. Es sey $cg = \frac{1}{2}$ cd, so ist der Seitendruck $cgh = \frac{1}{4}$ cde. Dieser Satz ist für den practischen Wasserbaumeister von großer

Wichtigkeit, bey der Anlegung von Dämmen und dergleichen.

Hätte man zum Beyspiel für eine gewisse Wasserhöhe Erfahrungen über die Stärke eines Dammes angestellt, so muß der Damm für die doppelte, deeyfache Wasserhöhe, viermal, neunmal so stark werden. Wollte man den Druck auf dem untenliegenden Theil der Seitenwand gd finden, so berechne man den ganzen Druck auf cd, und den Druck auf cg, ziehe diesen von jenem ab, so bleibt der Druck auf gd übrig.

Beyspiel. gd sey ein Schutzbret oder Schleusse 4 Fuß hoch, 6 Fuß breit, 3 Fuß tief unter Wasser. Dieß giebt den Druck auf cg $= 3 . 6 . \frac{3}{2}$ Cubikfuß $= 27$ Cubikf. den Druck auf cd $= 7 . 6 . \frac{7}{2} = 147$ Cubikfuß. Jenen von diesem abgezogen giebt den Druck auf die Schleusse $= 147 - 27 = 120$ Cubikfuß. Kürzer hätte man diesen Druck gefunden, wenn man die Tiefe des Schwerpunctes der Schleusse, mit der Größe derselben multipliciret hätte. Der Schwerpunct liegt in der Mitte der Schleusse, also hier 5 Fuß unter Wasser, die Größe der Schleusse ist $4 . 6 = 24$, folglich der Druck $5 . 24 = 120$ wie vorhin.

Auf die letzte Weise läßt sich der Druck auf jedes Stück der Seitenwand oder den Boden finden, das Gefäß mag eine Gestalt haben, wie man will, unter der Voraussetzung, daß man den Schwerpunct des Stückes der Seitenwand oder des Bodens finden könne. Die Bodenfläche des Gefäßes sey z. B. ein Stück einer Kugelfläche, so liegt der Schwerpunct i in der Mitte der Höhe des Kugelsegmentes. Man rechne es aus und multiplicire seinen Inhalt, als ebene Fläche betrachtet, mit der Tiefe des Schwerpunctes i. Das Gefäß sey eine Halbkugel von 4 Fuß im Durchmesser, so ist der Druck auf die Bodenfläche $= \frac{4^2 . 3{,}14}{2} . 1 = \frac{4^2 . 3{,}14}{2} = 25{,}12$ Cubikfuß. Der körperliche Inhalt der Halbkugel ist $\frac{4^2 . 3{,}14}{2} \frac{2}{3}$. Der Druck auf die Bodenfläche einer Halbkugel ist also um die Hälfte größer, als das Gewicht des in der Halbkugel enthaltenen Wassers.

20) Die vorstehenden Sätze finden ihre Anwendung bey der Berechnung des Drucks auf die Seitenwände von Röhrenleitungen, und der davon abhangenden Stärke der Röhren. Die Röhren, deren man sich zu den Wasserleitungen bedienet, sind hohle senkrechte Cylinder von Holz oder Metall 1, 2, 3, 4 und mehrere Fuße lang, welche im ersten Fall in einander gesteckt, im andern an einander geschraubt werden. A Fig. 10. sey ein solches Röhrenstück, dessen senkrechte Tiefe unter dem höchsten Wasserstand gegeben ist, man sucht den von dem Wasser auf seine innere Seitenwand herrührenden Druck. Liegt das Röhrenstück horizental, und ist seine Dicke oder der Durchmesser seiner Höhlung gegen die ganze Wasserhöhe klein, so kann man annehmen, daß alle seine Theile einen gleichen Druck erleiden.

Hätte das Röhrenstück eine geneigte Lage, so nehme man die Tiefe seines Schwerpunctes c als die mittlere Tiefe für das ganze Röhrenstück an. Die mittlere Tiefe, mit der Größe der innnern Oberfläche, und mit dem specifischen Gewicht der Flüssigkeit multipliciret, giebt den Druck auf die Seitenwand der Röhre in Pfunden.

Beyspiel. Es sey die Röhre 4 Fuß lang, 1 Fuß weit, und 50 Fuß tief unter dem höchsten Wasserstand, so hat man die innere Seitenwand der Röhre $= 1 . 3{,}14 . 4$ Quadratfuß, und den Druck $1 . 3{,}14 . 4 . 50 = 628$ Cubikfuß $= 43960$ *tb*, den Cubikfuß zu 70 *tb* gerechnet.

Die Pressungen auf zwey verschiedene Röhrenstücke mit einander zu vergleichen, nenne man die Länge des einen l, des andern L, den Durchmesser der Höhlung d, D, Tiefe unter dem Wasserstand h, H, die Pressungen p, P, so hat man

$$p : P = d . 3{,}14 . l . h : D . 3{,}14 . L . H = d . lh : DLH,$$

Da die Pressungen auf einen Querschnitt so groß als auf den andern sind, so setze man die Längen der Röhrstücke gleich; dieß giebt

$$p : P = d . h : D . H$$

Hieraus erhellet, daß die Pressungen auf verschiedene Röhrenstücke von einerley Flüssigkeit in dem zusammen-

gesetzten Verhältniß der Durchmesser der Röhrenöffnungen und ihrer senkrechten Tiefe unter dem Wasserspiegel sind. Wären die Flüssigkeiten in den Röhren verschieden, so richtet sich die Größe ihres Drucks auch nach ihrem specifischen Gewicht, und man müßte die Verhältnisse für P und p noch mit den specifischen Gewichten der Flüssigkeiten multipliciren. Dieß gäbe, wenn die specifischen Gewichte s und S heißen

$$p : P = dhs : DHS.$$

Hieraus sieht man, wie unnütz es sey, wenn man allen Theilen einer Röhrenleitung, wenn sie sehr verschiedene Tiefen haben, gleiche Stärke geben wollte, und ferner, warum man allzu große Tiefen bey Röhrenleitungen zu vermeiden sucht.

21) Die senkrechten Pressungen auf die innere Seitenwand eines Röhrenstücks gehen alle von dem Mittelpuncte der Querschnitte c aus nach den Richtungen der Halbmesser ca. Wenn man fragt, was aus den gesammten senkrechten Pressungen eines Querschnitts für eine zerreissende Gewalt nach der Richtung einer Tangente ad entstehe, so dienet hierzu die folgende Betrachtung. Aus dem Mittelpunct C eines biegsamen regulären Polygons Fig. 11. wirken nach allen Winkelpuncten gleiche Kräfte CA, CB, CD, man sucht die Kraft, mit welcher die Seiten des Polygons AD, AB, gespannt werden. cA stelle die Größe einer aus dem Mittelpuntt wirkenden Kraft vor, man zerfälle sie in die mit AD, AB parallelen Seitenkräfte cb, cd, so druckt cb die Spannung von AD, cd die Spannung von AB aus. Weil $< bcA = cAd = cAb$ ist, so ist das Dreyeck cbA gleichschenklicht und ACB ähnlich. Man hat daher $cb (= bA = cd) : cA = CA : AB$, oder die spannende Kraft einer Polygonseite, ist zu der Kraft aus dem Mittelpunct, wie der Halbmesser des um das Polygon beschriebenen Kreises, zur Seite des Polygons. Da nun alle Kräfte aus dem Mittelpunct, folglich auch alle spannenden Kräfte einander gleich sind, so verhält sich die Summe aller Kräfte aus dem Mittelpuncte zu der spannenden Kraft einer

Seite, wie die Summe der Seiten des Polygons, oder sein Umfang, zum Halbmesser des umschriebenen Kreises.

Diese Schlüsse bleiben richtig, das Polygon mag so viel Seiten haben als es will, folglich auch noch dann, wenn es sich in einen Kreis verwandelt. Die Spannungen der Seiten sind alsdann Spannungen nach den Tangenten, und verhalten sich zur Summe aller Kräfte aus dem Mittelpunct, wie der Umfang des Kreises zu dem Halbmesser. Man nenne die Spannungen nach den Tangenten zweyer Kreise F, f, die Summe der Pressungen aus dem Mittelpunc P, p, so ist

$$P : F = 3,14 : 0,5$$
$$p : f = 3,14 : 0,5$$

daher $P : p = F : f$

Vermöge (20) ist

$$P : p = D.H.S : d\,h\,s,$$

also auch $F : f = D.H.S : d\,h\,s.$

F, f drücken die zerreissenden Kräfte bey den Röhrenstücken aus, und sind ebenfalls in dem zusammengesetzten Verhältniß aus dem Durchmesser der Röhrenöffnung der Wasserhöhe und dem specifischen Gewicht der Flüssigkeit.

22) Die zusammenhangende Kraft der Röhre muß der zerreissenden Gewalt nicht nur gleich seyn, sondern sie noch übertreffen. Es ist aber die zusammenhangende Kraft in dem zusammengesetzten Verhältniß der absoluten Festigkeit der Materie und der Dicke ab Fig. 10. des Querschnitts der Röhre. Die Dicke zweyer Röhren heißen A, a die Festigkeit ihrer Materien C, c, so sind die Widerstände gegen die zerreissenden Kräfte wie $CA : ca = H.D.S : h.d.s$ $= F : f$ für den Zustand des Gleichgewichts. Weil

$F = \frac{0,5 \cdot P}{3,14}$ und $A = \frac{F}{C}$, so erhellet, daß man aus der senkrechten Pressung auf die Seitenwand einer Röhre, und der absoluten Festigkeit der Materie, die Dicke der Röhre für jeden gegebenen Durchmesser bestimmen könne. Es wird aber sicherer seyn, die Kraft, welche eine Röhre von gegebenem Durchmesser bey einer bestimmten Wasserhöhe, ohne zu bersten, aushalten kann, durch unmittelbare Erfahrung zu bestimmen. Alsdann läßt sich aus der Proportion

$$A : a = H . D . S : hds,$$

$$c = C \text{ gesetzt,}$$

die Dicke einer jeden andern Röhre A, für jede gegebene Wasserhöhe, und jeden Durchmesser der Röhre finden. In dieser Absicht theile ich hier einige Erfahrungen aus Langsdorfs Lehrbuch der Hydraulik S. 131. mit.

1) Nach Parent und Belidor leistet eine 12 Zoll weite bleyerne Röhre bey einer Wasserhöhe von 60 Fußen hinreichenden Widerstand, wenn ihre Wand 9 Linien dick ist. Dieß giebt für bleyerne Röhren

$a = 9$, $h = 60$, $d = 12$ und $s = 1$ gesetzt

$$A = \frac{9 . H . D . S}{60 . 12} = \frac{H . D . S}{80} \text{ Linien.}$$

2) Eine Röhre aus sprödem Metall leistete unter denselben Umständen hinlänglichen Widerstand, wenn ihre Dicke wenigstens 3 Linien betrug. Dieß giebt für dieses Metall die Gleichung $A = \frac{H . D . S}{200}$ Linien.

3) Eine Röhre aus gegossenem nicht sehr gutem Eisen hält bey einer Weite von 10 Zoll einen Druck von 240 Fuß Wasserhöhe aus, wenn ihre Dicke 1 Zoll ist. Daher hat man für gegossenes Eisen

$$A = \frac{H . D . S}{200} \text{ Linien.}$$

4) Eine 14 Zoll weite, $2\frac{1}{2}$ Fuß lange büchene Röhre, welche mit 4 eisernen 3 Zoll breiten, und beynahe $\frac{1}{2}$ Zoll dicken Reifen beschlagen ist, und mit diesem Beschläg 3 Wochen in Wasser geworfen wird, um hinlänglich zu verquellen, hält den Druck einer 240 Fuß hohen Wassersäule aus, wenn ihre Wand nirgends unter $2\frac{1}{2}$ Zoll dick ist. Also hat man für so beschlagene büchene Röhren $A = \frac{HDS}{112}$ Linien.

5) Eine 6 Zoll weite und 10 Fuß lange fichtene Röhre, welche an beyden Enden mit einem eisernen 2 Zoll breiten und $\frac{1}{4}$ Zoll dicken eisernen Ring beschlagen war, hielt einen Druck von 40 Fuß aus, berstete aber bey 50 Fuß Wasserhöhe an einer Stelle, wo sie nur 4 Zoll dickes Holz hatte. An andern Stellen war die Dicke der Wand $4\frac{1}{2}$ — 5 Zoll. Man kann also sicher auf eine Wasserhöhe von 40 Fuß bey einer Röhrendicke von 5 Zoll rechnen. Oder man hat für fichtene Röhren $A = \frac{H.D.S}{4}$ Linien.

Ein Beispiel mag den Gebrauch dieser Formeln erläutern. Wie stark muß eine Röhre von gegossenem Eisen seyn, welche bey einer Weite von 8 Zoll, Salzwasser, dessen specifisches Gewicht = 1,145 ist, auf eine Höhe von 100 Fuß erhalten soll? Man setze in dem Ausdruck 3) $H = 100$ $D = 8$ $S = 1,145$, so erhält man $A = \frac{100 . 8 . 1,145}{200}$ 4,580 Linien.

Bey der Anwendung dieser Sätze in der Ausübung ist zu bedenken, daß die Materien nicht immer von gleicher Güte, und besonders metallene gegossene Röhren nicht überall von gleicher Stärke sind. Ueberdieß leiden auch die Körper durch die Einwirkung der Luft und der Feuchtigkeit u. dgl. mehr. Schon wegen der letzten Ursache allein räth Langsdorf an, bleyerneu Röhren-

wänden 1 Linie, eisernen 2, und hölzernen 6 Linien an der durch Rechnung gefundenen Dicke zuzusetzen. Ueberhaupt solle eine fichtene Röhrenwand nie weniger als $1\frac{1}{2}$ Zoll dick seyn.

23) Anmerkung. Die vorstehenden Berechnungen über die Stärken der Röhrenwände gründen sich insgesammt auf die Voraussetzung, daß das Wasser in der Röhrenleitung stillstehend sey. Wenn es mit einer gewissen Geschwindigkeit durchfließet, wie meistens der Fall ist, so wird dadurch der Druck auf die Seitenwände vermindert. Wie viel? lehret die Hydraulik.

24) a b Fig. 12. sey eine lothrechtstehende Wand, gegen welche eine flüssige Masse senkrecht presset, man sucht die Stelle c, wo man sich den gesammten Druck der flüssigen Masse nach der Richtung P c vereinigt vorstellen kann.

Es erhellet von selbst, daß die mittlere Richtung des Drucks unter der halben Tiefe liegen müsse, weil die höher liegenden Elemente d e, je näher sie dem Wasserspiegel kommen, immer weniger gedruckt werden. Um den Punct c zu finden, sehe man die einzelnen Pressungen auf die Elemente d e als Kräfte an, welche a b um den Punct a zu drehen bemüht sind. Die Pressung jedes einzelnen Elements ist nach 17 d e . a d, wenn man die Breite des Elements als unendlich klein annimmt, oder vielmehr ausser Acht lässet, weil sie auf die Bestimmung des Punctes c keinen Einfluß hat. Die Pressung mit a d multipliciret, giebt das Moment jeder einzelnen Pressung $= a d . a d . d e = a d^2 d e$. Die Größe a d wächset in diesem Werth von o an bis zu a b, der größte Werth ist also $a b^2 . d e$. Die Summe aller dieser Werthe zu finden, welche ich der Kürze wegen mit $S a d^2 . d e$ bezeichne, ist eine Aufgabe der Integralrechnung, kann aber hier durch eine geometrische Construction aufgelöset werden. Es ist nämlich $a d^2 d e$ der allgemeine Ausdruck für ein kleines senkrechtes Prisma von der Grundfläche $= a d^2$ und Höhe $= d e$. Je

kleiner ad^2 wird, desto kleiner wird die Grundfläche des Prisma bey gleicher Höhe de, und die Grundfläche erhält alle Werthe von ab^2 bis zu 0. Setzt man daher alle kleine senkrechten Prismen in $S\,ad^2 . de$ auf einander, so bilden sie (nach Stereom. 44.) eine senkrechte Pyramide, deren Grundfläche ab^2, und deren Höhe die Summe aller ed, folglich $= ab$ ist. Der Inhalt dieser Pyramide $= \frac{1}{3}\,ab . ab^2 = \frac{1}{3}\,ab^3$ ist daher $= S\,ad^2 . de$. Nun erinnere man sich, daß die Summe aller einzelnen Momente dem Moment des Schwerpunctes gleich ist. Das Moment des Schwerpunctes der gesammten Pressung ist nach (18) $\frac{ab^2}{2} . ac$,

daher $S\,ad^2\,de = \frac{1}{3}\,ab^3 = \frac{ab^2}{2}\,ac$ oder $ac = \frac{2}{3}\,ab$. Eben dieser Satz fließet auch daraus: man kann den gesammten Wasserdruck auf ab durch das Gewicht des Dreyecks abf ausdrücken, und dieses Gewicht kann man sich wieder in dem Schwerpunct des Dreyecks, welcher $\frac{2}{3}$ der Höhe ab von der Spitze, und $\frac{1}{3}$ von der Grundlinie bf entfernt liegt, vereinigt denken.

25) Anmerkung. Die vorstehende Aufgabe findet ihre Anwendung, bey der Berechnung der Stärke von Gebäuden, welche dem Seitendruck des Wassers widerstehen sollen. abgh sey z. B. der senkrechte Durchschnitt einer am Wasser stehenden Mauer von Sandsteinen, deren specifisches Gewicht 2,5 ist, wenn das specifische Gewicht des Wassers $= 1$ gesetzt wird, die Höhe der Mauer ab sey $= 12$ Fuß, man sucht die Dicke gb derselben. Der gegen ab senkrechte Druck der flüssigen Masse wird durch das Dreyeck $abf = \frac{ab^2}{2}$ vorgestellt, wenn das Gewicht der Mauer durch das Rechteck abgh multipliciret in die specifische Schwere der Mauer ausgedruckt wird. Das Gewicht der Mauer denke man sich in den Schwerpunct p, den Druck der Flüssigkeit in der Richtung Pc vereinigt. Der Drehungspunct ist g, folglich hat

man für den Zustand des Gleichgewichts $\frac{ab^2}{2} \cdot cb =$ $ab \cdot gb \cdot 2/5 \cdot \frac{1}{2} gb$, oder $\frac{ab^2}{2} \cdot \frac{1}{3} ab = \frac{ab \cdot gb^2 \cdot 2/5}{2}$

Auf beyden Seiten Gleiches gegen Gleiches weggestrichen $\frac{1}{3} ab^2 = gb^2 \cdot 2,5$ folglich

$$gb^2 = \frac{\frac{1}{3} ab^2}{2,5}$$

$$gb = \sqrt{\frac{\frac{1}{3} ab^2}{2,5}} = ab \cdot \sqrt{\frac{1}{3 \cdot 2,5}} = ab \cdot \frac{1}{\sqrt{7,5}}$$

Dieser Werth fällt zwischen $\frac{1}{2} ab$, und $\frac{1}{3} ab$, ist genauer $= 0,36\ ab$. Also für $ab = 12$ Fuß, $gb = 4,32$ Fuß.

Bey der Ausübung dieses Satzes muß man bedenken, daß der Widerstand der Mauer nicht bloß mit dem Druck des Wassers im Gleichgewicht seyn darf, sondern ihn um ein Beträchtliches übertreffen muß. Daher setzt man gb nach Beschaffenheit der Umstände wohl bis auf $\frac{1}{3}$ der durch die Rechnung gefundenen Dicke zu. Auch habe ich hier bloß der leichtern Rechnung wegen angenommen, daß der Durchschnitt der Mauer ein Rechteck sey; man macht aber in der Ausübung die untere Dicke größer als die obere. Wenn die Höhe ab des Wassers veränderlich ist, so muß man die Stärke der Mauer nach der größten Höhe berechnen. Fragt man, wie stark muß die Mauer an jeder Stelle ihrer Höhe seyn, damit nicht einzelne Theile derselben durch den horizontalen Druck des Wassers weggeschoben werden: so bedenke man, daß der horizontale Druck bis an die unterste Stelle b durch $\frac{ab^2}{2}$, an jeder andern Stelle d durch $\frac{ad^2}{2}$ vorgestellet wird, die Stärke der Mauer an den verschiedenen Stellen d, b muß sich daher $= ad^2 : ab^2$, wie die Quadrate der Höhen verhalten. Dieses findet Statt, wenn man der Mauer die Gestalt eines dreyeckigten Prisma giebt, da sich ihre Querschnitte in verschiedenen Höhen, wie die Quadrate der Höhen verhalten.

Es sey der senkrechte Durchschnitt der Mauer khb ein gleichschenklichtes Dreyeck, dessen Grundlinie $kb =$

2bg, so ist der Inhalt des Dreyecks dem Inhalt des Parallelogramms abgh gleich. Der Schwerpunct des Dreyecks fällt, in die Linie gh, der Drehungspunct bey Ueberwältigung des Widerstandes in k, folglich ist das Moment des Widerstandes $ab \cdot gb \cdot kg = ab \cdot gb^2$; noch einmal so groß als nöthig ist, wenn das Moment von dem Durchschnitt abgh schon hinlänglich widerstand. Sucht man bey dieser dreyeckigten Gestalt der Mauer die Größe von kb, welche nöthig ist, um einen abgh gleichen Widerstand zu leisten, so nenne man die gesuchte Grundlinie b und sage

$$2 : 1 = ab \cdot kb^2 : ab \cdot b^2 = kb^2 : b^2$$

oder

$$\sqrt{2 : 1} = kb : b.$$

Es verhält sich also die Grundlinie folglich (bey einerley Höhe und Länge) die ganze Größe der Mauer, wenn man ihrem senkrechten Durchschnitt die Gestalt eines gleichschenklichten Dreyecks giebt, zur Größe, wenn sie gleiche Dicke haben soll = 1 : 1,414. Man spahret beynahe ein Drittheil.

Dieses zeigt schon den Vortheil der dreyeckigten Gestalt der Mauern, welche dem Drang einer flüssigen Masse widerstehen sollen. Hierzu kommt noch, daß ausser dem horizontalen Druck auf die schiefe Seitenwand hb noch ein lothrechter Druck nach unten entsteht, welcher sich zu jenem wie gb : ab verhält. Der lothrechte Druck kommt der Festigkeit der Mauer noch zu Hülfe, welches ein anderer Vortheil der Mauern mit schiefen Seitenflächen ist. Wo es daher die Umstände nicht erlauben, daß man der äussern Seite hk eine geneigte Lage geben darf, da soll man es wenigstens bey der innern hb thun. Ganz in eine Spitze h läßt man die Mauern nicht auslaufen, weil die scharfe Kante dem Einfluß der Witterung zu sehr ausgesetzt seyn würde.

Die Erfahrung muß hierbey zu Rathe gezogen werden.

26) Anmerkung. Trocknes loses Erdreich ist als ein halbflüssiger Körper zu betrachten, dessen Flüssigkeit durch die Friction und Cohäsion der Theile vermindert wird. Die Wirkung der ersten Kraft ist bey trockener loser Erde meistens viel beträchtlicher, als die Wirkung der andern, wie man sich leicht durch folgende Versuche überzeugen kann. Man schütte trockne Erde über einander,

so wird sie einen senkrechten Kegel bilden, dessen Höhe zum Durchmesser der Grundfläche ein unveränderliches Verhältniß zeigt, der aufgeschüttete Haufen Erde mag groß oder klein seyn. bcd Fig. 13. stelle einen halben senkrechten Durchschnitt eines aufgeschütteten Erdhaufens vor, so wird unter der Voraussetzung, daß die Friction der relativen Schwere auf der schiefen Ebene bc gleich ist, der Quotient der Reibung nach Stat. (83.) durch tang. cbd ausgedrückt, und ist eine unveränderliche Größe, so lange der Winkel b sich nicht ändert, der Durchschnitt bcd, βγd mag groß oder klein seyn. Die Cohäsion steht nicht im Verhältniß des Druckes, sondern der berührenden Oberflächen. Wenn daher die Erde in einer geringen Höhe sich vermöge der vereinten Wirkung der Cohäsion und Reibung in einer steilern Lage βδ erhält, als vermöge der Reibung allein, so wird sie sich bey einer beträchtlich größern Höhe nicht in einer gleich steilen Lage bf erhalten können, sondern sie wird einen flächern Abfall bc annehmen, weil der Druck bey Vergrößerung der Höhe schneller wächset als die Cohäsion. Ist also der Winkel cbd, den ich der Kürze wegen durch β bezeichne, bey verschiedenen Höhen des Erdhaufens, wie die Erfahrung lehret, unveränderlich, so folgt, daß die Cohäsion gegen die Friction nur unbeträchtlich sey. Bey einigen Erdarten, besonders der Thonerde, findet jedoch, wenn sie feucht werden, eine Ausnahme Statt. Hier kann der Zusammenhang oft sehr stark und beträchtlich größer als die Reibung werden, welches die senkrecht stehenden, ja zuweilen überhangenden, Thonwände beweisen. In diesem Falle ist eine solche Erde, wie ein absolut fester Körper zu betrachten. Da indessen dieser Fall nur selten eintritt, indem die Feuchtigkeit die Cohäsion anderer Erdarten z. B. des Sandes nicht merklich, und die Friction gar nicht vermehret, so wollen wir die nach dem Grad der Feuchtigkeit veränderliche Wirkung der Cohäsion ganz ausser Acht lassen, und bloß die Wirkung der Friction bey der losen und trocknen Erde betrachten. Der hierdurch begangene Fehler giebt den Druck des Erdreichs gegen den Widerstand etwas zu groß, welches in der Ausübung, wo die Größe des Widerstandes bestimmt werden soll, eher verzeihlich ist, als der entgegengesetzte Fehler. Aus den durch Erfahrung bestimmten Neigungswinkeln = β bey verschiedenen Erdarten, ist der Quotient der Reibung f = tang. β bekannt. Woltmann hat in einer treffli-

chen Abhandlung, theoretische und practische Versuche über den Druck der Erde gegen lothrechte Mauern, im 3. Band seiner Beyträge zur hydraulischen Architectur folgende lehrreiche Erfahrungen mitgetheilet.

Der Winkel β ist
für trocknen Sand = = = 32°
trockne pulverisirte Gartenerde = 37°
trocknen pulverisirten Geestleim = 40°
trockne pulverisirte Thonerde = = 45°
trocknen pulverisirten Steinkalch = = 50°
Kiesel- und kleine Straßensteine = = = 36°

Es sey cbd Fig. 13. der Frictionswinkel, oder die natürliche Neigung der Erde, in dem Raum abc sey loses Erdreich enthalten, welches gegen die lothrechte Wand ab druckt, man sucht die Größe des horizontalen Drucks = P. Das lose Erdreich abc ist anzusehen als ein Keil, dessen Gewicht Q durch die Flächen abc vorgestellt wird, die horizontale Kraft des Keiles gegen ab, die Reibung bey Seite gesetzt, ist $= \frac{Q}{\text{tang. cba}} =$ $\frac{Q}{\text{tang. b}}$, wenn cba = b heißt, Q ist aber $= \frac{ab \,.\, ac}{2}$ $= \frac{ab \,.\, ab \text{ tang. b}}{2}$, folglich die horizontale Kraft des Keiles unter dieser Voraussetzung $= \frac{ab^2 \text{ tang. b}}{2 \,.\, \text{tang. b}} =$ $\frac{ab^2}{2}$. Da dieser Ausdruck bloß die beständige Höhe ab enthält, so bleibt er unveränderlich, der Winkel b mag groß oder klein seyn. Dieß ist nichts paradoxes, denn lose Erde, welche gar keine Friction äusserte, verhielt sich wie eine vollkommene Flüssigkeit. Der Druck der Flüssigkeiten gegen die lothrechte Seitenwand richtet sich aber gar nicht nach der Weite der flüssigen Oberfläche, sondern bloß nach der Höhe ab. Bloß durch die Wirkung der Friction unterscheidet sich der Druck der Erde von dem Druck flüssiger Massen, und man muß daher diese Wirkung bey dem Druck der Erde nothwendig in Betrachtung ziehen. Dieß geschieht folgendermassen. Man sehe das Gewicht des Keiles abc als eine schwere Masse an, welche

längst der schiefen Ebene bc herabzurütschen strebt, und eben dadurch gegen die lothrechte Wand ab druckt. Hierbey ist folgendes zu bedenken. Die zunächst auf bc ruhenden Theilchen können nur parallel mit bc herabsinken, und werden, fast ganz durch die Wirkung der Reibung zurückgehalten. Erst diejenigen Theilchen, welche auf einer merklich steiler geneigten Ebene bf ruhen, werden mit einer beträchtlichen Kraft herabzusinken streben, und je steiler die Richtung bf, oder je kleiner der Winkel b = abf wird, desto größer wird das Bestreben der der Theilchen zu sinken, dagegen wird der Winkel abf, unter welchem sie gegen die feste Ebene ab wirken, und eben dadurch ihre horizontale Kraft gegen diese Ebene, immer kleiner. Es muß daher eine gewisse Größe des Winkels abf geben, bey welchem die gesammte Wirkung der mit bf parallel gegen ab druckenden Erdtheilchen am größten ist.

Es sey abf der zum größten Druck gehörige Werth des Winkels b, so kann man, um den Druck auf ab zu berechnen, fbc als völlig ruhend ansehen, und bloß die Wirkung des Keiles abf betrachten. Das Gewicht der Erde im Schwerpunct k sey = Q, so hat man die Kraft nach ki = Q cosin. b. Die Kraft senkrecht auf bf = Q sin. b, hiervon entsteht eine Reibung = Q sin. b tang. β. Den horizontalen Widerstand P nach hi muß man in zwey Kräfte = hl, li zerlegen, jene ist P sin. b, und wirkt der Kraft gerade entgegen, diese P cosin. b, und bewirkt ebenfalls eine Reibung auf bc = P cosin. b tang. β. Folglich hat man für den Zustand des Gleichgewichts.

$$P \sin. b = Q \cos. b - Q \sin. b \tang. \beta - P \cos. b \tang. \beta$$

$$\text{oder } P = Q \left(\frac{\cos. b - \sin. b \tang. \beta}{\sin. b + \cos. b \tang. \beta} \right)$$

$$Q \text{ ist } = \frac{ab^2}{2} \tang. b = \frac{ab^2}{2} \frac{\sin. b}{\cos. b}.$$

Dieß verwandelt den Ausdruck für P nach gehöriger Rechnung in folgenden $\frac{ab^2}{2} \left(\frac{1 - \tang. b . \tang. \beta}{1 + \cotg. b . \tang. \beta} \right)$ (I

Dieser Ausdruck für P erhält (wie die Rechnung des Unendlichen lehret) den größten Werth, wenn tang. b =

sec. β — tang. β ist. Daher muß man diesen Werth des Winkels abf unter b verstehen, wenn gleich der ganze Raum abc mit lockerer Erde angefüllt ist.

Schreibt man den Werth von tang. b. = sec. β — tang. β in den Ausdruck für P, so verwandelt er sich nach gehöriger Rechnung in folgenden

$$\text{II.)}\quad P = \frac{ab^2}{2}\left(\frac{1 - \sin.\beta}{1 + \sin.\beta}\right)$$

der zur Berechnung bequemer ist.

Der Druck der Erde auf ab behält unveränderlich den gefundenen größten Werth, so lange der Winkel b größer als abf = sec. β — tang. β ist. Wird dieser Winkel aber kleiner z. B. = abe, so wird alsdann auch der horizontale Druck der Erde kleiner, weil man nun für b in der allgemeinen Formel I für P den kleinern Werth abe setzen muß. Dieß würde z. B. eintreten, wenn der ganze Körper ebdc festes Mauerwerk wäre, und nur der Raum abf lockere Erde enthielte.

Will man aus dem gefundenen größten Werth für P die nöthige Stärke der Mauer gb für den Fall berechnen, wenn der Drehungspunct in b, und der Schwerpunct der Mauer in P liegt, so hat man, das specifische Gewicht der Mauer = q, der Erde = r gesetzt, folgende Gleichung für die statischen Momente $\frac{1}{2} gb^2\, ab\, q = \frac{ab^3}{6}\, r$

$$\left(\frac{1 + \sin.\beta}{1 - \sin.\beta}\right) gb^2 = \frac{ab^2}{3}\,\frac{r}{q}\left(\frac{1 + \sin.\beta}{1 - \sin.\beta}\right).$$

Dieser Ausdruck für gb^2 verwandelt sich in $\frac{ab^2}{3} \cdot \frac{r}{q}$, wenn $\beta = 0$ oder die Erde eine Flüssigkeit wird.

Für trocknen Sand ist nach Woltmanns Erfahrung $\beta = 32°$, dieß giebt $b = 29°$. Woltmann hat über den Druck der Erde in der oben angeführten Abhandlung Erfahrungen mitgetheilet, von denen ich nur einiges hier beybringen will. abcd Fig. 13. * stellt den senkrechten Durchschnitt eines prismatischen Kastens vor, welcher 6 Fuß lang, 4 Fuß breit, und hoch war (alles nach hamburger Maaß).

Die eine Seitenwand dc konnte in Scharnieren nach Willkühr bald um die obere wagrechte Axe d, bald um die untere c bewegt werden. Im letzten Fall erhielt ein über eine feste Rolle geführtes Gewicht f die Wand in der lothrechten Stellung dc durch einen wagrechten Zug nach de. Waren die Scharniere der beweglichen Wand oben, so zog das Gewicht unten nach cb.

Der Kasten wurde nach und nach mit verschiedenen Erdarten gefüllt, und durch Versuche das Gewicht f bestimmt, bey welchem der Druck der Erde die Wand zu bewegen anfieng. Dieß gab für trocknen Sand, wovon ein hamburger Cubikfuß $73\frac{1}{2}$ Pf. wog, wenn die Schnur oben zog,

der Kasten ganz voll war = = 131,3 ℔.
der Kasten halb voll war = = 16,2 ℔.

wenn die Schnur unten zog,

der Kasten ganz voll war = = 230,1 ℔.
der Kasten halbvoll war = = 76,5 ℔.

Die Zahlen sind schon wegen Reibung an der Rolle und des Gewichtes der beweglichen Tafel und der Schnur verbessert.

Die Formel $P = \frac{ab^2}{2}\left(\frac{1 - \sin.\beta}{1 + \sin.\beta}\right)$

giebt $\beta = 32°$ gesetzt
für ab = 4 Fuß, 2,46
ab = 2 Fuß, 0,615.

Diese Zahlen müssen mit der Breite der beweglichen Wand = 4 Fuß, und mit dem Gewicht eines Cubikfußes $73\frac{1}{2}$ Pf. multipliciret werden, um den Druck der Erde im Schwerpunct p zu erhalten. Dieß giebt

für den vollen Kasten = = 723 ℔.
für den halbvollen Kasten = = 181 ℔.

Vom ersten Druck erhält das Gewicht f, wenn die Schnur oben zieht nur = $\frac{1}{3}$ = 241 ℔.
wenn sie unten zieht = $\frac{2}{3}$ = 482 ℔.

Wenn der Kasten nur zur Hälfte gefüllt ist, so fällt der Mittelpunct des Drucks in p', wo $cp' = \frac{1}{6}cd$ ist, folglich muß man, wenn die Schnur oben zieht

$f = \frac{1}{6} . 181 = 30\frac{1}{6}$ Pf.

wenn die Schnur unten zieht

$f = \frac{5}{6} . 181 = 150\frac{5}{6}$ Pf. setzen.

Die

Die Versuche gaben ohngefähr die Hälfte dieser Werthe. Woltmann glaubt, der Unterschied zwischen den durch die Erfahrung und Rechnung gefundenen Pressungen erkläre sich aus der Reibung des Sandes gegen die feststehenden Seitenwände des Kastens, und werde ganz wegfallen, wenn die Breite der beweglichen Wand gegen ihre Höhe sehr groß würde. Daran zweifle ich, und vermuthe vielmehr, daß der größte Theil der beobachteten Verminderung des Druckes von der Reibung des Sandes an der beweglichen Wand selbst herrühre, indem der Druck gegen diese Wand ungleich mehr beträgt, als gegen die feststehenden Seitenwände, weil von denselben nur der Theil abf Fig. 13. betrachtet werden darf, wider welchen die bewegliche Erde presset. Da der Schwerpunct k, des Dreyecks abf, $\frac{1}{3}$ ab unter af liegt, und die Pressungen der loßen Erde, wie ganz flüssiger Massen, bey gleichen Flächen sich wie die Quadraten der Tiefen verhalten, so beträgt die Pressung auf abf nur den dritten Theil der Pressung, welche auf ein Rechteck von der Höhe ab und der Breite af geht.

Da nun für den Sand af sehr nahe $= \frac{1}{2}$ ab ist, so waren bey dem Woltmannschen Versuch die Pressungen auf die beyden Seitenwände zusammen, nur $\frac{1}{3}$ der Pressung auf die bewegliche Wand. Setzt man die letztere $= P$, die Pressung auf die Seitenwände $= \frac{1}{3} P$, so wäre die gesammte Pressung $= \frac{4}{3} P$. Der Reibungsquotient des Sandes gegen die Wände des Kastens sey $= f$, so wäre die von der Friction des Sandes gegen die Wände des Kastens herrührende Verminderung des Drucks $\frac{4}{3} fP$. Dieß giebt $f = \frac{1}{3}$ gesetzt $\frac{4}{9} P$, etwas kleiner als die Erfahrung. Es ist Schade, daß Herr Woltmann nicht unmittelbare Beobachtungen über den Reibungsquotienten der zu seinen Versuchen gebrauchten Erdarten gegen die Wände des Kastens angestellt hat. Setzt man die Reibung gegen die Seitenwände bey Seite, und heißt die zur Bewegung des Widerstandes verwendete Kraft der Erde P^1, so hat man allgemein $P^1 = P - fP = P(1-f)$

$$= B \cdot \frac{H^2}{2} \left(\frac{1 - \text{lin. } \beta}{1 + \text{lin. } \beta} \right) (1 - f),$$ wo B, und H Breite und Höhe des Widerstandes bezeichnen. Dieser Ausdruck wird sehr wenig von der Wahrheit abweichen, wenn eine Wand von beträchtlicher Länge (oder Breite) dem Druck des Erdreichs ausgesetzt ist, und ihre Resul-

tate werden besser mit der Erfahrung übereinstimmen als des Woltmannschen Ausdrucks, welcher die Reibung gegen den Widerstand nicht in Rechnung bringt.

Vom Gleichgewicht verschiedener Flüssigkeiten unter einander.

27) Wenn in einem Gefäß ABC Fig. 13. mehrere Flüssigkeiten über einander stehen, deren Oberflächen alle wagrecht sind, so erfolgt ein Gleichgewicht. Denn der Druck der obern Flüssigkeit ABED pflanzt sich auf alle Stellen der Oberfläche DE der nächstfolgenden Flüssigkeit gleichförmig fort, und von hier an vereinigt mit dem Druck von DEGF wieder gleichförmig auf Fg, und s. w. von Schichte zu Schichte. Denkt man sich zwey lothrechte an einander gränzende Säulen durch alle Flüssigkeiten, so ist kein Grund vorhanden, warum die eine sinken, und die andere steigen sollte. Dieß würde selbst noch dann erfolgen, wenn eine der obern Flüssigkeiten ABDE specifisch schwerer als die unter ihr stehenden wäre. Indessen würde das Gleichgewicht im letzten Fall sehr unsicher seyn, weil durch die mindeste Schwankung, wodurch die Oberfläche AB aus der wagrechten Lage in eine geneigte ab käme, alle Säulen zunächst an BC schwerer, als die an AC würden, jene also sinken, und diese steigen müßten. Daher werden sich Flüssigkeiten von verschiedener specifischer Schwere, sich selbst überlassen, so ordnen, daß die schwerere zu unterst kommt.

28) Wenn in den beyden Schenkeln einer communicirenden Röhre Fig. 14. zwey Flüssigkeiten von verschiedener specifischer Schwere enthalten sind, so verhalten sich, für den Zustand des Gleichgewichts, die Höhen der beyden Flüssigkeiten umgekehret, wie die specifischen Gewichte. Denn der Druck einer jeden Flüssigkeit auf den gemeinschaftlichen Wasserspiegel ab ist zusammengesetzt aus der Größe der Grundfläche, der Höhe der Flüssigkeiten, und ihrem spezifischen Gewicht. Da nun

beyde Flüssigkeiten eine gemeinschaftliche Grundfläche in a oder b haben, so heiße die gemeinschaftliche Grundfläche B, die Höhe db der einen Flüssigkeit H, ihr specifisches Gewicht G; die Höhe ac der andern Flüssigkeit h, ihr specifisches Gewicht g; so hat man vermöge des Gleichgewichts,

$$B . H . G = Bhg \text{ oder } H . G = hg,$$

das ist $H : h = g : G$.

Es sey z. B. cab Queckſilber db Wasser, so findet man $db = 14$, wenn $ca = 1$ ist, weil sich die specifischen Gewichte dieser Flüssigkeiten, wie diese Zahlen verhalten.

29) Anmerk. Man hat die communicirenden Röhren, vermöge des vorstehenden Satzes, zur Untersuchung der specifischen Gewichte der Flüssigkeiten vorgeschlagen.

Indessen ist keine große Genauigkeit von dieser Bestimmung, wegen des Anhängens der Flüssigkeiten an die Wände der Gefäße, zu erwarten. Sie kann indessen dazu dienen, die Verschiedenheit der specifischen Gewichte flüssiger Körper, dem Auge auf einen Blick zu versinnlichen. Da vermöge Statik (12.) die specifischen Gewichte der Körper überhaupt sich, bey gleichen absoluten Gewichten, umgekehret wie die Räume verhalten, die Räume aber, bey gleichen Grundflächen, wie die Höhen der Körper sind, so hat man allgemein, bey gleichen absoluten Gewichten und Grundflächen $G : g = h : H$. Man lasse z. B. Dräthe von verschiedenen Metallen von gleichem Gewicht und gleicher Dicke verfertigen, so verhalten sich die specifischen Gewichte der Metalle, wie die Längen der Dräthe.

Vom Gleichgewicht fester Körper, welche in flüssige eingetaucht sind.

30) Jeder Körper, welcher in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, verliert von seinem Gewicht so viel, als die Flüssigkeit wiegt, welche er aus der Stelle treibt.

Man denke sich statt des festen Körpers a b Fig. 15. einen flüssigen von der Beschaffenheit des umgebenden, so wird alles im Gleichgewicht seyn, wenn die Oberfläche A B der Flüssigkeit wagrecht ist. Der flüssige Körper a b wird vermittelst seines Gewichtes, und des Gewichtes der auf ihm liegenden Wassersäule unterwärts getrieben. Da er nicht sinkt, so muß er von der umgebenden Flüssigkeit eben so stark aufwärts getrieben werden. Das Gewicht des aufliegenden Wassers, und der Druck des umgebenden bleiben unverändert, wenn der Körper a b sich plötzlich in einen festen verwandelt. Das Gewicht des festen Körpers heiße P, des gleichgroßen flüssigen p, der aufliegenden Flüssigkeit Π, so ist der Druck unterwärts $P + \Pi$, der Druck aufwärts $p + \Pi$. Diesen von jenem abgezogen, giebt $P - p$, als den Ueberschuß des Druckes nach oben, woraus der Satz fließet.

31) Anmerkung. Der Körper a b wird von der umgebenden Flüssigkeit nach allen Richtungen senkrecht gepresset. Von den Seitenpressungen heben sich je zwey auf entgegengesetzten Elementen a b, unter der Voraussetzung, daß der feste Körper nicht nachgeben kann, auf, und bloß der Ueberschuß der Summe aller Pressungen von unten nach oben ist das, was der eingetauchte Körper von seinem Gewichte verliert, welcher vermöge des vorstehenden Satzes mit dem Gewichte einer gleichgroßen flüssigen Masse einerley ist.

32) Wenn der eingetauchte Körper mehr wiegt, als die Flüssigkeit, welche er aus der Stelle treibt, so sinkt er zu Boden; wenn er weniger wiegt, so steigt er in die Höhe, und schwimmt auf der Oberfläche der Flüssigkeit. Dieser Satz fließet aus (30). Wenn $P > p$, so bleibt eine Kraft nach unten $= P - p$ übrig, mit welcher der Körper sinkt. Ist $p > P$, so steigt der Körper mit der Kraft $p - P$ in die Höhe. Ist endlich $p = P$ oder $P - p = 0$, so ruht der Körper an jeder Stelle der Flüssigkeit, so bald er ganz eingetaucht ist, unter der Voraussetzung, daß die Flüssig-

keit überall gleich dicht ist, wie hier durchgehends angenommen wird.

33) Anmerkung. Der 30. Satz gilt nicht bloß von festen Körpern, welche in flüssige eingetaucht sind, sondern er findet auch seine Anwendung bey flüssigen, welche sich innerhalb einer andern Flüssigkeit befinden.

So wird z. B. ein Tropfen Oehl innerhalb einer Masse Wasser von dem umgebenden schwereren Wasser eben so in die Höhe gedruckt, als ein Stück Holz in die Höhe getrieben wird, weil es leichter als Wasser ist; ja, es läßt sich dieser Satz mit den gehörigen Bestimmungen selbst auf elastische Flüssigkeiten ausdehnen, und gründet sich hier auf das Aufsteigen der Luftballons in der atmosphärischen Luft. Wovon in der Aërostatik gehandelt werden soll.

34) Ein auf der Oberfläche einer Flüssigkeit schwimmender Körper kann nur alsdann ruhen, wenn das Gewicht der Flüssigkeit, welche der Größe des getauchten Theiles gleich ist, so groß ist, als das Gewicht des ganzen Körpers.

Denn das Gewicht der Flüssigkeit, welche dem Raum des eingetauchten Theiles gleich kommt, drückt die Kraft aus, womit der schwimmende Körper von der Flüssigkeit aufwärts gepresset wird, welche der Kraft nach unten, das ist, dem Gewichte des Körpers gleich seyn muß.

Hieraus folgt, daß ein Körper sich in einer Flüssigkeit desto tiefer einsenkt, je größer sein Gewicht ist, und die Größen der eingetauchten Theile zweyer auf einer Flüssigkeit schwimmenden Körper verhalten sich wie die absoluten Gewichte der Körper. Die absoluten Gewichte heißen P, Q; die eingetauchten Theile a, b, so hat man

$$P : Q = a : b$$

Aus dieser Proportion läßt sich, wenn das Gewicht und die Größe des eingetauchten Theiles eines Körpers bekannt sind, aus dem gegebenen Gewicht des andern Körpers sein eingetauchter Theil, oder aus die-

sein jenes finden. Ist das specifische Gewicht der Flüssigkeit bekannt, worauf ein Körper schwimmt, so findet man die Größe seines eingetauchten Theiles, wenn man das ganze Gewicht des Körpers durch das specifische Gewicht der Flüssigkeit dividiret. Denn es heiße a der eingetauchte Theil, P das Gewicht des Körpers, g das Gewicht eines Cubikzolles oder Cubikfußes der Flüssigkeit, so ist a . g das Gewicht der aus der Stelle getriebenen Flüssigkeit, folglich a . g = P und $\frac{P}{g} = a$.

Ist das specifische Gewicht der Flüssigkeit g, und des schwimmenden Körpers = γ, nebst der Größe des letztern = A gegeben, so findet man die Größe des eingetauchten Theiles = a durch die Proportion

$$g : \gamma = A : a$$

Denn es ist a . g = A . γ, die Kraft der Flüssigkeit ist gleich dem Gewicht des Körpers, woraus die obige Proportion folgt

$$g - \gamma : A - a = g : A$$

Der Unterschied der specifischen Gewichte der Flüssigkeit und des schwimmenden Körpers verhält sich zu dem aus der Flüssigkeit hervorstehenden Theil, wie das specifische Gewicht der Flüssigkeit zum Raum des Körpers.

Beyspiel. Nach Forster's Reisen 1. B. S. 70. f. hat man in dem Eismeer schwimmende Eisinseln gesehen, welche an 2000 Fuß lang, 400 breit, 200 hoch gewesen sind. Dieß gäbe für den über das Wasser hervorragenden Theil 160000000 Cubikfuß. Fragt man, wie groß die ganze Eismasse gewesen sey, wenn das specifische Gewicht des Eises zu dem specifischen Gewicht des Meerwassers, wie 9 : 10 ist, so hat man

$$10 - 9 : 1600000000 = 10 : A$$

oder A = 1600000000 Cubikfuß.

35) Anmerkung. Auf dem Satz (34) und den Folgerungen beruht die Belastung der Schiffe. Es stelle Fig. 19. den Durchschnitt eines Schiffes nach der Länge

seines Kieles vor, leer senke es sich bis AB ins Wasser, belastet bis CD, und man habe Mittel gefunden, den körperlichen Raum ABDC zu bestimmen, er betrage z. B. 12500 hamburger Cubikfuß (ich nehme dieß Beyspiel aus Büschens Versuch der Hydrostatik) und der hamburger Cubikfuß Wasser wiege 48 ℔, so wird das Schiff eine Last von 12500 . 48 = 600000 Pfunden einnehmen können.

Da es schwer hält, wegen der irregulairen Gestalt der Schiffe den Raum des unter Wasser gehenden Theiles derselben mit geometrischer Schärfe zu bestimmen, so schlägt Herr Büsch am a. O. eine Methode vor, die Größe des unter Wasser gehenden Theiles sowohl, als die Belastung eines Schiffes durch einen Versuch auszumachen. Man lasse einen hohlen hölzernen Klotz so zurichten, daß er aussen genau die Gestalt des unter Wasser gehenden Theiles vom Schiff erhält, und wähle im Kleinen einen Maaßstab, welcher ein bekanntes Verhältniß zum Maaße im Großen hat; z. B. 1 Zoll, oder $\frac{1}{2}$ Zoll für 1 Fuß. Beym letzten Maaßstab würde das Modell 50 Zoll lang werden, wenn das Schiff 100 Fuß im Kiel hielt. Sollte das Schiff belastet 12 Fuß tief gehen, so gäbe dieß im Modell 6 Zoll, und dasselbe müßte begreiflich etwas höher seyn, damit es mit einem kleinen Rand über Wasser bliebe. Das leere Modell muß sich nach dem kleinen Maaßstab nicht völlig so tief ins Wasser senken, als das leere Schiff im Großen, damit es noch mit etwas Gewicht beschweret genau diese Tiefe erreicht. Z. B. das Schiff gehe ledig 6 Fuß tief, so muß das Modell 3 Zoll tief gehen. In diesem Zustand wiege man es mit samt den eingelegten Gewichten. Es wiege z. B. 24 Pf., so ist sein im Wasser gehender Raum genau $\frac{1}{2}$ hamburger Cubikfuß = 864 Cubikzolle. Da nun nach dem gewählten Maaßstab auf jeden Cubikzoll des Modells 8 Cubikfuße des Schiffes kommen, so beträgt der Raum des unter Wasser gehenden Theiles vom ledigen Schiff 864 . 8 = 6912 Cubikfuß, und das Gewicht des aus der Stelle getriebenen Wassers oder das Gewicht des leeren Schiffes ist 6912 . 48 Pf. = 331776 Pfund. Das Modell erfordere zur völligen Belastung 26 Pf. 18 Loth, so sage man 24 Pf. : 6912 Cubikfuß = 26 Pf. 18 Loth : 7650 Cubikfuß, welche mit 48 multiplicirt die Belastung des Schiffes = 367200 Pf. geben.

36) Ein schwimmender Körper senkt sich in Flüssigkeiten von verschiedner specifischen Schwere nicht gleich

tief, sondern in der schwereren Flüssigkeit weniger tief, als in der leichtern, und die eingetauchten Theile verhalten sich umgekehrt, wie die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten.

Ein Körper senkt sich in jeder Flüssigkeit, bis das Gewicht der aus der Stelle getriebenen Flüssigkeit dem Gewichte des Körpers gleich ist. Nun braucht er hierzu von der schwerern Flüssigkeit weniger aus der Stelle zu treiben, als von der leichtern, folglich senkt er sich in jener weniger tief als in dieser.

Das Gewicht des Körpers heiße P, die eingetauchten Theile in den verschiedenen Flüssigkeiten a, b, die specifischen Gewichte dieser Flüssigkeiten g, G: so hat man nach Stat. (12.) die Gewichte der aus der Stelle gedrängten Flüssigkeiten ag, bG, diese Gewichte sind gleich, weil jedes = P ist, daher

$$a\,g = b\,G \quad \text{oder}$$
$$a : b = G : g$$

woraus der letzte Theil des Satzes fließet.

Beyspiel. Der hamburger Cubikfuß Meerwasser wiegt nach Büsch ein Pfund mehr als Flußwasser, oder das specifische Gewicht von jenem verhält sich zum specifischen von diesem wie 49:48; daher wird ein Schiff, welches aus der Elbe in das Meer kommt, sich um $\frac{1}{48}$ des unter Wasser gehenden Theiles heben. Gieng es im Strohm 12 Fuß tief, so geht es im Meer uur 11 Fuß 9 Zoll tief.

37) Die Bedingungen zu finden, unter welchen ein schwimmender Körper eine sichere Lage hat.

kgdl Fig. 20. sey ein schwimmender Körper, dessen Schwerpunct G, und Mittelpunct des eingetauchten Theiles O ist. Man kann sich das Gewicht des schwimmenden Körpers in dem Schwerpunct, die aufwärts gerichtete Kraft des Wassers in dem Mittelpunct der Größe des eingetauchten Theiles vereinigt denken. So lange beyde Puncte in eine lothrechte Linie fallen,

ruht der schwimmende Körper, und die Ruhe ist sicher, wenn jene Lage der beyden Puncte, im Fall sie durch eine äussere Kraft verrückt wird, sich von selbst wieder herstellet; unsicher, wenn das Gegentheil erfolgt. Die nähern Bedingungen, unter welchen eine sichere Ruhe eines schwimmenden Körpers Statt findet, entwickelt die nachstehende Betrachtung.

Der Körper k g d l werde um eine durch den Schwerpunct G gehende wagrechte Axe um den Winkel B G C gedrehet, daß er in die Lage i h f c komme, und sein eingetauchter Theil h f c werde. Die eingetauchten Theile des schwimmenden Körpers bleiben immer von gleicher Größe, der Körper mag sich drehen wie er will, und damit dieses geschehe, muß sich oft der Schwerpunct G selbst bewegen. Da es aber bey den nachstehenden Untersuchungen nicht auf den absoluten Ort des Schwerpuncts, sondern bloß auf seine relative Lage gegen den Mittelpunct des eingetauchten Theiles ankommt, so nehme ich die Stelle des Schwerpunctes als unveränderlich an.

Durch die Drehung des Körpers um den Winkel B G C ist der erste Durchschnitt der Wasserlinie mit dem Körper m n in die Lage i e gekommen, und der neue Durchschnitt der Wasserlinie ist h c, und wegen der Gleichheit der Räume i h f e, und h f c ist i h x = x e c, oder der durch die Drehung über das Wasser hervortretende Theil ist dem unter Wasser sich versenkenden gleich.

Der Mittelpunct des anfänglich eingetauchten Theiles ist aus O in P gerückt, aber der Mittelpunct des neu versenkten Theiles wird wegen dem hinzugekommenen Stück x e c, und dem hinweggenommenen i h x, auf der Seite des hinzugekommnen in Q liegen. Um die Größe der Verrückung der Mittelpuncte P, Q nach einer wagrechten Richtung oder die Linie P r zu bestimmen, sehe man die Theile i h x, h x e f, x e c als

Gewichte an, welche, in ihren Schwerpuncten vereinigt, den Körper um eine wagrechte Axe um G zu drehen streben, und setze die Summe der Momente der einzelnen Theile dem Moment des Schwerpunctes gleich, so hat man, wenn s, P, Q, t Schwerpuncte und Gewichte der Theile ixh, iefh, hfc, xed vorstellen $Q.qr = t.xa - (P.Pq - s.bx)$ und weil $P = Q$, $s = t$; $Q(qr + Pq) = t.(xa + bx)$ oder $Q.Pr = t.ab$,

also $Pr = \frac{t.ab}{Q}$.

Die Kraft, womit das Wasser in dem Punct Q vereinigt, den Körper um seinen Schwerpunct G zu drehen strebt, wird durch das Moment $Q.qr$ ausgedruckt.

Liegt dieß Moment so, daß es den Körper wieder in seine anfängliche Lage zurückbringt, wie die Figur annimmt, so ist die Lage des schwimmenden Körpers sicher, und die Sicherheit nimmt mit der Größe des Momentes $Q.qr$ zu; wie z. B. wenn Q nach Q′ rückte. Rückt hingegen Q auf die entgegengesetzte Seite des Schwerpuncts in Q″ so wird das Moment $Q.r''q$ negativ, oder es befördert die Drehung des schwimmenden Körpers, statt ihr entgegen zu wirken. Der schwimmende Körper hat alsdann eine unsichere Lage. Die verschiedenen Zustände des Momentes $Q.qr$ lassen sich auch folgendermaßen darstellen. Man ziehe eine lothrechte Linie durch den Mittelpunct des eingetauchten Theiles Q, und eine perpendiculare durch den Schwerpunct G auf die anfängliche Wasserlinie ie, fällt der Durchschnitt C beyder Linien über den Schwerpunct, so ist der Stand des schwimmenden Körpers sicher, fällt der Durchschnitt unter den Schwerpunct in C″, so ist der Stand unsicher, fällt endlich der Durchschnitt in den Schwerpunct, so ist die Lage des schwimmenden Körpers gleichgültig, das ist, er ruht in jeder

Lage, äussert aber gar keine Kraft sich in einer bestimmten Lage zu erhalten.

Man nennt den Durchschnittspunct C auch das Metacentrum des schwimmenden Körpers. Weil qr = Pr — Pq, Pq aber = PG . sin. BGC ist, so nenne man den Abstand des Schwerpuncts vom Mittelpunct der Größe des eingetauchten Theiles PG = GO = a, den Neigungswinkel BGC = n, so hat man qr = Pr — a sin. n, und für Pr seinen Werth $\frac{t \cdot ab}{Q}$ geschrieben, giebt $qr = \frac{t \cdot ab}{Q} - a \sin. n.$

Hieraus erhellet, daß qr, folglich das Moment Q . qr, desto größer ist, je kleiner der negative Theil a sin. n, das ist, je kleiner bey übrigens gleichen Umständen a, oder je näher der Schwerpunct und der Mittelpunct der Größe des eingetauchten Theiles liegen. Liegt der Mittelpunct des eingetauchten Theiles über dem Schwerpunct, so wird a negativ und — a sin. n positiv, das ist qr, folglich auch das Moment Q . qr behält beständig einen positiven Werth, so lange sin. n bejaht, das ist n kleiner als 180 Grad bleibt. Dieß ist der sicherste Stand für einen schwimmenden Körper, er befindet sich alsdann in der Lage, wie ein Pendel, sein Unterstützungspunct (oder Mittelpunct des eingetauchten Theiles) liegt über dem Schwerpunct. Der positive erste Theil des Werthes von qr wird desto größer, je größer t . ab gegen Q ist, das ist, je größer die Schwankungen des eingetauchten Theiles gegen den ganzen eingetauchten Theil sind. Ich will diese allgemeine Betrachtung durch ein Beyspiel erläutern. abcd Fig. 20. * sey der senkrechte Durchschnitt eines Parallelepipedums, dessen Höhe noch einmal so groß als die Breite ist; es sey mit der schmalen Seite bis zur Hälfte unter Wasser getaucht. Die Schwankung oder n betrage 30°, indem die Wasserlinie aus g h nach fe kommt.

Die Verrückung des Mittelpuncts Q nach Q' ist hier nach der Formel $\left(\frac{t \,.\, ab}{Q}\right)$ gleich $\frac{P \,.\, he \,.\, ik}{gdhc}$.

Es ist aber $ik = \frac{2}{3} gh = \frac{2}{3} ab$; $he = Ph \,.\, tang.\, 30^\circ = 0{,}577 \,.\, Ph = 0{,}2885\, ab$; $Phe = \frac{1}{4} ab \,.\, he = 0{,}0721\, ab^2$; $gdch = ab^2$, folglich

$$Q \,.\, Q^1 = 0{,}0721\, ik = 0{,}048\, ab.$$

$a \,.\, \sin.\, n$ ist hier $P \,.\, Q \sin.\, 30^\circ = \frac{1}{2} PQ = \frac{1}{4} ab$ $0{,}25\, ab$, also $.\, qr = 0{,}048\, ab - 0{,}25\, ab = -0{,}202\, ab$ negativ und die Lage des Körpers unsicher, wie die punctirte Lage der Figur erläutert, indem der Durchschnittspunct C der lothrechten Linie durch den Mittelpunct des eingetauchten Theiles und der Axe Pc unter den Schwerpunct P fällt. Fig. 20. ** stellt denselben Körper mit der breiten Seite unter Wasser getaucht vor. Die Schwankung betrage wieder, wie vorhin 30°, und die Wasserlinie komme aus der Lage gh in die bd, so rückt, wie man hier ohne Rechnung schon sieht, der Mittelpunct Q nach Q' um $\frac{1}{6} ad$ hinüber, hiervon den Werth $PQ \sin.\, 30^\circ = \frac{1}{8} ab = \frac{1}{16} ad$ abgezogen, giebt $qr = \left(\frac{8}{48} - \frac{3}{48}\right) ad = \frac{5}{48} ad$ positiv, folglich auch das Moment $Q \,.\, qr$ positiv.

Dieß erhellet auch aus der punctirten Lage der Figur, wo das Metacentrum C über den Schwerpunct P fällt. Die allgemeinen Anwendungen der vorstehenden Lehren auf schwimmende Körper von jeder Gestalt, sind wegen den Schwierigkeiten, welche die Bestimmung des Schwerpunctes und des Mittelpunctes der Größe bey irregulären Körpern macht, nicht leicht. Vorzüglich lehrreiche Bemerkungen über diesen Gegenstand enthält eine Abhandlung von Hrn. Atwood in den philosophischen Transactionen 1796. P. I.

38) Anmerkung. Die vorstehende Betrachtung findet insbesondere ihre Anwendung bey dem Bau und der Einrichtung der Schiffe, damit dieselben den von

der Seite auf sie wirkenden Windstößen hinlänglich widerstehen können.

Beyspiel. Die ganze Belastung eines Schiffes Fig. 20. betrage nebst seinem Gewicht 100000 Pf., der Schwerpunct G liege 10 Fuß unter dem metacentro C, und das Schiff sey durch den Stoß des Windes um 30° geneigt, so beträgt das Moment des Widerstandes $Q.qr = Q.Cg \sin. 30° = 5 . 100000$ *tb.* $= 500000$ *tb.* Die Höhe des Mastes, an welchem das Segel gespannt ist, sey 50 Fuß über den Schwerpunct G erhaben. Die Kraft des Windes auf das Segel heiße V, so ist das Moment desselben, wenn er horizontal bläset, wegen der schiefen Richtung desselben auf den geneigten Mast $V . 50 . \sin. 60$, wofür ich $V . 50 . \frac{2}{3}$ schreibe. Dieß gleich 500000 *tb.* gesetzt, giebt die Kraft des Windes V, welcher das Schiff widerstehen kann $= \frac{500000}{50} . \frac{3}{2} = 15000$ *tb.*

Da sich nun mit der zunehmenden Neigung des Schiffes der Widerstand des Schiffes vermehrt, und die Kraft des Windes vermindert, so wird hieraus begreiflich, warum ein gehörig gebautes Schiff einem sehr starken Windstoß widerstehen könne.

39) Anmerkung. Aus denselben Gründen, warum ein länglichtes Parallelepipedum von Holz mit der schmalen Seite ins Wasser getaucht, nicht sicher schwimmt, hält es dem Menschen, welcher, im Ganzen genommen, etwas specifisch leichter als das Wasser ist, schwer sich in aufrechter Stellung schwimmend zu erhalten. Der Kopf als der schwerere Theil des Körpers, wird meistens untersinken, und dafür ein Theil der Brust und der Füße in die Höhe kommen, insbesondere alsdann, wenn die Brust durch den eingezogenen Athem sich eben erweitert hat.

Am leichtesten kommt es dem Menschen an, die Werkzeuge des Athemholens, Mund und Nase, über dem Wasser zu erhalten, wenn er auf dem Rücken liegend schwimmt. Liegt er auf dem Bauch, so muß er sich bemühen, den Körper in einer etwas nach unten geneigten Lage, und den Kopf rücklings in die Höhe gebogen zu erhalten. Dieß erfordert mehr Anstrengung der Muskeln des Halses, und ermüdet daher leichter als jene Lage.

Hieraus erhellet, warum der Mensch, wenn er gleich leichter als das Wasser ist, von Natur nicht so gut schwimmen kann als die vierfüßigen Thiere. Bey ihnen fällt der Schwerpunct in die Gegend des Unterleibes, und der Kopf ist gegen die übrigen Theile des Körpers nicht so schwer, als bey dem Menschen: daher behalten sie schwimmend ihre beym Gehen und Laufen natürliche Lage. Hierzu kommt noch, daß sie durch eine geringe Erhebung ihres Kopfes die Werkzeuge ihres Athemholens leichter über dem Wasser erhalten können, als der Mensch.

Die neuesten hierher gehörigen Untersuchungen enthalten ein zu Neapel 1794. herausgekommenes Werk L'uomo Gallegiante ec. von Oronzio de Bernardi. Der Verfasser brachte seinen Körper, an eine Wage und fand das Gewicht desselben 250 ℔. 12 Unzen; da der Arm des Wagebalkens über ein großes Gefäß voll Regenwasser gedreht, und indem der Körper in das Regenwasser senkte, das Gegengewicht nach und nach weggenommen wurde, so blieb noch Obertheil der Schultern, Hals und Kopf über dem Wasser. Eben so verhielt es sich bey mehrern Personen. Wenn der Verfasser seinen Körper ganz in ein volles Gefäß Wasser untertauchte, so wog das ausgelaufene Wasser 272 $\frac{1}{6}$ ℔. 22 $\frac{1}{6}$ ℔. mehr, als sein Körper. Den Schwerpunct seines Körpers bestimmte er folgendermaßen. Er legte sich im Meer horizontal auf den Rücken, der Hinterkopf war bis an die Ohren eingetaucht, frey ein Theil des Gesichtes, Obertheil der Brust, des Bauchs, der Hüfte, der Schenkel, und der Aerme. Zwey Freunde standen ihm zur Seite im Meer, das ganz still war, und legten ihm so lange Gewichte auf den Körper bis er ganz untertauchte. Diese betrugen 26 ℔. und mußten in die Gegend, unter dem schwertförmigen Knorpel, welche oben die wahren Rippen zur Grenze hat, und sich niederwärts längst des Zwischenraums der falschen Rippen erstreckt, gelegt werden, wenn der Körper im Gleichgewicht bleiben sollte. Dieß giebt den Schwerpunct höher als ihn Borellus fand, und man ihn gewöhnlich annimmt. Mehr Versuche mit andern Personen gaben fast eben das. (Hier bleibt doch die Frage unentschieden, ob der Schwerpunct bey allen Personen an dieselbe Stelle fällt; auch ob der menschliche Körper im Allgemeinen so viel specifisch leichter als Wasser ist, als des Verfassers Versuche geben? Dem Gewicht

seines Körpers nach zu urtheilen, ist er ziemlich corpulent, und fette Personen sind specifisch leichter als magere, wie aus mehreren Erfahrungen bekannt ist).

Im zweyten Theil ertheilet der Verfasser Unterricht in der Kunst zu schwimmen. Man sehe Gött. gel. Anz. 98 St. 1796, aus welchen vorstehendes genommen ist. Von dem Werk ist nun auch eine deutsche Uebersetzung durch das Industriecomptoir zu Weimar besorgt.

Den Fischen hat die Natur ein besonderes Mittel gegeben, wodurch ihnen ihre Bewegungen unter dem Wasser erleichtert werden. Die Schwimmblasen, zwey hohle mit Luft angefüllte Blasen, welche durch die Wirkung der starken Bauchmuskeln der Fische zusammengepreßt einen kleinern Raum einnehmen, und bey nachlassendem Druck durch die Wirkung der Elasticität der eingeschlossenen Luft sich wieder in den vorigen Raum ausdehnen. Hierdurch haben es diese Geschöpfe in ihrer Gewalt, den Raum ihres Körpers, bey unverändertem Gewicht zu vergrößern und zu verkleinern, um sich in dem Wasser zu erheben oder zu sinken. Indessen würde bey einer sehr großen Tiefe der Seitendruck des Wassers so stark werden können, daß die in der Blase äußerst zusammengepreßte Luft einen so kleinen Raum einnehmen würde, welchen der übrige Körperbau des Thieres nicht zuzulassen vermögend wäre. Daher erkläret es sich, warum die Fische meistens seichte Oerter suchen; wenn auch keine andere Ursachen, wie die von Zeit zu Zeit nöthige Erneuerung der Luft in den Blasen sie dazu veranlassen sollten.

Die Erfahrung hat (Borelli de motu animalium) gelehret, daß ein Fisch, dessen Blasen unter der Glocke der Luftpumpe zersprengt worden war, einen ganzen Monat hindurch auf dem Boden des Wasserbehälters vermöge der Bewegungen seines Schwanzes bloß fortrudern, sich aber nicht in dem Wasser erheben konnte.

40) Ein specifisch leichterer Körper als Wasser, ist mit einem specifisch schwerern Körper als Wasser verbunden, beyde sind unter Wasser versenkt, man sucht die Gewalt, womit die Körper von dem Wasser in die Höhe getrieben werden. Das specifische Gewicht des Wassers verhalte sich zum specifischen Gewicht

des leichtern Körpers = 1 : n
des schwerern Körpers = 1 : m

wo n einen Bruch, m eine ganze Zahl bedeutet. Das absolute Gewicht des leichtern Körpers A heiße p, des schwerern B, P, so hat man die Kraft, womit der leichtere in die Höhe getrieben wird $\frac{P}{n}$, die Kraft, womit der schwerere in die Höhe getrieben wird $= \frac{P}{m}$, weil diese Quotienten die Gewichte der Wassermassen ausdrücken, welche von den Körpern aus der Stelle getrieben werden. Die gesammte Kraft des Wassers aufwärts $\frac{p}{n} + \frac{P}{m}$, das Gewicht der Körper $P + p$, folglich für den Zustand des Gleichgewichts

$$P + p = \frac{P}{m} + \frac{p}{n} \quad \text{oder}$$

$$P - \frac{P}{m} = \frac{p}{n} - p.$$

Das heißt, der Ueberschuß des Gewichtes des schweren Körpers über seinem Verlust im Wasser ist gleich dem Druck des Wassers gegen den leichtern Körper, weniger dem Gewicht des leichten Körpers. Aus dieser Gleichung fließet

$$\frac{P\,m - P}{m} = \frac{p - n\,p}{n}$$

$$\frac{P\,(m-1)}{m} = \frac{p\,(1-n)}{n}$$

worin von den vier Größen P, p, m, n aus je dreyen die vierte gefunden werden kann.

Beyspiel. 20 Pf. Metall, welches 8 mal schwerer als Wasser ist, sollen mit einem Holz verbunden werden, welches halb so schwer als Wasser ist, man fragt, wie viel Holz man nöthig hat, damit die 20 Pf. Metall im Wasser schwebend erhalten werden? Hier sind $P =$ 20 Pf.

20 Pf. $m = 8$ $n = \frac{1}{2}$ also $\frac{20\ (8 - 1)}{8} = \frac{p\ (1 - \frac{1}{2})}{\frac{1}{2}}$

oder $\frac{7}{8}$. 20 Pf. $= p = 17\ \frac{1}{2}$ Pf. für die erforderliche Menge Holz. Nimmt man mehr, so steigt der Körper, nimmt man weniger, so sinkt er.

Auf diesem Grund beruhen die Schwimmkissen von Kork, voll Luft gefüllter Blasen, und andern leichten Körpern, deren sich der Mensch bedienet, um aufrecht im Wasser zu schwimmen. Auch gebraucht man ein ähnliches Mittel, um große ins Wasser versenkte Lasten wieder in die Höhe zu heben. Man versenkt große Schiffe, als specifisch leichte Körper A durch Einfüllung von Steinen und anderm Ballast so tief als möglich unter das Wasser, befestigt hierauf den zu hebenden Körper P durch starke Ankerthaue an das versenkte Schiff, und entledigt hierauf dieses von dem eingefüllten Ballast, so wird es vom Wasser mit einer dem ausgeleerten Ballast gleichen Kraft in die Höhe gedruckt, und hebt dadurch den Körper B.

Von der Untersuchung des specifischen Gewichtes der Körper.

41) Das Gewicht eines Cubikfußes oder Cubikzolles Wasser zu finden.

a) Man lasse sich ein hohles Gefäß genau von der Gestalt eines Cubikfußes oder Cubikzolles machen, fülle dasselbe bey einer bestimmten Temperatur voll reines destillirtes, oder wenigstens unter freyem Himmel aufgefangenes Regenwasser, wiege es, und ziehe von dem ganzen Gewicht das Gewicht des leeren Gefäßes ab.

b) Man lasse sich einen massiven Cubikfuß oder Cubikzoll von einem specifisch schweren Körper als das Wasser verfertigen, wiege denselben bey einer bestimmten Temperatur zuerst in der Luft und alsdann unter Wasser, ziehe dieses Gewicht von jenem ab, so erhält man den Verlust des Gewichtes im Wasser, welcher nach (30) dem Gewicht einer gleichgroßen Wassermasse gleich ist.

Ich habe mich der letzten Methode bedienet, indem ich einen pariser Cubikzoll von Eisen an einem feinen Drath unter Wasser versenkte und seinen Verlust im Wasser bestimmte.

Mehrere Versuche, welche sehr gut mit einander übereinstimmten (man sehe meine physisch mathematische Abhandl. S. 96. f.) gaben das Gewicht eines pariser Cubikzolles destillirtes Regenwasser bey 16° Reaum. 323 Gran Cölln. Markgewicht. Dieß mit 1728. multipliciret giebt das Gewicht eines pariser Cubikfußes 72 Pf., 10 Unzen, 384 Gran oder 72, 675 Pf. Cölln. Markgewicht. Das Cölln. Gewicht in pariser Troys Gewicht, das Pf. zu 16 Unzen gerechnet, ausgedruckt, giebt für ein pariser Cubikzoll destillirtes Regenwasser

bey 16° — — — — 370, 27 Gran
für ein pariser Cubikfuß 69,458 Pfund.

Für die letzte Zahl nimmt man in der Ausübung gewöhnlich 70 Pf. als eine runde Zahl an. Aus dem Gewicht eines pariser Cubikfußes Wasser findet man das Gewicht eines jeden andern Cubikfußes, wenn das Verhältniß der Fußmasse (Geom. 120.) gegeben ist nach (Stereom. 33.). Z. B. der rheinländ. Cubikzoll destillirtes Regenwasser

bey 16° wiegt $\frac{1391^3}{1440^3} \cdot 323$ Gran $= 288,72$ Gran Cölln.

d. rheinl. C. F. $\frac{1391^3}{1440^3} \cdot 72,675 = 64,963$ ℔. Cölln.

d. Darmst. C. F. $\frac{1276^3}{1440^3} \cdot 72,675 = 50,146$ ℔. Cölln.

Für die letzte Zahl kann man in der Ausübung ohne merklichen Fehler 50 Pf. rechnen.

42) Anmerkung. Die Wagen, deren man sich zur Untersuchnng des specifischen Gewichtes der Körper bedienet (die hydrostatischen Wagen) brauchen sich von einer gewöhnlichen empfindlichen Schaalwage nur dadurch

zu unterscheiden, daß man die eine Schaale wegnehmen, und statt derselben eine andere mit einem unten befindlichen Häkchen anbringen kann, an welches der im Wasser abzuwiegende Körper vermittelst eines feinen Drathes oder Pferdehaars aufgehängt wird.

Die Erfahrung hat gelehret, daß sich alle Körper und ins besondere die flüssigen durch die Wärme in einen größern Raum ausdehnen, wodurch ihr specifisches Gewicht geringer wird.

Die Ausdehnungen der Körper durch die Wärme sind bey verschiedenen Körpern verschieden, und man hat bis jetzt noch kein allgemeines Gesetz entdeckt, wonach sich diese Ausdehnungen richten. Daher muß man die specifischen Gewichte der Körper bey einerley Wärmegrad mit einander vergleichen. Ich setze aus mehrern Versuchen, die ich über diesen Gegenstand angestellt habe (Gren's neues Journal der Phys. 1 B. 2 Heft S. 220.) die specifischen Gewichte des Wassers von 5 — 5 Graden des Queckſilberthermometers mit Reaum. Scala her, weil man sich des Wassers zur Vergleichung der specifischen Gewichte der übrigen Körper bedienet. Das specifische Gewicht des Wassers bey 15 Grad Wärme ist hierbey zur Einheit angenommen worden.

Wärme			specif. Gewicht des Wassers
5	Grad	—	1,00143
10		—	1,00101
15		—	1,00000
20		—	0,99858
25		—	0,99701
30		—	0,99479
35		—	0,99219
40		—	0,98978
45		—	0,98689
50		—	0,98389
55		—	0,98001
60		—	0,97637
65		—	0,97219
70		—	0,96837
75		—	0,96324
80		—	0,95812

Den Gebrauch dieser Tafel wird ein Beyspiel erläutern. Wie viel wiegt der Darmstädter Cubikfuß siedend heißes

Wasser, wenn er bey 15 — 16 Grad Temperatur 50,146 ℔. Cölln. wiegt? man sage 1 : 0,95812 = 50,146 Ges. giebt 48,046 ℔.

43) Anmerkung. Zum bequemern Gebrauch der in diesem Abschnitt vorkommenden Tafeln setze ich die Eintheilung des in Deutschland fast allgemein angenommenen cöllnischen Mark- oder Silbergewichtes her.

Die cöllnische Mark wiegt $\frac{1}{2}$ ℔., und wird in 16 Loth oder 8 Unzen getheilet, ein Loth in 4 Quintchen, ein Quintchen in 4 Pfenniggewichte, ein Pfenniggewicht in 15 Gran; also enthält die Mark 256 Pfenniggewichte, oder 3840 Gran. Die Unze enthält 480 Gran, das Loth 240 Gran.

Eine noch kleinere Eintheilung der cöllnischen Mark findet beym Münzwesen Statt, wo man das Pfenniggewicht in 256 Richtpfennigtheile, also die Mark in 65536, die Unze in 8192, das Loth in 4096 dieser Richtpfennigtheile theilet. Diese Eintheilung hat vor der Eintheilung in Gran den Vortheil, daß man auf die kleinsten Theile durch lauter Halbirungen kommt. Am bequemsten wäre es freylich, wenn man auch bey den Gewichten die Decimaltheilung einführte.

Das Medicinalgewicht ist von dem Silbergewicht verschieden. Nach Eisenschmidt verhält sich die Unze Apothekergewicht zur Unze Silbergewicht wie 562 : 550 $\frac{1}{4}$. Zwölf Unzen Apothekergewicht machen 1 Pfund, die Unze wird in 8 Drachmen, die Drachme in 3 Scrupel, der Scrupel in 20 Gran oder die Unze in 480 Gran getheilet. Das ehemals in Frankreich allgemein eingeführte, und auch in andern Ländern bekannte Troy-Gewicht, verhält sich zu der Unze cölln. Markgewicht nach Eisenschmidt wie 576 : 550 $\frac{1}{4}$. Die Eintheilung ist wie beym cölln. Mark und deutschen Apothekergewicht, (die Unze in 8 Gros (Drachmen), der Gros in 3 Deniers (Scrupel), ausgenommen, daß der Scrupel nicht in 20 Gran, sondern in 24 Grains getheilet wird. Daher enthält die französische Unze 576 Grains.

Nach der neuern Einrichtung der französischen Maaße, Münzen und Gewichte, soll zur Einheit der Gewichte (dem Pfund) das Gewicht von einem cubischen decimetre (Geom. 120.) voll destillirtes Regenwasser im luftleeren Raum bey der Temperatur der Eiskälte abgewogen, an-

genommen werden. Die genauen neuesten Bestimmungen dieses Gewichtes sind mir noch nicht bekannt geworden. Nach ältern Bestimmungen (aus Rozier Journal de Physique Sept. 1793.) würde dieses Gewicht (Grave) 2 Pf. 5 Gros 49 Grains betragen.

Das Gesetz, daß der cubische Decimetre voll Wasser im luftleeren Raum abgewogen werden soll, gründet sich darauf, weil jeder Körper, in eine Flüssigkeit eingetaucht, so viel von seinem Gewicht verlieret, als der Raum voll Flüssigkeit wieget, den er einnimmt. Daher verliert jeder Körper, auf die gewöhnliche Weise abgewogen, so viel, als ein gleich großer Raum Luft wiegt. Da die Luft über 800 mal leichter als Wasser ist, so beträgt dieser Verlust bey nicht sehr großen Körpern äußerst wenig, und ist daher im gemeinen Leben ganz außer Acht zu lassen.

Bey der Bestimmung der specifischen Gewichte kommt er (die Veränderlichkeit dieses Verlustes wegen der verschiedenen Beschaffenheit der Luft abgerechnet) deswegen nicht in Anschlag, weil er in dem Verhältniß der specifischen Gewichte der Körper steht. Bey Körpern von sehr ungleichen Räumen kommt aber dieser Verlust allerdings in Betrachtung, wie die Aërostatik umständlicher lehren wird.

44) Das Verhältniß der specifischen Gewichte zweyer Flüssigkeiten zu finden. Man tauche einen festen Körper von specifisch größerm Gewicht, als die beyden Flüssigkeiten, in jede derselben, und bemerke seinen Verlust, das Verhältniß der Verluste giebt das Verhältniß der specifischen Gewichte der Flüssigkeiten. Denn der Verlust, welchen der Körper in jeder Flüssigkeit erleidet, drückt das Gewicht einer Masse Flüssigkeit aus, welche dem Raum des eingetauchten Körpers gleich ist, folglich giebt das Verhältniß der Verluste das Verhältniß der Gewichte gleich großer Massen der Flüssigkeiten, das ist, das Verhältniß ihrer specifischen Gewichte an.

45) Anmerkung. Es ist durchgehends angenommen worden, daß man bey der Vergleichung der specifischen Gewichte der Körper das specifische Gewicht des Wassers gleich 1 setzt.

Daher findet man nach dem vorstehenden Paragraph das specifische Gewicht einer Flüssigkeit, wenn man einen festen Körper zuerst in reines Wasser, und dann in die Flüssigkeit eintaucht, und den Verlust in der Flüssigkeit, durch den Verlust im Wasser, dividiret.

Beyspiel. Ein Klumpen Glas habe im Wasser 2 Loth, in Brandtwein $1\frac{3}{4}$ Loth + 6 Gran verlohren, so sage man 2 Loth : $1\frac{3}{4}$ Loth + 6 Gran = 1 : specif. Gewicht des Brandtweins; dieß giebt das specifische Gewicht des Brandtweins $\frac{1\frac{3}{4}\text{ Loth} + 6\text{ Gran}}{2\text{ Loth}} = \frac{426}{800} =$ 0,888. Man muß zur Untersuchung der specifischen Gewichte der Flüssigkeiten sich solcher festen Körper bedienen, welche von den Flüssigkeiten nicht angegriffen werden, daher wählet man zur Untersuchung des specifischen Gewichtes der Säuren am besten Glas.

Das Queckſilber ist eine so schwere Flüssigkeit, daß sich kein fester Körper, Gold und Platina ausgenommen, in ihm untertaucht, daher untersucht man das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit am bequemsten, wenn man ein hohles Gefäß mit einem engen Hals, voll Queckſilber, und hierauf voll Wasser von derselben Temperatur füllt, und das Gewicht des in dem Gefäß enthaltenen Queckſilbers, durch das Gewicht des in dem Gefäß enthaltenen Wassers dividiret.

46) Das specifische Gewicht eines festen Körpers in Vergleichung gegen das specifische Gewicht des Wassers zu finden. Man wiege den festen Körper zuerst in der Luft, und hierauf unter Wasser ab, und dividire das Gewicht des Körpers durch den Verlust seines Gewichtes im Wasser. Denn der Verlust, welchen der Körper im Wasser erleidet, ist dem Gewicht einer mit dem Körper gleich großen Wassermasse gleich, woraus die Richtigkeit des Verfahrens erhellet.

47) Anmerkung. Wenn der feste Körper porös ist, und leicht vom Wasser durchdrungen wird, so muß man ihn zuerst trocknen, und hierauf vom Wasser durchdrungeu an der Luft wiegen, alsdann ins Wasser versenken und wiegen. Das letzte Gwicht vom Gewicht des feuchten Körpers abgezogen, giebt den eigentlichen Ver-

luft im Wasser. Zöge man das Gewicht im Wasser von dem Gewicht des trocknen Körpers ab, so würde man nur den Raum von Wasser wiegen, welchen der Körper ohne Poren füllt, folglich den Verlust im Wasser zu klein, und das specifische Gewicht zu groß finden.

Wenn die Poren des Körpers sehr weit sind, so ist es räthlich, sie mit Talch oder Wachs an der Oberfläche zu füllen, nachdem man vorher den Körper an der Luft gewogen hat.

Bey einigen Körpern (wie den Baumaterialien) ist es interessant, ihr specifisches Gewicht zu finden, wenn sie von Wasser durchdrungen sind. Dieß giebt die angeführte Methode, wenn man mit dem Verlust im Wasser in das Gewicht des nassen Körpers dividiret.

Wenn der feste Körper specifisch leichter als Wasser ist, so verbinde man mit ihm einen specifisch schwerern als Wasser, bemerke den gesammten Verlust an Gewicht von beyden im Wasser, und ziehe von demselben den Verlust, welchen der schwerere allein in dem Wasser erleidet, ab, so bekommt man das Gewicht einer Wassermasse, welche einerley Raum mit dem leichtern Körper annimmt, dieses in das Gewicht des leichtern Körpers dividiret, giebt das specifische Gewicht desselben.

Beyspiel. Ein Stück Holz verliere, verbunden mit einem Stück Bley, unter Wasser 4 Loth, das Bley allein verliere 1 Loth im Wasser, das Gewicht des Holzes sey 2 Loth, so ist das specifische Gewicht des Holzes $= \frac{2}{\frac{2}{4-1}} = \frac{2}{3} = 0,6,66$, wenn das specifische Gewicht des Wassers $= 1$ ist. Auf diese Weise läßt sich das specifische Gewicht von Pulvern und andern loßen Körpern, wenn man sie in Gefäßen unter dem Wasser abwiegt, bestimmen. Zur Untersuchung des specifischen Gewichtes der Salzen und anderer Körper, welche sich leicht im Wasser auflösen, nimmt man höchst gereinigten Weingeist, Terpentinöl, oder (nach Hrn. Richter) eine vollkommen gesättigte Auflösung des Salzes, das man untersuchen will, im Wasser. Kennt man, wie vorausgesetzt wird, das specifische Gewicht dieser Flüssigkeiten gegen das Wasser, so erhält man das specifische Gewicht des festen Körpers aus dem gefundenen Verhältniß dessel-

ben, zum specifischen Gewicht jener Flüssigkeiten durch folgende Proportion.

Das specif. Gew. der Flüssigkeit zum Wasser sey = m : 1
das specif. Gewicht des Körpers zur Flüssigkeit = n : 1
so ist m . n : 1 das specifische Gewicht des Körpers in Vergleich gegen das Wasser.

48) Anmerkung. Die von (41) bis hierher vorgetragenen Sätze dienen zur hydrostatischen Untersuchung des specifischen Gewichts der Körper. Sie setzen voraus, daß man mit einer guten Wage, einem Queckfilberthermometer zur Bestimmung der Temperatur, einigen festen Körpern von verschiedener Art zum Versenken in Flüssigkeiten, einigen hohlen Gefäßen und dgl. versehen sey. Ueberdieß gehöret Vorsicht und Uebung dazu, wenn die Versuche mit der gehörigen Genauigkeit angestellt werden sollen. Die Untersuchung des specifischen Gewichtes der Flüssigkeiten kommt im gemeinen Leben am häufigsten vor, und man hat besondere Werkzeuge erfunden, dieses zu erleichtern.

Man nennt sie Senkwagen Aräometer (Dichtigkeitsmesser), Hydrometer, Hydroscopien (Flüssigkeitsmesser).

Diese Werkzeuge sind hohle leichte Körper von Glas oder Metall, welche durch eingelegte Gewichte sich in den Flüssigkeiten bis auf eine gewisse Tiefe einsenken, und entweder durch die Größe ihres eingesenkten Theiles, oder wenn diese unveränderlich bleibt, durch die Größe ihres absoluten Gewichtes die specifischen Gewichte der Flüssigkeit, worin man sie versenkte, anzeigen. Jene könnte man Aräometer mit Scalen, diese Aräometer mit Gewichten nennen. Das Folgende enthält die Sätze, worauf sich ihre Verfertigung gründet.

49) Vermöge (36) verhalten sich die eingetauchten Theile eines auf verschiednen Flüssigkeiten schwimmenden Körpers umgekehret wie die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten. Hierauf beruht die Verfertigung der Aräometer mit Scalen. AC Fig. 22. sey ein hohler Körper (am besten von Glas, weil Metalle von sauren Flüssigkeiten angegriffen werden), welcher unten aus zwey Gefäßen B, D, oben aus einer cylindrischen

Röhre BA besteht. Das untere Gefäß D, welches keine Gemeinschaft mit dem obern haben darf, wird so weit voll Queckſilber gefüllt, daß ſich der ganze Körper in reinem Waſſer von einer bestimmten Wärme (etwa 15° Reaum.) bis an einen gewiſſen Punct A der Röhre untertaucht. Das obere Gefäß B dienet bloß dazu, den Mittelpunct der Größe m des eingetauchten Theiles über den Schwerpunct p zu bringen, um dem ſchwimmenden Aräometer eine ſichere lothrechte Stellung zu verſchaffen (37.), welche mit der Axe AC des Werkzeuges zuſammentrifft. Geſetzt man bringe das Aräometer in eine andere Flüſſigkeit von der nämlichen Temperatur, welche das Waſſer hatte, und es ſenkt ſich in dieſer Flüſſigkeit nur bis B ein, und das Verhältniß der Räume CA : CB wäre bekannt = 2,00 : 1,00 oder 200 : 100, ſo würde ſich das ſpecifiſche Gewicht der Flüſſigkeit zum ſpecifiſchen Gewicht des Waſſers umgekehret, wie CB : CA = 1,00 : 2,00 verhalten. In den Flüſſigkeiten, deren ſpecifiſches Gewicht zwiſchen die Zahlen 1,00 und 2,00 fällt, würde das Aräometer ſich bis auf eine Stelle zwiſchen den Puncten A und B verſenken. Es kommt alſo nur darauf an, daß man die Verhältniſſe der Räume Ca : CA, Cb : CA und ſ. w. beſtimmt, daß ſie ſich = 1,00 : 1,10; 1,00 : 1,20 und ſ. w. verhalten, ſo entſprechen die Puncte a, b den ſpecifiſchen Gewichten 1,10, 1,20 und ſo weiter.

Am ſicherſten geſchieht die Beſtimmung der Puncte a, b, wenn man nach Briſſon das Gewicht des ganzen Aräometers durch Ausleerung des Queckſilbers im Gefäß D nach und nach ſo vermindert, daß ſich das Werkzeug in reinem Waſſer nur bis zu den Tiefen a, b, c einſenkt. Die Räume Ca, Cb, Cc werden ſich alsdann nach (34) wie die Gewichte des Aräometers verhalten.

Das ganze Gewicht heiße z. B. P, ſo gehöret zur Beſtimmung des Punctes a in Waſſer ein Gewicht

$= \frac{100}{110}$ P, des Punctes b $= \frac{100}{120}$ P u. s. w. Zuletzt stellt man das anfängliche Gewicht wieder her. Diese Eintheilungsart ist zwar genau, aber sehr mühsam. Kann man voraussetzen, daß die Röhre AB vollkommen gleich weit sey, so verfähret man kürzer folgendermaßen.

Nachdem man durch verschiedene Beschwerungen, das Aräometer zuerst bis B, und dann bis A versenkt, und aus dem Verhältniß der Gewichte das Verhälkniß der Räume CA : CB hergeleitet hat, welches ich wieder = 200 : 100 setze, so kommt es darauf an, den Raum AB in 100 verhältnißmäßige Theile zu theilen, wenn, wie ich annehme, die specifischen Gewichte in Hunderttheile des specifischen Gewichtes des Wassers ausgedruckt werden sollen.

Durch eine Zeichnung kann dieß also bewerkstelliget werden. Man trage das Verhältniß der Räume AB, BC (indem man BC als einen Körper von gleicher Dicke mit AB annimmt) auf eine gerade Linie Fig. 23. Auf die Endpuncte A, C dieser geraden Linie richte man unbestimmte Perpendikel auf, trage auf eins derselben so viel gleiche Theile von willkührlicher Größe, als AB Theile erhalten soll, durch alle Theilungspuncte α, β, γ ziehe man mit AC Parallelen, bis sie das andere Perpendikel schneiden. Bey den gleichen Theile α, β, γ und den ihnen entsprechenden α', β', γ' auf dem gegenüberstehenden Perpendikel bemerke man die zugehörigen Zahlen 110, 120 bis 200.

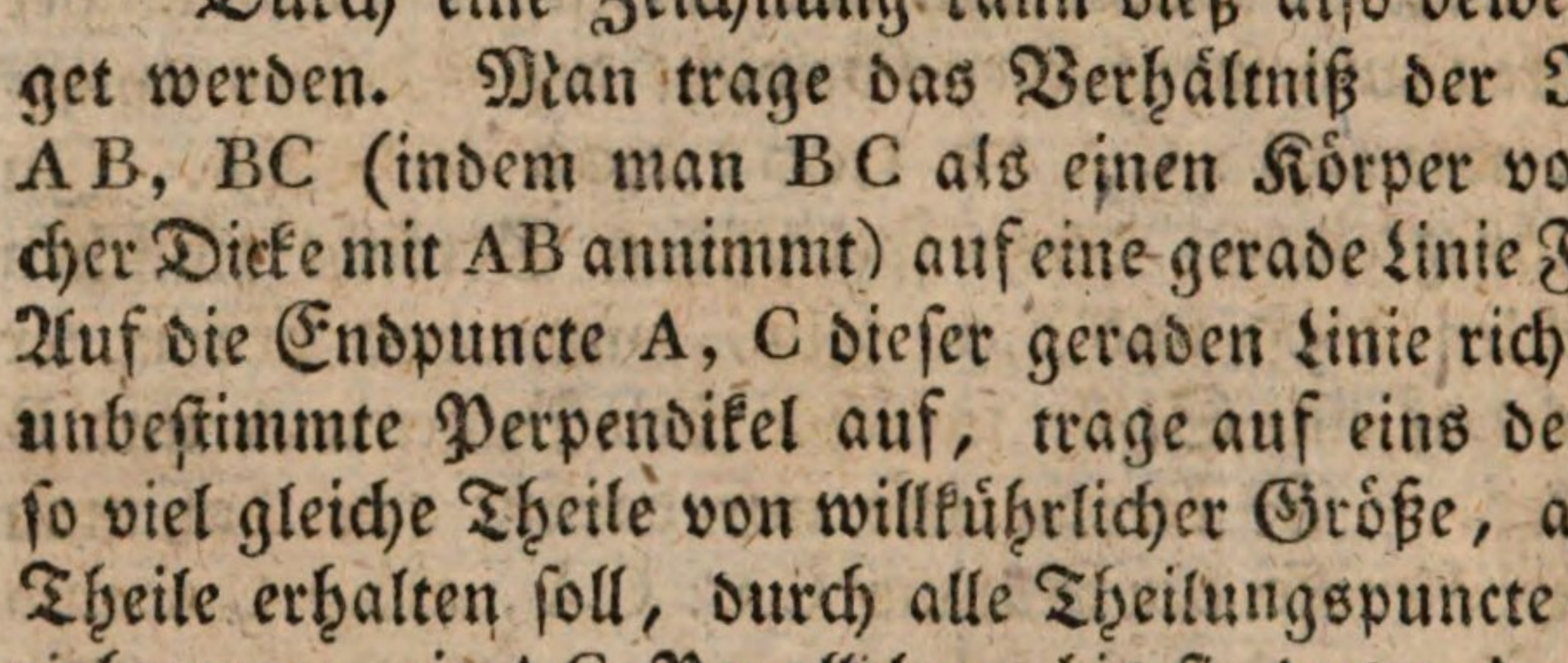


Fig. 23.

Hierauf trage man CD nach CE und ziehe von E nach α', β', γ' und so weiter, gerade Linien. Die Durchschnittspuncte dieser Linien mit BA geben die Eintheilung der Linie BA oder die Scale des Aräometers. Denn vermöge der Construction ist

$$E\alpha : EC = \alpha\alpha' : Ca$$

oder $$110 : 100 = CA : Ca$$

ferner $$E\beta : EC = \beta\beta' : Cb$$

das ist $$120 : 100 = CA : Cb$$

Da nun das umgekehrte Verhältniß der eingetauchten Räume CA : Ca, CA : Cb das Verhältniß der specifischen Gewichte giebt, so entsprechen die Puncte a, b den specifischen Gewichten 1,10; 1,20, wenn A das specifische 1,00 des Wassers ausdrückt. Für Flüssigkeiten, welche specifisch leichter als Wasser sind, findet man die Puncte der Scale, wenn man von C und A aufwärts auf die Perpendikel gleiche Theile trägt, und hierauf von E nach 90, 80 u. s. w. gerade Linien zieht, so schneiden diese Linien auf CA die Theile Aa', Ab' ab, welche den specifischen Gewichten 0,90; 0,80 und s. w. entsprechen.

Einzelne Hunderttheile der Scale kann man ohne merklichen Fehler finden, wenn man die Theile Aa, ab und so weiter, in 10 gleiche Theile theilet.

50) Anmerkung. Die Theile Aa, Ab, u. s. w. lassen sich auch folgendermassen berechnen. Man nenne den Raum AC, welcher aus der bekannten Länge AB und dem Verhältniß AB : AC gegeben ist, = b EC = CD = a, die verschiedenen Werthe Cα, Cβ = Δa, die zugehörigen Theile Aa, Ab = Δb, wo Δa, Δb veränderliche Größen bezeichnen, so hat man aus der Proportion

$$EC : E\alpha = Ca : CA$$

$$a : a + \Delta a = b - \Delta b : b$$

die Produkte der mittlern und äußern Glieder gleich gesetzt.

$$ab = ab - a\Delta b + b\Delta a - \Delta b\Delta a$$

Gleiches gegen Gleiches weggestrichen und $\Delta b\Delta a$ und $a\Delta b$ auf beyden Seiten addiret

$$a\Delta b + \Delta b\Delta a = b\Delta a \quad \text{oder}$$

$$\Delta b(a + \Delta a) = b\Delta a \quad \text{folglich}$$

$$\Delta b = \frac{b\Delta a}{a + \Delta a}, \text{ woraus die verschiedenen}$$

Werthe von Δb gefunden werden können. Die Scale dieser Aräometer wird gewöhnlich auf ein Blatt Papier gezeichnet, das man zusammenrollt und in die hohle Röhre AB Fig. 22. steckt. Aus der Betrachtung der

23. Fig. erhellet, daß, wenn die Scale AB des Aräometers von der Dichte des Wassers = 100 bis zur doppelten Dichte = 2,00 gehen soll, der Raum der Scale so groß als der Raum der Gefäße B, C Fig. 22. seyn muß. Unter dieser Bedingung würde der Schwerpunct des ganzen Aräometers zu hoch fallen, und die Stellung desselben in den Flüssigkeiten unsicher seyn. Man muß daher die ganze Ausdehnung der Scale Bb unter mehrere Aräometer vertheilen, von welchen die Scale des einen da anfängt, wo die des andern aufhöret. Ich habe in einem Aufsatz, welcher sich in Gren's neuem Journal der Phys. 3. B. 2. Heft befindet, umständlich bezeigt, daß man wenigstens 3 Aräometer verfertigen muß, wenn ihre Scalen 100 Theile des specifischen Gewichts angeben, und von 0,70 bis zu 2,00 gehen sollen. Wollte man 1000 Theile des specifischen Gewichtes bestimmen, so müßte man gar 30 Aräometer verfertigen. Dieses macht den Gebrauch der Aräometer mit Scalen unbequem. Ich betrachte daher nun die Einrichtung der andern Art der Aräometer mit Gewichten, welche von ihrem Erfinder auch Fahrenheitische heißen.

51) Satz. Wenn ein schwimmender Körper in Flüssigkeiten von verschiedenem specifischen Gewicht sich gleich tief eintauchen soll, so muß sein absolutes Gewicht veränderlich seyn, indem sich die absoluten Gewichte des eingetauchten Körpers, wie die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten verhalten. Da er vermöge der Voraussetzung gleiche Mengen von Flüssigkeit aus der Stelle treibt.

Fig. 24. stellt einen hierzu bestimmten leichten Körper von Glas vor, welcher aus zwey hohlen Gefäßen B, C, einem sehr dünnen massiven Stängelchen a, einem zweyten etwas stärkern b, und einer auf dem obern Stängelchen befestigten Schaale A besteht. Das untere Gefäß C wird mit Queckſilber gefüllt, theils um den Schwerpunct p des Ganzen, unter den Mittelpunct m des eingetauchten Theiles zu bringen, theils um dem Aräometer ein bestimmtes Gewicht zu geben. In der Mitte des Hälschens a befindet sich ein Emaillepünct-

chen als Zeichen, wie tief sich das Aräometer in den Flüssigkeiten senken soll. Die Schaale A ist bestimmt, kleine Gewichte aufzunehmen. Gesetzt, das Aräometer habe die Einrichtung erhalten, daß es ohne Auflegegewichte in der Schaale A 700 halbe Gran Clln. M. wiege, und mit 300 Theilen Auflegegewicht beschweret, oder bey einem Gewicht von 1000 sich in destillirtem Regenwasser bey 15° Reaum. bis an das Normalpünctchen a einsenke, so wird das Aräometer das specifische Gewicht irgend einer andern Flüssigkeit, in welcher es bey verändertem Auflegegewicht eben so tief einsinkt, durch die Größe seines ganzen Gewichts unmittelbar in 1000 Theilen des zur Einheit angenommenen specifischen Gewichtes des Wassers angeben. Um die Bedingung zu erhalten, daß sich das Werkzeug bey dem angenommenen Gewicht von 1000 halben Granen in reinem Wasser von 15° Wärme bis a einsenkt, muß man den Raum der Gefäße B, C so lange verändern, bis das aus der Stelle getriebene Wasser genau 1000 halbe Gran Clln. M. wiegt. (Ich habe im 7. B. von Gren's Journal der Phys. beschrieben, wie Herr Ciarcy, der diese Aräometer in großer Vollkommenheit verfertiget, hierbey verfähret.)

Die Dicke des cylindrischen Stieles a darf nicht über $\frac{1}{2}$ pariser Linie betragen, also der Querschnitt an dem Normalpünctchen noch kein Viertheil Quadratlinie. Hieraus lässet sich die Empfindlichkeit des Werkzeuges beurtheilen.

Nach (41) wiegt der pariser Cubikzoll reines Wasser 323 Gran Clln.; folglich geben 1000 halbe oder 500 ganze Gran 1,55 pariser Cubikzoll Wasser, und $\frac{1}{2}$ Gran oder ein Theil des Aräometergewichtes giebt 0,00155 pariser Cubikzoll = 0,155 . 1728 = 2,6784 Cubiklinien Wasser, dividiret man hierin mit dem Querschnitt der Röhre = $\frac{1}{4}$ Linie, so erhält man 10,6 Linien für die Bewegung des Wasserstandes am Hals des Aräo-

meters, welche durch einen Theil seiner Gewichte bewirkt wird. Hiervon gehe durch die Reibung oder Adhäsion des Wassers die Hälfte verlohren, so bleiben immer 5 Linien Bewegung übrig, und man wird daher sehr gut noch den Einfluß eines Viertheils der Gewichte auf den Stand des Aräometers bemerken, und also die specifischen Gewichte bis auf $\frac{1}{4000}$ genau finden können. Dieses bestätigt die Erfahrung an den von Ciarcy verfertigten Aräometern, und beweiset schon ihren Vorzug vor den Aräometern mit Scalen. Wenn die Auflegegewichte in der Schaale A mehr betrügen als das in C enthaltene Queckſilber, so würde der Schwerpunct p über den Mittelpunct m fallen und der lothrechte Stand des Werkzeuges nicht mehr sicher seyn. Daher reicht ein Aräometer mit Gewichten zur Bestimmung der specifischen Gewichte der Flüssigkeiten, welche sich von 0,700 bis zu 2,000 erstrecken, nicht hin, aber zwey vollvollkommen.

Das erste kann von 0,700 bis zu 1,200, das andere von 1,200 bis zu 2,000 gehen. Bey jenem beträgt das Gewicht des Aräometers 700, das größte Auflegegewicht 500, bey diesem das Gewicht des Aräometers 1200, und das Auflegegewicht 800 Theile.

52) Anmerkung. Muschenbroek und mehrere Naturforscher haben sich viele Mühe gegeben die specifischen Gewichte der Körper zu untersuchen, und sie mit dem specifischen Gewichte des Wassers zu vergleichen. Vor allen hat sich Hr. Brisson in Paris ein grosses Verdienst in dieser Sache erworben, indem er seine Untersuchungen nicht nur mit vieler Sorgfalt bey einem bestimmten Grad des Thermometers (14° Reaum.) angestellt, sondern auch die Körper, von welchen er das specifische Gewicht angiebt, sehr genau beschrieben hat, worin die ältern Angaben meistens unbestimmt sind. (Von Brissons Werk Pesanteur specifique des corps Paris 1787. ist nun auch eine deutsche Uebersetzung von Blumhof mit Zusätzen und Anmerkungen von Kästner zu Leipzig in der Schäferischen Buchhandlung 1795. erschienen. Die folgende Tafel enthält einen Auszug aus die-

sem und Muschenbroeks Werk, die mit * bezeichneten Angaben ausgenommen, welche theils von mir, theils von meinem Bruder herrühren, und bey einer Temperatur von 15° Reaum. gefunden worden sind.

Tafel über die specifischen Gewichte der Körper.

Metalle.

Platina,	geschmiedet	21,061	(Sickingen)
	geschmolzen	19,500	(Brisson)
	geschmiedet	20,336	— —
Gold,		19,64	(Muschenbroek)
	gegossen	19,258	(Brisson)
	gehämmert	19,361	— —
Silber,		10,542	(Muschenbroek)
	gegossen	10,474	Brisson
	gehämmert	10,51	— —
Kupfer,	gegossen	7,788	— —
	zu Draht gezogen	8,878	— —
	japanisches gegossen	8,726	Muschenbroek
	geschmiedet	9,000	— —
Eisen,	Roheisen	7,207	Brisson
	Stangeneisen	7,788	— —
Stahl,		7,833	— —
	geschmiedet nicht gehärtet	7,840	— —
	und gehärtet	7,810	— —
Zinn,	von Malacca gegossen	7,296	— —
	gehämmert	7,306	— —
Zinn,	englisches, gegossen	7,291	— —
	gehämmert	7,299	— —
Bley,	gegossen	11,352	— —
Zink,	gegossen	7,190	— —
Wismuth,	gegossen	9,822	
Kobalt,	gegossen	7,811	
Spiesglanz,	gegossen	6,702	
Arsenick,	—	8,308	Bergmann
Nickel,	gegossen	9,000	— —
Magnesium,	—	6,850	— —
Queckfilber, im Mittel aus mehrern Versuchen		13,674	Muschenbroek
		13,568	Brisson

Edel- und andere zum Kieselgeschlecht gehörige Steine.

Diamant		3,5212	Brisson	
Rubin		4,2833	—	—
Topas		4,0106	—	—
Saphir		3,9941	—	—
Jargon		4,4161	—	—
Hyacinth		3,6873	—	—
Granat,	böhm.	4,1888	—	—
Smaragd		2,7755	—	—
Chrysolith		2,7821	—	—
Aquamarin		3,5489	—	—
Bergcrystall		2,6530	—	—
Quarz		2,6404		
	bis	2,6546	—	—
Feldspath		2,4378	—	—
	bis	2,5946	—	—
Katzenauge		2,5475	—	—
Opal		2,1140	—	—
Achat		2,5535	—	—
	bis	2,6667	—	—
Chalcedon		2,2950	—	—
	bis	2,6645	—	—
Karneol		2,5977	—	—
	bis	2,6301	—	—
Sardonyx		2,5949	—	—
	bis	2,6284	—	—
Prasem		2,5805	—	—
Petrosilex		2,6527	—	—
Feuerstein,	heller	2,5948	—	—
	schwärzlicher	2,5817	—	—
Mühlstein		2,4835	—	—
Zeolith		2,0380		
Kiesel		2,5648	—	—
	bis	2,6644		
Jaspis		2,5630		
	bis	2,7640	—	—
Schörl		2,9225	—	—
	bis	2,4529	—	—
Porphyr		2,6760	—	—
	bis	2,7651	—	—
Sandstein		2,0855	—	—
	bis	2,6214	—	—

Kalch

Kalch-, thon- und bittererdige Steine.

Kreide		2,315	(Kirwan)
— —		2,252	(Muschenbroek)
Dichter Kalchstein		1,386	
	bis	2,700	(Kirwan)
Marmor von		2,61	
	bis	2,8376	(Brisson)
Isländischer Kalchspath		2,715	— —
Mergel		1,600	
		2,400	(Kirwan)
Gips, dichter		1,872	— —
	bis	2,288	— —
	faseriger	2,300	— —
Fraueneis		2,311	— —
Flußspath		3,155	(Brisson)
	bis	3,191	
Schwerspath		4,300	Kirwan
	bis	4,800	
Meerschaum		0,336	(Groß)
Speckstein		2,727	(Brisson)
Serpentin von Zöblitz		2,560	(Kirwan)
Asbest von Zöblitz		2,547	— —
Nephrit		2,966	(Brisson)
	bis	3,041	(Saussüre)
Töpferthon		1,800	(Kirwan)
	bis	2,000	
Wetzschiefer		2,876	— —
	bis	3,131	(Brisson)
Glimmer, russischer		2,791	— —
	schwarzer	2,938	— —
Hornblende		3,33	
	bis	3,434	(Kirwan)
Wacke		2,535	— —
Trapp		2,780	— —
	bis	3,021	— —
Basalt		2,864	Brisson
(hessischer bey Giessen) derber		2,663	*
	poröser	2,627	*
Thonschiefer		2,670	
	bis	2,880	
Granit		2,538	
	bis	2,956	(Brisson)

vom Melibocus aus der Bergstrasse		2,708	*
Granit von Auerbach aus der Bergstrasse		2,6797	*

Einige im Darmstädtischen gewöhnliche Bausteine.

Sandstein von Heidelberg weiß ins Bräunliche spielend	trocken	2,2776	*
	naß	2,4021	
Sandstein von Lengfeld röthl. fein körnigt	trocken	2,1824	*
	naß	2,3150	
Sandstein von Langen grobkörnigt, pfirschblüthfarbig	trocken	2,438	*
	naß	2,5233	
Sandstein von Heppenheim weiß dicht und fein körnigt	trocken	2,2691	*
	naß	2,3834	
Sandstein v. Raistenhausen ohnfern Mittenberg am Mayn, roth, fein, dicht körnig und zart	trocken	2,1877	*
	naß	2,3067	
Sandsteinplatten aus der Gegend Miltenberg, sie schiefern sich, enthalten viel Glimmer	trocken	2,3812	*
	naß	2,4745	
Dachschiefer von Caub am Rhein, gute Sorte blau ins Schwärzliche spielend	trocken	2,6865	*
	naß	2,7438	
schlechte Sorte, daher ins Gräuliche spielend	trocken	2,6761	*
	naß	2,6928	
Granit bey Darmstadt am kleinen Woog, weiß mit schwarzem Glimmer, grobkörnigt hart		2,6837	*
Porphyr vom Glasberg bey Darmstadt röthlich weiß		2,3952	*

Nephrit vom Herrgottsberg bey Darmstadt, blau ins Grünliche spielend		2,9481	*
Mandelstein bey Darmstadt an den drey Brunnen, ins Röthlichgraue spielend, mit großen Poren, welche zum Theil mit Kieselmasse durchdrungen sind, wird vermauert.	trocken	2,4846	*
	naß	2,5937	
Mandelstein aus demselben Bruch aus der Tiefe, dicht ohne große Poren, aber nicht mit Kieselmasse durchdrungen, wird zum Pflastern gebraucht	trocken	2,2307	*
	naß	2,3851	
Gebackener Stein von der Darmstädter Ziegeley mittlerer Güte	gewöhnlich trocken	2,0358	
	im Feuer getrocknet	1,9863	*
	mit Wasser durchdrungen	2,1716	

Künstliche Verglasungen.

Bouteillenglas, grünes	2,642	(Brisson)
Krystallglas, weißes	2,892	— —
bis	2,488	— —
Flintglas, englisches	3,329	— —
Spiegelglas, Wirzburger	2,700	(*)
Porzellain von Seves	2,145	(Brisson)
von Limoges	2,341	— —
von China	2,384	— —
sächsisches	2,4932	— —

Erdharze.

Bergnaphta	0,708	(Muschenbroek)
Petroleum	0,854	— —
Asphalt	1,203	— —
bis	1,744	— —

Steinkohle	1,270	Muschenbroek
bis	1,500	— —
Bernstein	1,065	— —
bis	1,110	— —
Schwefel, natürlicher	2,033	Brisson
Stangenschwefel	1,800	— —
bis	1,990	— —

Salze.

Vitriolöl	1,877	Muschenbroek
bis	1,700	— —
Rauchende Salpetersäure	1,583	— —
Rauchende Kochsalzsäure	1,194	(Brisson)
Roher Essig	1,013	— —
Destillirter Essig	1,009	— —
Roher Weinstein	1,849	Muschenbroek
Weinsteinrahm	1,900	— —
Aezender Salmiakgeist	0,890	— —
Zerflossenes Weinsteinsalz	1,550	— —
Glaubersalz	2,246	— —
Salpeter	1,900	— —
Reines Kochsalz	1,918	— —
Steinsalz	2,143	— —
Reiner Salmiak	1,42	— —
Borax	1,720	— —
Alaun	1,714	— —
Englischer Vitriol	1,880	
Zinkvitriol	1,900	
Weißer Zucker	1,606	

Geistige Flüssigkeiten.

Schwefelnaphta	0,716	(Lowitz)
Alcohol (der reinste)	0,791	— —
Burgunder Wein	0,9915	(Brisson)
Champagner Wein	0,9979	— —
Wein von Bordeaux	0,9939	(Brisson)
von Malaga	1,0221	— —
Madera	1,0382	— —
Tokay	1,0538	— —
Rheinwein	0,999	Muschenbroek

Rother Capwein	1,018	Muschenbroek
Weißer	1,039	— —
Pontac	0,993	— —
Moseler	0,916	— —

Aetherische und fette Oehle.

Lavendelöhl	0,893	(Brisson)
Fenchelöhl	0,997	(Muschenbroek)
Wachholderöhl	0,911	— —
Krausemünzenöhl	0,975	— —
Terpentinöhl	0,792	— —
Rindertalg	0,995	— —
Hamelstalg	0,943	— —
Schweineschmalz	0,954	— —
Gelbes Wachs	0,960	— —
Weißes Wachs	0,966	— —
Baumöhl	0,913	— —
Leinöhl	0,932	— —
Rübsaamenöhl	0,853	— —
Süßes Mandelöhl	0,928	— —
Butter	0,942	— —
Wallrath	0,943	— —

Einige thierische Substanzen.

Elfenbein	1,825	(Muschenbroek)
Wallroßzahn	1,933	— —
Rothe Corallen	2,689	— —
Orientalische Perlen	2,750	— —
Krebsaugen	1,890	— —
Hühnereyer	1,090	— —
Frauenmilch	1,023	
Eselsmilch	1,0355	
Kuhmilch	1,0324	
Ziegenmilch	1,0341	
Urin	1,0106	
Phosphor	1,714	

Einige Holzarten.

Indianisches Cedernholz	1,315	(Muschenbroek)
Buchsbaumholz	1,328	
Ebenholz	1,209	

Franzosenholz	1,333	
Mahagonyholz	1,063	
Altes Eichenholz	1,666	
Eichenholz vom Stamme	0,929	
vom grünen Aste	0,870	
Büchenholz	0,852	
Erlenholz	0,800	
Ahornholz	0,755	
Eschenholz	0,734	
Apfelholz	0,793	
Pflaumenholz	0,785	
Birnenholz	0,661	
Eldesbirnholz	0,874	(*)
Ulmenholz	0,600	
Lindenholz	0,604	
Weidenholz	0,585	
Tannenholz	0,550	
Pappelnholz	0,383	
Korkholz	0,240	
Holzkohle von	0,280	(Hielm)
bis	0,441	

Wasser.

Reines destillirtes	1,0000	
Aus der Seine	1,00015	(Brisson)
Meerwasser	1,0263	— —
Aus dem todten Meer	1,2403	— —
Rheinwasser zwey Meilen oberhalb Maynz (10½° Reaum.)	1,00125	(*)
Maynwasser eine Meile oberhalb Maynz (10° Reaum.)	1,00150	(*)
Eis	0,916	Muschenbroek

Die Zahlen der vorstehenden Tafel geben das Gewicht eines Cubikfußes oder Cubikzolles der darin enthaltenen Körper, wenn man sie mit dem Gewicht eines Cubikfußes oder Cubikzolles Wasser multipliciret. Ausserdem dienen sie, die Aechtheit der Körper zu prüfen, indem oft das specifische Gewicht schon hinreicht, verwandte Körper zu unterscheiden.

53) Wenn man das absolute Gewicht eines Körpers durch das Gewicht eines Cubikzolles oder Cubikfußes der Materie desselben dividiret, so erhält man den Raum des Körpers in Cubikzollen oder Cubikfußen unter der Voraussetzung, daß seine Masse gleichförmig verbreitet ist. Das absolute Gewicht heiße P, das specifische Gewicht G, der Raum V, das Gewicht eines Cubikzolles oder Cubikfußes Wasser p, so hat man $V = \frac{P}{Gp}$. Weiß man, wie viel ein Körper unter Wasser getaucht an Gewicht verliert, und nennt diesen Verlust Π, so erhält man den Raum $V = \frac{\Pi}{p}$, wenn man den Verlust durch das Gewicht eines Cubikzolles oder Cubikfußes Wasser dividiret, der Körper mag gleichförmig oder ungleichförmig dicht seyn. Diese beyden Sätze dienen dazu, die Größe eines jeden Körpers von irregulärer Gestalt zu finden, und sind die Ergänzung zu dem, was (42. Stereom.) von der Ausrechnung irregulärer Körper gesagt worden ist.

Beyspiel. Eine Last Stein verliere unter Wasser getaucht 100 ℔ von ihrem Gewicht, so ist der Raum derselben $= \frac{100}{50} = 2$ Darmstädter Cubikfuß.

Von der Untersuchung des specifischen Gewichtes gemischter Körper.

54) Wenn die Massen oder absoluten Gewichte nebst den specifischen Gewichten zweyer gemischten Körper gegeben sind, das specifische Gewicht der Mischung zu finden, unter der Voraussetzung, daß der Raum der Mischung der Summe der Räume der gemischten Körper gleich sey.

Die Massen der gemischten Körper heißen M, m', die specifischen Gewichte G, g, das specifische Gewicht der Mischung γ. Weil sich die Räume, wie die Mas-

sen, dividiret durch die specifischen Gewichte (Stat. 12.) verhalten, so hat man vermöge der Gleichheit der Räume vor und nach der Mischung $\frac{M}{G} + \frac{m}{g} = \frac{M+m}{\gamma}$.

In dieser Gleichung ist alles bis auf γ bekannt, welches gesucht wird. Man bringe die Brüche linker Hand unter eine Benennung, so hat man $\frac{Mg + mG}{Gg} = \frac{M+m}{\gamma}$ mit γ zu beyden Seiten multipliciret $\gamma \cdot \frac{Mg + mG}{Gg} = M + m$. Daher $\gamma = M + m : \frac{Mg + mG}{Gg} = \frac{(M+m)\,Gg}{Mg + mG}$.

Beyspiel. Man mische gleiche Theile Brandtwein und Wasser, das specifische Gewicht des Brandtweins sey 0,8894, des Wassers = 1,0000, so hat man $\gamma = \frac{(1+1) \cdot 1{,}0000 \cdot 0{,}8894}{1 \cdot 0{,}8894 + 1 \cdot 1{,}0000} = \frac{2 \cdot 0{,}8894}{1{,}8894} =$ 0,9414. Wenn man den Versuch wirklich anstellt, so wird man das specifische Gewicht oder die Dichte der Mischung 0,957, größer als die berechnete, finden. Dieß beweiset, daß die Voraussetzung bey Mischungen von Brandtwein und Wasser nicht eintrifft, da diese Flüssigkeiten sich wechselsweise verdichten, indem sich Theile der einen in die Zwischenräume der andern begeben.

55) Unter der Voraussetzung des vorigen Paragraphs aus dem specifischen Gewicht der Mischung und den specifischen Gewichten der gemischten Theile das Verhältniß der Mischung zu finden. Man heiße die Menge der Mischung A, des einen Theiles M, des andern $m = A - M$, die specifischen Gewichte γ, G, g, so hat man aus der zweyten Gleichung des vorigen Paragraphs $\frac{Mg + (A - M)\,G}{Gg} = \frac{A}{\gamma}$ auf beyden

Seiten mit Gg multiplicirt, und das eingeschlossene Produkt einzeln ausgerechnet, giebt

$$Mg - MG + AG = \frac{AGg}{\gamma}$$ oder die Glieder, worin M enthalten ist, hinüber, und die andern mit γ herüber gebracht.

$$AG - \frac{AGg}{\gamma} = MG - Mg$$

$$\frac{AG\gamma - AGg}{\gamma} = M\,(G - g)$$

$$\frac{AG\,(\gamma - g)}{\gamma} = M\,(G - g)$$

$$\frac{AG\,(\gamma - g)}{\gamma\,(G - g)} = M;\ m = A - M =$$

$$A - \frac{AG\,(\gamma - g)}{\gamma\,(G - g)} = \frac{A\gamma\,(G - g) - AG\,(\gamma - g)}{\gamma\,(G - g)}.$$

Die Produkte ausgerechnet, und was sich aufhebt weggestrichen

giebt $$m = \frac{AGg - A\gamma g}{\gamma\,(G - g)} =$$

$$\frac{Ag\,(G - \gamma)}{\gamma\,(G - g)}$$ also auch

$$M : m = \frac{AG\,(\gamma - g)}{\gamma\,(G - g)} : \frac{Ag\,(G - \gamma)}{\gamma\,(G - g)}$$

oder

$$M : m = G\,(\gamma - g) : g\,(G - \gamma)\ (.\text{I}$$

Die vorhergehenden und nachfolgenden Glieder in dieser Proportion mit G, g dividiret, giebt

$$\frac{M}{G} : \frac{m}{g} = \gamma - g : G - \gamma\ (.\text{II}$$

Die Glieder des ersten Verhältnisses sind die Räume der gemischten Körper, und verhalten sich umgekehret, wie die Unterschiede der Dichten der Mischung und der gemischten Körper, das ist, sie können nach der Alligationsregel (Arithm. 121.) aus den Dichten der Mischung und der gemischten Körper berechnet werden. Aus dem Verhältniß der Räume bekommt man das Verhältniß der Massen, wenn man jenes Verhältniß mit dem Verhältniß der specifischen Gewichte multipliciret. Die Auflösung dieser Aufgabe schreibt man dem Archimed zu, welcher darauf gekommen seyn soll, als er sich badete, und den Verlust des Gewichtes seines Körpers im Wasser spührte. Er hatte von seinem König den Auftrag das Verhältniß der Bestandtheile einer verfälschten goldnen Krone zu untersuchen, ohne die Krone selbst zu verletzen.

Die Krone wog 20 ℔. und verlohr im Wasser $1\frac{1}{4}$ ℔., dieß giebt ihr specifisches Gewicht

$$\frac{20}{1\frac{1}{4}} = \frac{20}{\frac{5}{4}} = \frac{80}{5} = 16 = \gamma.$$

Vorausgesetzt, Archimed wußte, daß die Krone aus Gold und Silber gemischt war, und man nimmt das specifische Gewicht des Goldes = 19,26 = G, des Silbers = 10,47 = g, so hat man

M : m = 19,26 (16 — 10,47) : 10,47 (19,26 – 16)

= 19,26 . 5,53 : 10,47 . 3,26 = 106,5078 : 33,1322 beynahe wie 3,2 : 1. Es waren also 15,24 ℔. Gold, und 4,76 ℔. Silber in der Krone.

56) Anmerknng. Erfahrungen, wie die §. 54. angeführte, haben gelehret, daß die meisten Körper mit einander gemischt nach der Mischung einen kleinern Raum einnehmen, als vor der Mischung. Hierher gehören fast alle Salze, wenn sie im Wasser aufgelöset werden, (einige Salmiakarten ausgenommen), die Verbindungen des Weingeistes und der Säuren mit dem Wasser, ferner die

meisten Metalle, wenn sie im Feuer unter einander geschmolzen werden.

Wüßte man die Gesetze, wornach sich die Verdichtung der Körper bey ihrer Vermischung richtet, so würde man die Verdichtung in Rechnung bringen, und also dem ungeachtet die obigen Lehrsätze anwenden können, um aus der Dichte der Mischung und der gemischten Körper auf das Verhältniß der Körper, oder umgekehret, schließen zu können. Hr. Richter in Breslau hat diesen bisher ziemlich uncultivirten Theil der Naturlehre seit einigen Jahren mit dem rühmlichsten Eifer zu bearbeiten angefangen. Er trägt seine hierher gehörigen Untersuchungen nebst mehreren damit verwandten in seinen Anfangsgründen der Stöchyometrie, oder Meßkunst chym. Elemente, im Zusammenhange vor. Der erste Theil des Werkes, die reine Stöchyometrie, beschäftigt sich mit den nöthigen mathematischen Vorkenntnissen, die beyden andern Theile, die angewandte Stöchyometrie, enthalten die angestellten Erfahrungen, und die Anwendung der mathematischen Sätze auf dieselben.

Richters vermischte Aufsätze über die neuern Gegenstände der Chemie enthalten ebenfalls vieles hierher gehörige. Ich kann in den folgenden Paragraphen nur eine kurze Uebersicht von Hrn. Richters Bemühungen, und dem, was er geleistet hat, geben.

57) Wenn sich zwey Körper bey ihrer Vermischung mit einander verdichten, so müssen sich materielle Theile des einen Körpers in die Zwischenräume des andern, und umgekehret, begeben. Denkt man sich zwey Körper in ihrer reinsten Beschaffenheit, und von allen (durchdringbaren) Zwischenräumen befreyt, so werden zwey solche Körper mit einander vermischt keine Verminderung ihres Raumes zeigen. Die specifischen Gewichte solcher Körper nennt Hr. Richter die reinen Schweren der Körper. Es giebt in der Natur keinen Körper von reiner Schwere, man kann aber feuerfeste Körper durch die Kunst diesem Zustande sehr nähern, wenn man sie durch heftiges anhaltendes Glühen ihrer wässerigten und anderer flüchtigen Beymischungen beraubt, und durch eine möglichst feine Zerreibung in die kleinsten

Theile die von ihrer Zusammenstellung (Aggregation) herrührenden Zwischenräume zerstöhret. Auf diese Weise hat Hr. Richter die reinen Schweren der feuerfesten im Wasser unauflöslichen Erden bestimmt. Er bringt nämlich die pulverisirte Erde in ein Gefäß voll Wasser, das einen engen Hals hat, und aus welchem so viel Wasser herausgenommen wird, daß die Erde darin Platz hat. Das Gewicht des herausgenommenen Wassers dividiret in das Gewicht der Erde, giebt die reine Schwere der Erde. Von den vier elementarischen Erden, welche am häufigsten in der Natur vorkommen, und in Säuren auflöslich sind, findet Hr. Richter die reinen Schweren, wie folgt:

Kalcherde	3,2
Bittererde	3,2 (sehr nahe)
Thonerde	3,19
Schwererde	6,1

58) Die reinen Schweren solcher Körper, welche entweder flüchtig sind, oder wegen ihrer flüssigen Beschaffenheit sich nicht ganz von den beygemischten wässerigten Theilen trennen lassen, findet man am besten aus ihren Verbindungen mit feuerfesten Körpern, wodurch sie selbst feuerfest werden, und so durch Glühen in den Zustand der reinen Schwere zurückgebracht werden können. Auf diese Art findet Hr. Richter, indem er 1000 Theile Vitriolsäure mit 796 Kalcherde zu Gyps verbindet, die reine Schwere des hart gebrannten Gypses, als eines im Wasser unauflöslichen Körpers = 2,93, und schließet hieraus rückwärts auf die reine Schwere der Vitriolsäure in Gyps. Man verstehe in der Proportion I. §. 55) unter M, m die Massen der Vitriolsäure und der Kalcherde im Gyps unter G, g ihre reinen Schweren, so wie unter γ die reine Schwere des Gypses, und suche aus der Proportion G, so hat man vermöge der Produkte der mittlern und äußern Glieder

$$Mg(G - \gamma) = mG(\gamma - g) \text{ oder}$$
$$MgG - Mg\gamma = mG\gamma - mGg$$

was G enthält, auf eine Seite gebracht,

$$MgG - mG\gamma + mGg = Mg\gamma$$
$$G(Mg + mg - m\gamma) = Mg\gamma$$
$$G = \frac{Mg\gamma}{(Mg + mg - m\gamma)}.$$

Für die Buchstaben ihren Werth geschrieben, giebt

$$G = \frac{1000 \cdot 3{,}2 \cdot 2{,}93}{1000 \cdot 3{,}2 + 796 \cdot 3{,}2 - 796 \cdot 2{,}93} = 2{,}74$$

die reine Schwere der Vitriolsäure. Auf eine ähnliche Weise findet Hr. Richter die reinen Schweren der übrigen Mineralsäuren, der Alkalien, und ihrer Verbindungen zu Neutralsalzen, worunter das gemeine Küchensalz gehöret, dessen reine Schwere = 2,3 ist.

59) Wenn ein Körper, wie z. B. ein Salz, im Zustand der reinen Schwere im Wasser aufgelöset wird, und es entsteht eine Verminderung des Raums, so muß diese daher rühren, daß die Theilchen des Salzes in die Zwischenräume des Wassers gedrungen sind, und es verdichtet haben, weil das im Zustand der reinen Schwere befindliche Salz keine Verdichtung weiter erleiden kann. Die Verdichtung des Wassers durch die Salze geht nur bis zu einer bestimmten Gränze, wie die Erfahrung lehret. Denn man vermische z. B. eine gesättigte Salzauflösung, (d. i. eine solche, worin das Wasser kein Salz weiter aufzulösen vermag) mit einer Portion reinem Wasser, so wird man eine Verminderung des Raumes wahrnehmen; setzt man abermal eine gleiche Portion Wasser hinzu, so zeigt sich zwar wieder eine Verminderung des Raumes, sie ist aber schon kleiner als die erste, und nimmt bey wiederholtem Zusatz von Wasser ab, bis sie endlich ganz verschwindet, und

die Räume genau im Verhältniß des zugesetzten Wassers wachsen. Es ist daher erlaubt, anzunehmen, daß nur eine bestimmte Menge Wasser von einer bestimmten Menge Salz bis zu einem gewissen Grade verdichtet werde, das übrige Wasser bleibt unverdichtet und mischt sich mit dem Salz als ein Körper von reiner Schwere ohne Raumverminderung. Das specifische Gewicht einer solchen Auflösung, worin eine bestimmte Menge eines Körpers mit der ihm entsprechenden Menge verdichteten Wassers verbunden ist, nennt Hr. Richter die mittlere Schwere der Auflösung, das specifische Gewicht des verdichteten Wassers, (welches als eine Flüssigkeit anderer Art anzusehen ist), die Verdichtung des Wassers. Aus mehreren Versuchen ergab sich die letztere bey Salzauflösungen = 1,138.

Die mittlere Schwere kann geradezu durch einen Versuch aus dem specifischen Gewicht der Auflösung gefunden werden, worin das Verhältniß der Bestandtheile zwischen dem aufgelößten Körper und dem verdichteten Wasser genau getroffen ist, daß sich kein unverdichtetes Wasser in der Mischung befindet. Man kann sie aber auch aus jeder andern Auflösung, worin das Verhältniß der Bestandtheile bekannt ist, durch Rechnung herleiten, wie folgt: §. 55. soll A die Menge einer Auflösung von mittlerer Schwere, also γ die mittlere Schwere selbst, ferner M die Menge des aufgelößten Körpers, G seine reine Schwere, g die specifische Schwere des verdichteten Wassers bedeuten, so hat man aus der dortigen Gleichung für M,

$$1)\ M = \frac{A\,G\,(\gamma - g)}{\gamma\,.\,(G - g)}.$$

Zu der Auflösung mittlerer Schwere A komme eine Menge B — A unverdichteten Wassers, so, daß die ganze Menge der Auflösung B beträgt, ihr specifisches

Gewicht heiße p, so hat man vermöge der Gleichheit der Räume vor und nach der Mischung, nach (55.)

$$\frac{B}{p} = \frac{B - A}{1} + \frac{A}{\gamma} \quad \text{oder}$$

$$\frac{B}{p} = B - A + \frac{A}{\gamma}$$ hieraus A gesucht, indem

man die Glieder, welche A enthalten, linker Hand, die übrigen rechter Hand des Gleichheitszeichens bringt.

$$A - \frac{A}{\gamma} = B - \frac{B}{p},$$

$$\frac{\gamma A - A}{\gamma} = \frac{p B - B}{p}$$

$$\frac{A(\gamma - 1)}{\gamma} = \frac{B(p - 1)}{p}$$

$$A = \frac{B(p - 1) \cdot \gamma}{p \cdot (\gamma - 1)}.$$

Diesen Werth von A schreibe man in der Gleichung 1) für M statt A, so erhält man

$$M = \frac{B(p - 1)\gamma}{p \cdot (\gamma - 1)} \cdot \frac{G(\gamma - g)}{\gamma(G - g)} \quad \text{oder}$$

$$2)\ M = \frac{B(p - 1) \cdot G \cdot (\gamma - g)}{p(\gamma - 1)(G - g)}.$$

In dieser Gleichung ist die Masse des aufgelösten Körpers M durch lauter bekannte Größen gegeben, wenn man die mittlere Schwere γ, die Verdichtung des Wassers g, die reine Schwere des aufgelösten Körpers G, das specifische Gewicht der Auflösung p, und die Menge derselben B weiß.

Umgekehret findet man aus der Gleichung 2) γ oder die mittlere Schwere

$$3)\ \gamma = \frac{B\,(p-1)\,Gg + Mp\,(G'-g)}{B\,(p-1)\,G - Mp\,(G-g)}.$$

Hr. Richter berechnet aus der letzten Gleichung die mittlern Schweren für viele Salzauflösungen. Beym gemeinen Küchensalz findet er

$$\gamma = 1{,}661.$$

Setzt man nun in der Gleichung 2) die Werthe von G, g, γ, in sofern sich diese Größen auf Auflösungen des Küchensalzes im Wasser beziehen, so erhält man folgende Gleichung

$$M = \frac{B.(p-1).2{,}3\,(1{,}661-1{,}138)}{p\,(1{,}661-1).(2{,}3-1{,}138)} \text{ oder}$$

$$M = \frac{1{,}2029\ B\,(p-1)}{0{,}768.p} = \frac{1{,}566.(p-1).B}{p}$$

woraus die Masse von Küchensalz in jeder Auflösung aus der Masse oder dem Gewicht der Auflösung B und ihrem specifischen Gewicht p gefunden werden kann.

Nach ähnlichen Gründen hat Hr. Richter, im 5ten Stück über die neuern Gegenstände der Chemie, Tafeln über den reinen Salzgehalt wässerigter Auflösungen von mehrern Neutralsalzen berechnet. Ich setze hieraus nur die für das gemeine Küchensalz hierher, wobey die kleinen Abweichungen der Rechnung noch durch unmittelbare Erfahrungen verbessert worden sind. Die Masse B der Auflösung wird in der Tafel = 1000 angenommen, die specifische Schwere der Auflösung p wächset um einzelne Hunderttheile, die Masse M des wasserfreyen Küchensalzes in 1000 Theilen des Gewichtes der Auflösung angegeben.

P Spec. Gew. der Auflösung	M Wasserfreye Salzmasse
1,00	0,0
1,01	14,2
1,02	30,0
1,03	44,6
1,04	58,4
1,05	72,4
1,06	86,6
1,07	100,0
1,08	113,6
1,09	127,2
1,10	139,3
1,12	174,5
1,14	200,9
1,16	217,3

Im krystallisirten Küchensalz kommen auf 963 Theile wasserfreye Salzmasse, 27 Theile Krystallisationswasser, und man kann nach dem Verhältniß

$$963 : 963 + 27 = 963 : 990$$

aus den Werthen für M der Tafel leicht die Mengen von krystallisirtem Küchensalz berechnen, welche in jeder Auflösung enthalten sind.

60) Anmerkung. Die vorstehende Tafel gilt nur für vollkommen reines Küchensalz. In der Natur findet sich dieses Salz nie ganz rein, sondern mehr und weniger mit andern Salzen gemischt. Man müßte daher, um ganz genaue Tafeln zu erhalten, eigentlich für jedes natürliche Salzwasser (Soole) eine besondere Tafel berechnen, wobey man die reine und mittlere Schwere desjenigen Salzes zum Grund legte, welches in der Soole aufgelöset enthalten ist. Auch ist zu bedenken, daß, da das specifische Gewicht sich durch die Wärme ändert, solche Tafeln nur für eine bestimmte Temperatur gelten. Hr. Richter schränkt die seinigen auf eine Wärme von 10° — 15° Reaum. ein.

61) Weingeist und Wasser verdichten sich nach (54) ebenfalls bey ihrer Vermischung, und der gemeine

Brandtewein besteht aus einer solchen wässerigten Mischung des reinen Weingeistes.

Hr. Richter hat sich am Ende seiner angewandten Stöchyometrie bemüht, aus denjenigen Mischungen von Weingeist und Wasser, wobey die größte Verminderung des Raumes Statt findet, die Verdichtung des Wassers und Weingeistes im Brandtewein, und die mittlere Schwere desselben herzuleiten, und daraus eine Tafel für den geistigen Gehalt des Brandteweins berechnet. Da bey der Vermischung des Weingeistes mit dem Wasser eine wechselseitige Verdichtung Statt findet, so muß man jede derselben zu bestimmen suchen. Dieß geschieht, indem man zu einer bestimmten Menge Wasser nach und nach so viel Weingeist mischt bis keine Raumverminderung mehr erfolgt, und hierauf eben so zu einer bestimmten Menge Weingeist so viel Wasser setzt, bis keine Verdichtung mehr Statt findet.

Die specifischen Gewichte beyder Mischungen kann man als Mischungen mittlerer Schwere vom Brandtwein ansehen, in deren einen die größte Menge verdichteten Weingeistes mit der kleinsten Menge verdichteten Wassers, und in der andern die größte Menge verdichteten Wassers mit der kleinsten Menge verdichteten Weingeistes verbunden ist.

Aus beyden lassen sich sowohl die Verdichtung des Wassers als des Weingeistes herleiten. Setzt man zu der ersten Mischung noch mehr Weingeist, oder zu der andern Mischung noch mehr Wasser hinzu, so bleiben beyde, dort der Weingeist, hier das Wasser unverdichtet. Man muß daher für den Gehalt der Weingeistmischungen wenigstens drey Gleichungen formiren, und die Rechnung wird zwar nicht schwerer, aber weitläuftiger.

Ich verweise desfalls auf Herrn Richters Werk am angef. Ort.

62) Anmerkung. Hr. Gilpin liefert in den philosophischen Transactionen für 1794. 102 Tabellen über die Dichte von Mischungen, von Wasser und Weingeist, die er in verschiedenen Verhältnissen und unter verschiedenen Temperaturen angestellt hat. Ich theile davon nach Gren's neuem Journal 2. B. S 365. einen Auszug aus derjenigen Tafel mit, welche die Mischungen bey 60° Fahrenheit oder 12 $\frac{3°}{4}$ Reaum. enthält.

Das specifische Gewicht des Weingeistes, dessen sich Herr Gilpin bediente, war 0,825.

Gilpinische Tafel.

Weingeist und Wasser nach Gewicht.	Weingeist nach Proc. des Gewichts.	Specifisches Gewicht.	Verminderung des Raums.	Quantität des Weingeists nach Proc. des Maaßes.
Wgeist. W.				
100 + 0	01	0,825	— —	100
100 + 5	95,2	0,83599	0,50	96,51
100 + 10	90,9	0,84568	0,94	93,19
100 + 15	86,9	0,85430	1,32	90,04
100 + 20	83,3	0,86208	1,66	87,08
100 + 25	80,0	0,86918	1,98	84,28
100 + 30	77,0	0,87569	2,27	81,65
100 + 35	74,0	0,88169	2,55	79,16
100 + 40	71,4	0,88720	2,81	76,81
100 + 45	69,0	0,89232	3,06	74,59
100 + 50	66,6	0,89707	3,30	72,49
100 + 55	64,5	0,90144	3,52	70,49
100 + 60	62,5	0,90549	3,72	68,60
100 + 65	60,6	0,90927	3,91	66,80
100 + 70	59,	0,91287	4,11	69,09
100 + 75	57,1	0,91622	4,29	63,46
100 + 80	55,5	0,91933	4,47	61,91
100 + 85	54,0	0,92225	4,63	60,43
100 + 90	52,6	0,92499	4,79	59,01
100 + 95	51,3	0,92758	4,94	57,66
100 + 100	50,0	0,93002	5,09	56,36
95 + 100	48,7	0,93247	5,23	55,06
90 + 100	47,4	0,93493	5,38	53,68

Weingeist und Wasser nach Gewicht.	Weingeist nach Proc. des Gewichts.	Specifisches Gewicht.	Verminderung des Raums.	Quantität des Weingeists nach Proc. des Maaßes.
Wgeist. W.				
85 + 100	46,0	0,93749	5,53	52,21
80 + 100	44,4	0,94018	5,68	50,65
75 + 100	42,8	0,94296	5,85	48,98
70 + 100	41,2	0,94579	6,02	47,20
65 + 100	39,4	0,94876	6,18	45,30
60 + 100	37,5	0,95181	6,36	43,26
55 + 100	35,5	0,95493	6,53	41,07
50 + 100	33,3	0,95804	6,66	38,71
45 + 100	31,0	0,96122	6,78	36,16
40 + 100	28,6	0,96437	6,83	33,40
35 + 100	25,9	0,96752	6,81	30,40
30 + 100	23,1	0,97074	6,72	27,15
25 + 100	20,0	0,97410	6,52	23,61
20 + 100	16,6	0,97771	6,21	19,75
15 + 100	13,	0,98776	5,75	15,52
10 + 100	9,1	0,98654	5,13	10,87
5 + 100	4,8	0,99244	4,30	5,73

63) Hr. Lowitz hat neuerlich gezeigt, (Crells chem. Annalen 1796. B. 1. S. 202. ꝛc.), daß der Weingeist, dessen specifisches Gewicht bey einer mittleren Temperatur 0,825 ist, noch Wasser enthält. Das spec. Gewicht des völlig wasserfreyen Alkohols beträgt bey dieser Temperatur nur 0,791. Das folgende enthält die Mischungen des absolut wasserfreyen Alkohols mit Wasser von 5 zu 5 Procenten.

Lowitzische Tafel.

Alkohol.	Wasser.	Spec. Gewicht.
100	0	0,791
95	5	0,805
90	10	0.818
85	15	0,831
80	20	0,844
75	25	0,856

Alkohol.	Wasser.	Spec. Gewicht.
70	30	0,868
65	35	0,880
60	40	0,892
55	45	0,903
50	50	0,914
45	55	0,925
40	60	0,936
35	65	0,946
30	70	0,956
25	75	0,965
20	80	0,973
15 .	85	0,980
10 .	90	0,987
5 .	95	0,994
0 .	100	1,000

64) Anmerkung. Wenn man mit solchen Tafeln, wie die §. 59. 62. 63. mitgetheilten, den Gebrauch der Aräometer verbindet, so kann man aus dem specifischen Gewicht gemischter Flüssigkeiten, auf den Gehalt an aufgelößten Bestandtheilen, und folglich auf ihre Güte oder Mächtigkeit schließen. Trägt man auf die Scale eines Aräometers neben die specifischen Gewichte den ihnen entsprechenden Gehalt der Auflösung, so bekommt man dadurch Werkzeuge, die nach ihren besondern Bestimmungen, Salzproben, Weingeistproben u. s. w. genannt werden. Sie werden durch den Gebrauch eines gut eingerichteten Fahrenheitischen Aräometers, verbunden mit den Mächtigkeitstabellen, (ohne welche jene besondere Proben auch nicht verfertigt werden können) entbehrlich.

Von dem Wasserwägen.

65) Da vermöge des (9.) angeführten, durch die Erfahrung bestättigten Satzes, sich die Oberfläche des stillstehenden Wassers durch die Wirkung der Schwere in eine wagrechte Ebene begiebt: so ist die einfachste Art die Erhebung zweyer Orte A, B Fig. 25. über einander, oder ihre wechselseitige Erhebung über eine zur Basis angenommene Horizontallinie zu finden, wenn man ihre Erhebungen fg, ce über die Oberfläche eines

in der Nachbarschaft befindlichen stille stehenden Wassers unmittelbar messen kann. Wo dieses zwar nicht verstattet wäre, aber doch in der Nähe der Orte AB Fig. 26, deren Höhe gegen einander man bestimmen will, sich ein kleiner Fluß befände, den man durch angebrachte Queerdämme ohne allzugroße Kosten und Zeitverlust in seinem Lauf anschwellen kann: so schwelle man den Fluß an der tiefern Stelle A so lange an, bis sein Wasserspiegel die höhere Stelle B eben bespühlet. Die Höhe der Wasserstauung in A giebt die Erhebung von B über A. Fällt ein solcher Querdamm in A zu hoch aus, so lege man mehrere Dämme 1, 2, 3 an, und addire die einzelnen Wasserstauungen zusammen, um die ganze Höhe Bc zu erhalten.

66) Anmerk. Bey der (65.) beschriebenen Weise die Erhebung eines Ortes über einen andern zu finden (wovon dieß Geschäft den Namen Wasserwägen erhalten haben mag), giebt die Natur gleichsam selbst die Basis her, welche man zur Bestimmung der Erhebungen annimmt. In andern Fällen muß man mit Werkzeugen versehen seyn, wodurch man an jedem Ort die Richtung der horizontalen Linie bestimmen kann. Diese Instrumente heißen Wasserwagen. Man kann sie füglich unter drey Klassen bringen, 1) solche, welche die horizontale Richtung durch die wagrechte Oberfläche einer flüssigen Masse angeben: 2) solche, welche die horizontale Linie durch ein Perpendikel auf die lothrechte Richtung der Schwere bestimmen; und 3) solche, wo man aus dem Stand zweyer in ein Gefäß eingeschlossener Flüssigkeiten von verschiedenem specifischen Gewicht auf die horizontale Richtung schließet.

67) Ich gehe hier wegen Kürze des Raums nur einige Wasserwagen (denn man hat derselben sehr viele angegeben) durch, welche theils ihrer Einfachheit, theils ihrer vorzüglichen Güte wegen merkwürdig sind. Unter die einfachsten und wohlfeilsten Wasserwagen gehören unstreitig die Werkzeuge der ersten Klasse. ABCD Fig. 27. sey eine communicirende Röhre, von Holz oder Metall, in deren aufrechtstehende Schenkel zwey cylin-

drische Glasröhren AB, CD eingekittet sind, bey E befinde sich eine Hülse, um die Maschine auf ein Stativ zu bringen; so hat man eine Wasserwage, wenn man die communicirende Röhre so weit mit einer Flüssigkeit (gewöhnlich rothgefärbtes Wasser) füllet, daß die beyden Oberflächen derselben bis in die Glasschenkel bey a und b hervortreten. Denn da die Oberflächen sich in einer wagrechten Ebene befinden, so darf man nur über dieselben hinwegvisiren, um die Richtung einer horizontalen Linie a b zu erhalten. Die Glasröhren AB, DC müssen wenigstens einen halben Zoll weit seyn, weil in engern Röhren das Wasser vermöge der Anziehung der Seitenwände über die wagrechte Linie in die Höhe tritt, und zwar desto höher, je enger die Röhre ist. Bey weiten Röhren ist dieser Fehler gering, indessen verschwindet er doch nie ganz, sondern es erhebt sich immer ein kleiner Ring von Wasser rund an der Seitenwand des Glases über die wagrechte Oberfläche des innern Wassers. Fig. 28. dienet dieses zu erläutern, wo die Erhebung der Flüssigkeit am Rande mit Fleiß sehr merklich gezeichnet ist. Nimmt man hier die untersten Stellen a, b, oder die höchsten c, d der Wasserspiegel zusammen, so erhält man in beyden Fällen eine richtige horizontale Linie, unter der Voraussetzung, daß die Erhebung des Wasserrandes in beyden Gefäßen gleich viel beträgt. In der Ausübung ist es aber leicht möglich, daß man eine obere Stelle c des einen Wasserspiegels mit einer untern b des andern zusammen nehme, wodurch man um einen Winkel dcb fehlet, der desto größer ist, je größer die Erhebung der Wasserränder, und je kleiner die Entfernung der beyden Gefäße cd von einander ist. Außer diesem leicht zu begehenden Fehler kommt noch das Schwanken der Flüssigkeit in den Gefäßen bey dem geringsten Windstoß hinzu, welches den Gebrauch dieser, sonst sehr wohlfeilen, Wasserwage ziemlich unsicher macht.

Die vorzüglichste, mir bis jetzt bekannte, Einrichtung der Wasserwagen der ersten Art, ist die von Keir vorgeschlagene Queckſilberwage. A, B Fig. 29. sind zwey mit einer Röhre verbunden genau cylindrisch ausgedrehte Gefäße von Buchsbaum oder einem andern harten Holz, welche mit Queckſilber bis zu einer gewiſſen Höhe AB angefüllt werden. Auf der Oberfläche des Queckſilbers in beyden Gefäßen schwimmen zwey hohle cylindrische Kapseln von Holz oder Elfenbein, welche genau eine Größe und ein Gewicht, und nur wenig Spielraum in den Gefäßen haben müſſen. Damit sie sicher, ohne umzuschlagen, schwimmen, bringt man in ihren untern Raum etwas Queckſilber. Auf ihren Deckeln tragen diese Kapseln zwey Visire a, b, welche, da die Kapseln gleich groß sind, und vermöge ihres gleichen Gewichtes gleich tief in das Queckſilber einsinken, eine Linie ab bestimmen, die mit der horizontalen Oberfläche des Queckſilbers AB in beyden Gefäßen parallel, und folglich selbst horizontal ist. Der Vorzug dieser Wasserwage vor der vorhin beschriebenen besteht darin, daß das Queckſilber als ein specifisch schwereres Fluidum als Wasser keinen so großen Schwankungen ausgesetzt ist, und daß dessen Oberfläche in mäßig weiten Gefäßen, wegen der geringen Attraction des Queckſilbers gegen die Wände der Gefäße einen genauern horizontalen Stand annimmt als Wasser. Alle Wasserwagen der ersten Klasse haben den gemeinschaftlichen Nachtheil, daß man bey ihnen, statt der gewöhnlichen Dioptern nicht wohl ein Fernrohr anbringen kann, welches doch bey einer scharfen Wasserwage eine unerläßliche Bedingung ist. Ich gehe daher zu der Beschreibung der Wasserwagen der zweyten und dritten Klasse fort.

68) a b c d Fig. 30. sey ein genau rechtwinklichtes Kreuz von Holz oder Metall, an dessen einem Arm a c ein Fernrohr, an dem andern b d ein Loth befindlich ist. Wenn das Loth in die Mittellinie b d

einspielet, so ist die Linie a c, welche mit der Axe des Fernrohres zusammentreffen muß, horizontal. Dieses wird schon hinreichen im Allgemeinen einen Begriff von den Wasserwagen der zweyten Klasse zu geben. Eben so mag das Folgende eine allgemeine Vorstellung von den Wasserwagen der dritten Klasse erwecken. a f Fig. 31. sey ein Fernrohr, mit dessen Axe parallel eine cylindrische Glasröhre d d befestigt ist, welche bis auf den kleinen Raum b c a, worin sich gewöhnlich eine Luftblase befindet, mit einer wässerigten, oder um das Gefrieren zu vermeiden, besser mit einer geistigen Flüssigkeit angefüllt ist. Wenn die Axe a f des Fernrohres horizontal ist, so wird die Luftblase b c a genau in der Mitte der cylindrischen Röhre d d stehen. Bey einer Neigung der Axe a f aber wird sich die Luftblase nach dem höhern Ende d begeben, folglich kann man rückwärts aus dem Stand der Luftblase auf die horizontale Richtung der Axe a f schließen.

Welche der beyden Wasserwagen, die der zweyten oder der dritten Klasse, im Allgemeinen den Vorzug verdiene, läßt sich folgendermaßen beurtheilen. Es kommt darauf an, mit welcher Schärfe man eine kleine Abweichung von der horizontalen Richtung beobachten könne. Nun hat die Erfahrung gelehret, daß der geübteste Beobachter bey der besten Einrichtung eines Pendels um $\frac{1}{50}$ einer Linie, wofür ich der Kürze wegen $\frac{1}{500} = \frac{2}{1000}$ Zoll schreibe, bey dem Einspielen desselben unsicher bleibe. Man berechne (nach Geom. 197.) wie groß die Länge eines Pendels seyn müsse, bey welchem 0,002 Zoll einem Winkel von einer Secunde zugehöret, so hat man 0,00000 4848 : 0,002 = 1 : Ges. = 412. Das Pendel müßte 412 Zoll lang seyn, wenn es die Abweichungen von der lothrechten Lage bis auf einzelne Secunden bestimmen soll, und wenn es Minuten angeben soll, so muß seine Lege wenigstens $\frac{412}{60}$ beynahe 7 Zoll betragen. Jene Länge ist wenigstens zu groß,

um sie bey einem tragbaren Werkzeug mit Vortheil anbringen zu können. Dagegen hat die Erfahrung gelehret, daß eine gute Weingeistlibelle (so nennt man die Fig. 31. abgebildete Röhre), wenn sie 1 Fuß lang und $\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser, und die Luftblase 2 Zoll groß ist, bey einer Neigung von einer Minute eine Bewegung der Luftblase von 15 Linien giebt. Dabey kann man den Stand der Blase bis auf $\frac{1}{2}$ Linie und darunter genau bestimmen, folglich die Abweichungen von der horinzontalen Linie bis auf 2 Secunden angeben, wenn die Weingeistlibelle von der besten Art ist. Aber auch ein unvollkommneres Werkzeug wird immer die Abweichungen bis auf $\frac{1}{4}$ Minuten hin angegeben, folglich noch eben so viel leisten, als ein 28 Zoll langes Pendel. Hierzu kommt noch, daß die Beobachtung einer Weingeistlibelle, da sie von dem Wind viel weniger afficiret wird als ein Pendel, ungleich bequemer ist als die genaue Beobachtung eines Pendels. Dieses wird mich rechtfertigen, wenn ich den Wasserwagen der dritten Klasse vor denen der zweyten Klasse einen entscheidenden Werth beylege.

69) Anmerkung. Da ich die Vorzüge einer guten Weingeistlibelle angezeigt habe, so muß ich auch die Fehler und Unvollkommenheiten bemerken, welchen sie unterworfen seyn können.

Wenn das Gefäß einer Weingeistlibelle nicht genau cylindrisch ist, und man wendet zufälligerweise eine solche Seite des Cylinders cb Fig. 32. nach oben, deren Durchschnitt keine gerade Linie bildet, so wird die Luftblase, sobald sie an die Stelle a kommt, mit einer beschleunigten Bewegung nach c als der höhern Stelle laufen, wenn gleich die Axe der Libelle horizontal liegt. Hier kann man nur die halbe Länge des Werkzeuges ab brauchen, wodurch es unempfindlicher wird. Oft findet man indessen durch Umdrehung der Libelle eine bessere Seite, welche man oben hin bringen muß. Man untersucht, ob eine Weingeistlibelle vollkommen cylindrisch oder wenigstens eine gute Seite derselben oben ist, wenn man sie auf eine Ebene bringt, welcher man durch Schrauben die

horizontale Stellung sowohl, als feine Abweichungen von dieser Stellung geben kann. Wenn die Blase der Libelle bey einer horizontalen Stellung der Ebene sich genau in der Mitte befindet, so muß sie nach einer Bewegung oder Umwendung der Libelle genau wieder in die Mitte zurückkehren. Giebt man der Ebene eine kleine Neigung, so muß sich die Blase aus der Mitte langsam nach dem erhabnen Ende der Röhre begeben, und eben so wieder dahin zurückkehren, wenn man die horizontale Lage der Ebene wieder herstellet. Bewegt sich die Luftblase an irgend einer Stelle nach der höhern Gegend mit einer beschleunigten oder sehr verzögerten Geschwindigkeit, so zeigt dieß eine Unregelmäßigkeit in der Gestalt der Röhre an. Die Erfahrung lehret, daß die genaue cylindrische Gestalt unter den Glasröhren, wie man sie von den Hütten erhält, sehr selten ist. Man muß daher unter vielen die beste Stücken heraussuchen.

Oder noch besser, man schleife die Glasröhren, vermittelst eines cylindrischen hölzernen Stabes, welcher, damit er sich federt, in der Mitte gespalten, und mit einem verschiebbaren kupfernen Ring versehen seyn muß, zuerst mit grobem, und dann mit feinem Schmergel vollkommen cylindrisch aus. (Man sehe über diese Arbeit, welche Uebung erfordert, Luz Anweisung, das Eudiometer des Herrn Abt Fontana zu verfertigen, wo die dazu nöthige Maschine in Kupfer abgebildet ist).

Eine andere Unbequemlichkeit der Weingeistlibellen ist, daß sich die darin eingeschlossene Flüssigkeit durch die Wärme und Kälte ausdehnt und zusammenzieht, wodurch die Luftblase bald größer bald kleiner wird. Diesem Fehler zu begegnen, bringt man an der messingnen Fassung der Glasröhre Fig. 31. eine Scale an, welche von der Mitte c aus nach beyden Enden gezählet wird. Die Luftblase, sie mag groß oder klein seyn, befindet sich in der Mitte, wenn ihre Enden gleiche Theile der Scale a, b berühren.

Eine dritte Unvollkommenheit der Weingeistlibellen ist endlich die von der Reibung der Flüssigkeit, und der Adhäsion der Luft an die Wand des Gefäßes herrührende Verminderung der Beweglichkeit der Luftblase. Die zweyte Ursache wirkt unstreitig am stärksten, und ich bin überzeugt, daß man die Empfindlichkeit der Weingeistlibellen durch völlige Austreibung der Luft sehr vermehren würde.

Der alsdann zurückbleibende leere, oder mit wenigen Dämpfen der Flüssigkeit angefüllte Raum würde seine Stelle bey der allerkleinsten Neigung der Libelle ändern.

Freylich würden durch diese größere Empfindlichkeit auch die Fehler in der Gestalt des Gefäßes sichtlicher werden, und die Vollkommenheit der cylindrischen Gestalt müßte in demselben Maaße vergrößert werden, um eine höchst scharfe Weingeistlibelle zu erhalten.

70) Unter den Wasserwagen der dritten Klasse verdienet die von Sisson angegebene, wegen ihrer Einfachheit vorzüglich empfohlen zu werden. A A Fig. 33. ist ein etwas schweres Bret von gutem dichtem Holz (am besten von Mahagoni); dieses trägt einen metallenen Stab B C, welcher an dem einen Ende B in einem Scharnier beweglich ist, und an dem andern von einer feinen Schraube festgehalten wird, welcher eine um die Spindel gewundene Spiralfeder entgegen wirkt. Es erhellet, daß man durch Umdrehung der Schraube und der Reaction der Feder dem Stab B C eine sehr feine Bewegung um den Punct B mittheilen könne.

Die Schraube C ist übrigens wie eine Mikrometerschraube eingerichtet (Geom. 165.) und giebt durch ihre Umdrehungen die Neigung der Linie B C gegen die Horizontallinie an. Auf dem Stab B C und genau parallel mit ihm ist ein mit einem Visirkreuz versehenes Fernrohr angebracht. Die metallenen Unterstützungen d, d sind vollkommen gleich groß und von der Fig. 33. * abgebildeten Gestalt. Die Röhre des Fernrohres ruhet auf dem obern Einschnitt der Träger, und muß durchaus, oder wenigstens an den beyden Stellen d, d von gleicher Weite seyn, damit man das Fernrohr mit der Seite e nach f herumkehren kann, ohne dadurch den Parallelismus der Axe f e mit dem Stab B C zu stöhren. Endlich ist, parallel mit dem Fernrohr, die Weingeistlibelle g h durch zwey Schrauben g, h mit entgegen wirkenden Spiralfedern eben so wie der Stab B C bey C befestigt.

Die ganze Maschine wird bey dem Gebrauche auf einen feststehenden Meßtisch gesetzt. Zu untersuchen, ob die Axe des Fernrohres mit dem Stab BC, und die Libelle mit der Axe des Fernrohres parallel sey, bringe man das Instrument an ein stille stehendes Wasser, und errichte in einer mäßigen Entfernung von 100 — 300 Fuß (bey größern Entfernungen müßte man schon die Abweichung der scheinbaren Horizontallinie in Rechnung bringen, wovon gleichmehr;) ein Merkmal mit der Axe des Fernrohres in einerley Höhe über dem Wasserspiegel. Nun richte man die Axe ef durch Bewegung der Schraube C nach dem Merkmal; steht die Blase der Libelle in der Mitte, so ist die Libelle mit der Axe des Fernrohres parallel. Wo nicht, so bringe man die Blase der Libelle durch Bewegung der Schrauben g und h in die Mitte. Noch ist zu prüfen, ob die durch das Kreutz und die Mitte der Gläser bestimmte Absehlinie des Fernrohres wirklich die geometrische Axe desselben sey.

Dieß geschieht durch Umwendung des Fernrohrs um seine Axe. Trifft hierbey die Absehlinie unveränderlich auf das Merkmal, so sind Gläser und Kreuz, wie man es nennt, centrirt. Wo nicht, so muß man es durch Verschiebung des Kreutzes (das desfalls durch Schrauben eine horizontale und verticale Bewegung haben muß), dahin zu bringen suchen.

Nun trage man die Wasserwage an die Stelle, wo das Merkmal ist, und dafür dieses an die Stelle der Wasserwage, so daß das Merkmal und die Axe des Fernrohres ihren Ort genau mit einander vertauschen. Man kehre das Fernrohr ef in seinen Lagen d, d um und visire nach dem Merkmal. Trifft die Axe des Fernrohres auch in dieser Lage auf das Merkmal, indeß die Blase der Libelle in der Mitte steht, so ist alles genau gerichtet. Träfe die Axe des Fernrohres nicht mehr auf das Merkmal, so beweiset dieß, daß der Pa-

rallelismus der Axe des Fernrohres mit dem Stab BC durch das Umwenden des Fernrohres gestöhrt worden sey, folglich das Fernrohr an den beyden aufliegenden Stellen nicht von gleicher Dicke wäre, man müßte den Fehler durch Abdrehen verbessern. Indessen wird durch diesen Fehler nur eine Bequemlichkeit aufgeopfert, und das Instrument ist dem ungeachtet zu brauchen, wenn nur die Libelle mit der Axe des Fernrohres genau parallel gerichtet ist. Man darf nämlich, bey ungleicher Dicke des Fernrohres dieses nicht umwenden, sondern muß vielmehr die ganze Wasserwage umwenden, sollte sich hierdurch der horizontale Stand des Fernrohres etwas verrücken, so muß man ihn durch die Schraube C wiederherstellen.

Könnte man zur Berichtigung der Wasserwage keine natürliche Horizontallinie durch die Fläche eines stillestehenden Wassers haben, so verfahre man, wie folgt. Man visire mit der auf gerade wohl gerichteten Axe des Fernrohres nach einem Merkmal von c nach a Fig. 34., cb sey die Horizontallinie. Nun bringe man das Fernrohr nach a und visire, ohne seinen Stand zu verrücken, von a nach d, den Unterschied dc halbire man in e, so ist ae horizontal, und man kann nun diese Linie vorbeschriebenermaaßen zur Berichtigung der Wasserwage brauchen.

71) Die Horizontallinie einer jeder Wasserwage weicht von der wahren Horizontallinie, welche überall einen Kreisbogen auf der Kugeloberfläche der Erde bildet, desto mehr ab, je weiter man sie verlängert. ab Fig. 35. sey die Richtung einer Wasserwage an der Stelle a der Erdoberfläche, der Kreisbogen ad die wahre Horizontallinie, so heißt ab eine scheinbare Horizontallinie, db ihre Erhebung über die wahre Horizontallinie. Man nenne ac den Halbmesser der Erde = r, die Entfernung ab = b, die Erhebung der

scheinbaren Horizontallinie $db = h$, so hat man nach dem pythagoräischen Lehrsatze $cb^2 = ac^2 + ab^2$ oder

$$(r + h)^2 = r^2 + b^2$$

$$r^2 + 2rh + h^2 = r^2 + b^2 \quad \text{also}$$

$$2rh + h^2 = b^2.$$

Da die Erhebung der scheinbaren Horizontallinie bey Entfernungen, wie sie bey dem Wasserwägen vorkommen, immer sehr klein seyn wird, so kann man in dem obigen Ausdruck h^2 gegen $2rh$ als unbeträchtlich ansehen; dieß giebt $2rh = b^2$ oder $h = \frac{b^2}{2r}$.

Man erhält die Erhebung der scheinbaren Horizontallinie über die wahre, wenn man das Quadrat der Entfernung durch den Durchmesser der Erde dividiret. Beyspiel: Man setze den Durchmesser der Erde $= 6543588$ französische Toisen, die Entfernung $b = 1050$ Toisen, so erhält man die Erhebung der scheinbaren Horizontallinie für diese Entfernung $= \frac{1052^2}{6543588}$ $= 0{,}168$ Toise $= 1$ par. Fuß sehr nahe. Aus der Gleichung für h ersieht man, daß die Erhebungen der scheinbaren Horizontallinie in dem Verhältniß der Quadrate der Entfernungen stehen.

72) Anmerkung. In der vorstehenden Auflösung hat man vorausgesetzt, daß die scheinbare Hrizontal- oder Gesichtslinie ab gerade sey. Die Erfahrung hat aber gelehret, daß dieses nicht ist; sondern das Licht wird, da es aus höhern und dünnern Luftschichten b in niedrigere und dichtere a kommt, von seinem geradlinichten Weg abgelenkt, und nach ae gekrümmt. Oder der Lichtstrahl, welchen das Auge in a von dem Punkt b zu erhalten glaubt, kommt von einer tiefer liegenden Stelle e, und die Strahlenbrechung vermindert die Erhebung der scheinbaren Horizontallinie um be. Lambert hat aus Beobachtungen gefunden, daß man die Krümmung ae als einen Kreisbogen von dem 7fachen Halbmesser der Erde betrach-

ten könne. Unter dieser Voraussetzung erhellet, daß be $= \frac{1}{7}$ bd sey. Denn da die Winkel acd, aCd immer sehr klein seyn werden, so kann man ohne Fehler die Bögen ad, ae mit ihren Sehnen verwechseln. Daher vermöge (Geom. 168.) $<$ bae $= \frac{1}{2}$ aCd $<$ bad $= \frac{1}{2}$ acd. Aber acd : aCd $=$ aC : ac $= 7 : 1$, folglich bae $= \frac{1}{7}$ bad; bd, be drucken die Sinusse der kleinen Winkel bad, bae aus, und verhalten sich wie diese Winkel $= 7 : 1$ oder be $= \frac{1}{7}$ bd. Man muß von der durch Rechnung gefundenen Erhebung der scheinbaren Horizontallinie, wegen der Wirkung der Strahlenbrechung $\frac{1}{7}$ abziehen. Die Lambertsche Berechnung der Strahlenbrechung gilt nur als Annäherung zur Wahrheit für eine mittlere Wärme und Barometerstand. Uebrigens ist die Größe der Strahlenbrechung nach der Beschaffenheit der Luft so verschieden, daß der Weg des Lichtes unter gewissen Umständen gerade die entgegengesetzte Krümmung aE annehmen kann. In diesem Fall wird vermöge der Strahlenbrechung der Gegenstand E in b oder niedriger erscheinen als er wirklich ist, da gewöhnlich die Strahlenbrechung die Gegenstande von e nach b erhebt. Dieß geschieht alsdann, wenn die untern Luftschichten durch eine besondere Ursache, z. B. eine sehr starke Erwärmung der Erde, so ausgedehnt werden, daß sie dünner als die unmittelbar auf ihnen liegenden sind.

Vortreffliche hierher gehörige Beobachtungen finden sich in einem bisher ungedruckten Aufsatz, welchen Herr Woltmann der königl. Societät der Wissenschaften in Göttingen vorgelegt hat (m. s. Gött. gel. Anz. 1796.) Hr. Woltmann hat im Jahr 1795. mehrerre Monate hindurch über den Wasserspiegel der Elbe bey Cuxhaven die Firste eines am jenseitigen Ufer stehenden Hauses, über zwey am diesseitigen Ufer eingeschlagene Blöcke mit achromatischen Perspectiven beobachtet. Die Entfernung des Hauses von der Beobachtungsstelle betrug 63716 hamb. Fuß. Die First des Hauses war 61 Fuß über der Elbfläche, die Kopffläche des hintern Pfahls war 15 Fuß 1 Zoll, des vordern 15 Fuß 10 $\frac{1}{2}$ Zoll über der Oberfläche des Flusses erhaben.

Die Köpfe der Blöcke waren zu einer Zeit in eine gerade Linie mit der Richtung des Hauses geschlagen worden, da man Ursache hatte, die Strahlenbrechung bis auf einen kleinen Winkel etwa von 8 Secunden $=$ o zu setzen.

setzen. Erschien die Firste des Hauses unter den Blöcken, so war dieß eine Folge der ungewöhnlichen Strahlenbrechung, wo der Bogen a C Fig. 35. nach oben hohl ist, erschien sie darüber, so war die Strahlenbrechung die gewöhnliche mit convexem Bogen. Die größte Erhebung fand Hr. Woltmann im Februar 1795. 328 Secunden, die größte Erniedrigung 52 Secunden. Ueberhaupt den größten Unterschied zwischen beyden Strahlenbrechungen während der ganzen Zeit seiner Beobachtungen 528 Sec. zwischen beyden sehr viele Abstufungen. Im Ganzen genommen war die wirksamste Ursache der erniedrigenden Strahlenbrechung die größere Wärme der untern Luftschichten, welche durch die größere Wärme der Erde und des Wassers hervorgebracht wird. Doch hatten Winde und Barometerstand auch Einfluß. Die Strahlenbrechung ist so veränderlich, daß sie oft in einem Tag von der einen in die entgegengesetzte übergieng. Die erniedrigende Strahlenbrechung kann man außer der Beobachtung des Thermometers, an der Spiegelung der Gegenstände nach unten und dem davon herrührenden verlängerten verticalen Durchmesser der auf- oder untergehenden Sonne erkennen. So schätzbar Herr Woltmanns Versuche sind, so reichen sie doch nicht hin die Größe der Strahlenbrechung im Voraus, ohne unmittelbar darüber angestellte Erfahrungen, zu bestimmen, sondern sie beweisen vielmehr die Schwierigkeit einer solchen allgemeinen Bestimmung.

Für die Ausübung des Wasserwägens ist es daher am sichersten, wenn man den Einfluß der Strahlenbrechung so viel möglich ganz auszuschließen sucht, welches folgendermaßen geschieht. Man bringe, wenn man vermittelst einer Wasserwage eine horizontale Linie angeben will, das Instrument in der Mitte der Linie a Fig. 36., und visire nach den beyden Enden der Linie b, b', die dadurch bestimmten Puncte e, é liegen in einer wahren Horizontallinie, indem sowohl die Strahlenbrechung, als die Erhebung der scheinbaren über die wahre Horizontallinie auf beyden Seiten gleich viel beträgt, folglich de = d'e' und ce = ce' ist.

Hat man auf diese Weise zwey Puncte e e' bestimmt, welche in einer wahren Horizontallinie liegen, und man bringt in einen derselben e die Wasserwage, und visiret damit nach dem andern e', so kann man rückwärts

aus der Vertiefung des Punctes e' unter der Horizontallinie des Instrumentes, verglichen mit der Vertiefung, welche ohne Strahlenbrechung Statt fände, auf die Größe der Strahlenbrechung zur Zeit der Beobachtung schließen. Man nennt die Strahlenbrechung, welche bey einer horizontalen Visirlinie Statt findet, die Horizontalrefraction, diejenige, welche sich bey einer gewissen Erhebung der Visirlinie über dem Horizont ereignet, Höhenrefraction. Diese ist kleiner als jene, und verhält sich ungefähr zu jener, wie der Cosinus der Erhebung zum Sinus totus.

Nach Lambertschen Grundsätzen hat man die Horizontalrefraction $be = \frac{ab^2}{2.7.r}$, wenn r der Halbmesser der Erde ist, weil $be = \frac{1}{7} bd$ und $bd = \frac{ab^2}{2r}$. Der Winkel bae, ist $= \frac{be}{ab} = \frac{ab}{14r}$, folglich die Höhenrefraction $gaf = bae \cdot \text{cosin } gab = \frac{ab}{14r} \cdot \text{cosin } gab$.

Nach diesen Grundsätzen ist die Refraction bey der (23. Trigonom.) angeführten Höhenmessung berechnet worden.

Nach Beobachtungen vom General Roy (siehe Account of Trigonometrical operation Philos. Transact. 1790.) nimmt die Strahlenbrechung ab, wenn beyde Beobachtungsorte a, f Fig. 36. beträchtlich über der Meeresfläche erhaben liegen. Uebrigens hat er den Winkel gaf oder die Größe der Strahlenbrechung ebenfalls sehr veränderlich gefunden von $\frac{1}{2}$ bis zu $\frac{1}{24}$ ace.

Die nachstehende Tafel enthält die Erhebungen der scheinbaren Horizontallinie über die wahre, nach (71.), ohne Rücksicht auf die Strahlenbrechung, berechnet. Die Entfernungen sind in Toisen und halben rheinländischen Ruthen zu 6 rheinländischen Fußen, die Erhebungen der scheinbaren Horizontallinie, für jenes Maaß in pariser, für dieses in rheinländischen Fußen angegeben.

Tafel über die Erhebung der scheinbaren Horizontallinie über die wahre.

Entfernung in Toisen oder halben rheinländischen Ruthen.	Erhebung der scheinbaren Horizontallinie in paris. Fußen.	Erhebung der scheinbaren Horizontallinie in rheinländischen Fußen.
50	0,0023	0,0022
100	0,0092	0,0089
150	0,0208	0,0194
200	0,0370	0,0357
250	0,0579	0,0559
300	0,0827	0,0799
350	0,1128	0,1090
400	0,1470	0,1420
450	0,1875	0,1811
500	0,2292	0,2214
550	0,2772	0,2678
600	0,3299	0,3187
650	0,3871	0,3739
700	0,4490	0,4337
750	0,5156	0,4981
800	0,5868	0,5668
850	0,6620	0,6395
900	0,7425	0,7172
950	0,7847	0,7580
1000	0,9167	0,8855
1050	1,0000	0,9660
2000	3,6667	3,5420
3000	8,2500	7,9695
4000	14,6667	14,168

73) Die Vertiefung eines Ortes A unter dem andern B, oder das Gefälle von einem Ort zum andern vermittelst der Wasserwage zu finden.

Wenn die Entfernung von A nach B und das Gefäll nicht sehr groß sind, so bringe man die Wasserwage in A, richte in B einen Stab lothrecht auf, und bemerke, an welchen Punct des Stabes die Visirlinie der Wasserwage trifft. Die Höhe dieses Punctes über

den Boden in B messe man, und ziehe davon die Höhe des Instrumentes in A ab, so hat man das Gefälle. Dieses muß nöthigen Falls wegen der Erhebung der scheinbaren Horizontallinie und der Refraction verbessert werden.

Der Anblick der vorstehenden Tafel, verglichen mit der Entfernung AB, wird lehren, ob eine solche Correction nöthig sey. In diesem Fall zieht man von dem gefundenen Gefälle die Erhebung, oder genauer, die um die Refraction verminderte Erhebung der scheinbaren Horizontallinie ab.

Die Visirstäbe beym Wasserwägen haben der Bequemlichkeit wegen folgende Einrichtung.

An einem in Schuhe, Zollen und Linien getheilten prismatischen Stabe ab Fig. 38., bewegt sich vermittelst einer Hülse und Stellschraube ein kleines Bretchen dce, welches auf der Vorderfläche halb weiß und halb schwarz angestrichen ist, auf und ab. Die wagrechte Grenze c, zwischen den beyden Farben am Bretchen, befindet sich am besten in einer Höhe mit einer scharfen Kante f der Hülse, damit man jederzeit ohne Mühe die Höhe der Grenzlinie c, als des eigentlichen Visirpunctes in Theilen des Stabes angeben könne. Damit der Stab während der Operation nicht in die Erde sinke, wird ein kleiner Pfahl dem Boden gleich eingeschlagen, und der Stab darauf gesetzt. Wenn man den Visirpunct c gleich in die Höhe des Instrumentes A Fig. 37. bringen läßt, so übersieht man auf den ersten Blick, ob die Stelle B höher oder tiefer liegt als A, je nachdem die Horizontallinie der Wasserwage unter oder über den Visirpunct c trifft.

Erhebungen der abvisirten Stelle bezeichnet man mit dem Zeichen (—), weil sie dem wirklichen Gefälle entgegengesetzt sind.

Ist die Entfernung von A nach B zu groß, als daß man sie durch eine Station abwiegen könnte, so theile

man sie in mehrere Stationen AC, CB u. s. w. und verfahre bey jeder auf die vorhin beschriebene Weise. Die Summe der einzelnen Gefälle in C, B zusammengenommen, giebt das ganze Gefälle. Befinden sich Erhebungen darunter, so bringt man diese mit (—) in Rechnung. Hierdurch erhält man zugleich den Vortheil, daß man das Gefälle von zwischenliegenden Stellen C erhält.

Das beschriebene Verfahren nennt man das einfache Wasserwägen, weil man dabey immer nach einer Gegend visiret. Doppeltes Wasserwägen heißt, wenn man das Instrument in die Mitte der Stationen 1, 2 bringt, und vor- und rückwärts visiret.

Diese Methode ist bey weitläuftigen Operationen, wo es auf große Genauigkeit ankommt, vermöge (72), weil man die Correction wegen der Strahlenbrechung und Erhebung der scheinbaren Horizontallinie dadurch entbehrlich macht, weit vorzüglicher, als die erste. Freylich setzt sie voraus, daß man die abzuwiegende Gegend zuvor geometrisch aufgenommen, die Entfernungen der Stationen AC, CB u. s. w. gemessen und halbiret habe; aber die geometrische Aufnahme muß ohnehin dem Wasserwägen vorausgehen, wenn die abzuwägende Strecke nur einigermaßen von Belang ist.

Man findet bey dem doppelten Wasserwägen das Gefälle, wenn man die vorgefundene Höhe in C von der rückwärtsgefundenen in A abzieht, oder bey mehreren Stationen, wenn man die Summe der vorwärtsgefundenen Höhen von der Summe der rückwärts gefundenen wegnimmt. Ist diese größer als jene, so zeigt dieß eine Erhebung der Gegend an. Noch will ich bemerken, daß es nicht nöthig ist, den Stand des Instrumentes genau in einer geraden Linie mit den Endpuncten der Station A, B, B, C zu nehmen, sondern es ist hinreichend, wenn nur die Entfernung des Instrumentes von beyden Endpuncten der Station gleich groß ist.

Eine abgewogene Gegend in einen Profil-Riß zu bringen, verfahre man folgendergestalt.

Man ziehe auf dem Papier eine gerade Linie a b, in einer willkührlichen Erhebung über dem höchsten Punct A, von a trage man perpendicular auf a b die Vertiefung des Punctes A herunter, hierauf trage man auf a b die Entfernungen der Station A C, B C, in c, b fälle man unbestimmte Perpendikel c C, b B, und trage auf jedes Perpendikel das gefundene Gefälle des Ortes + der angenommenen willkührlichen Höhe A a, so bestimmen sich dadurch die Puncte C, B u. s. w. Jemehr man der abgewogenen Puncte hat, desto genauer wird der Profil-Riß.

III. Abschnitt.

Die Aerostatik

oder

von den Gesetzen des Gleichgewichts flüssig elastischer Körper.

Von der Elasticität und Schwere der Luft, und den davon abhangenden Erscheinungen.

1) Ein Körper heißt elastisch, wenn er sich durch eine äussere Kraft in einen kleinern Raum pressen läßt, und bey nachlassender Kaft seinen vorigen Raum wieder herstellet. Findet das letzte vollkommen Statt, so heißt der Körper vollkommen elastisch, im Gegentheil unvollkommen elastisch. Unter den festen Körpern trifft man keinen vollkommen elastischen an. Der am meisten elastische feste Körper ist das Federharz (resina elastica), nach ihm kommt der zu einem gewissen Grad gehärtete Stahl. Man nennt diesen Grad der Härte die Federhärte, und überhaupt die Elasticität fester Körper, Federkraft. Die am wenigsten elastischen Körper sind die in der Hydrostatitik betrachteten tropfbarflüssigen Massen. Die vollkommenste Elasticität besitzen die elastisch flüssigen Körper. Man begreift sie unter dem allgemeinen Namen von Luft. Es gehören hierher, außer der gemeinen atmosphärischen Luft, alle künst-

liche Luftarten, welche die neuere Chemie seit einiger Zeit entdeckt hat, und selbst alle Dämpfe, die sich von den eigentlichen Luftarten dadurch unterscheiden, daß sie ihre Elasticität verlieren, sobald die Hitze, welche ihnen die Dampfgestalt gab, wieder entweicht.

2) Anmerkung. Die elastischen Flüssigkeiten unterscheiden sich durch die Beschaffenheit und das Verhältniß der Theile, woraus sie zusammengesetzt sind, von einander. Man kann füglich alle hiervon abhangenden Erscheinungen unter dem Namen der chemischen, so wie alle von der Elasticität, Schwere und Flüssigkeit herrührenden unter dem Namen der mechanischen Eigenschaften begreiffen. Blos mit den letztern beschäftiget sich die Aerostatik. Jedoch werde ich da, wo die chemischen Eigenschaften der Luft auf die mechanischen Einfluß haben, jene nicht ganz unberührt lassen dürfen.

3) Anmerkung. Da alle feste sowohl als tropfbar flüssige Körper, so weit unsre Erfahrungen reichen, durch einen hinlänglichen Feuersgrad in Dämpfe aufgelößt werden können, so ist es sehr wahrscheinlich, daß das Feuer die Ursache der Elasticität aller Flüssigkeiten ist. Die Wirkung dieser Ursache ist so, als ob eine Kraft die Theilchen der Flüssigkeiten von einander zu entfernen strebte. Man kann daher diese Kraft auch schicklich Expansivkraft, so wie die elastischen Flüssigkeiten, expansible Flüssigkeiten, nennen.

Wirkt der Expansivkraft nichts entgegen, so breiten sich die expansiblen Flüssigkeiten in einen immer grössern Raum aus; bloß durch die Gegenwirkung einer äußern Kraft werden die Theilchen jener Flüssigkeiten in einer bestimmten Entfernung von einander gehalten. Dieß erfolgt nicht bey festen elastischen Körpern, wo die Cohäsion das Ausbreiten der Theilchen verhindert. Daher unterscheiden einige Naturforscher die Federkraft fester Körper von der Elasticität flüssiger Massen.

4) Erfahrungssatz. Die Luft ist elastisch. Man blase eine Blase voll Luft, und verschließe ihre Oeffnung. Presset man hierauf die Luft in der Blase durch eine äußere Kraft zusammen, so stellt sie ihren Raum bey nachlassender Kraft sogleich wieder her. Je stärker die

zusammenpressende Kraft ist, desto kleiner wird der Raum der Luft, und umgekehret, je kleiner der Raum der Luft werden soll, desto stärker muß die zusammenpressende Kraft seyn. Die Wirkung der äussern Kraft und die Gegenwirkung der Elasticität sind einander gleich. Dieß beweißt auch folgende Erfahrung. Man stülpe ein Glas um, und drücke es unter Wasser, so wird die darin enthaltene Luft eingeschlossen, und widersteht dem eindringenden Wasser. Je tiefer man das Glas unter Wasser drückt, desto kleiner wird der Raum der eingeschlossenen Luft vermöge des zunehmenden Wasserdrucks, und stellt seine vorige Größe wieder her, sobald der Wasserdruck nachläßt.

5) Anmerkung. Hierauf gründet sich die Bewegung der sogenannten Cartesianischen Teufel, kleiner hohler Puppen von Glas, welche am untern Theil des Körpers eine kleine Oeffnung haben. Bringt man die kleinen hohlen Körper in ein Gefäs voll Wasser mit einem engen Hals, über welches eine Blase gebunden ist, und drückt mit dem Finger auf die Blase, so steigt das Wasser, vermöge des von oben fortgepflanzten Drucks in den innern Raum der Puppen, und presset die darin eingeschlossene Luft zusammen. Hierdurch werden die Puppen specifisch schwerer und sinken zu Boden. Sobald der Druck des Fingers nachläßt, dehnt sich die in den hohlen Glasfiguren eingeschlossene Luft wieder aus, macht sie specifisch leichter als das umgebende Wasser, und treibt sie in die Höhe.

6) Anmerkung. Eine sehr nützliche Anwendung von der 4) angeführten Erscheinung ist die Täucherglocke, wodurch der Mensch in den Stand gesetzt wird, geraume Zeit unter dem Wasser in den größten Meerestiefen sich mit eben der Sicherheit wie über dem Wasser aufzuhalten. Halley und Nollet haben sich um die Verbesserung dieser Maschine sehr verdient gemacht, und in neuern Zeiten insbesondere Hr. Charles Spalding, dessen Einrichtung hier beschrieben werden soll.

Der Körper der Glocke A A C C Fig. 1. ist aus starken Faßdauben von 5 Fuß Länge verfertigt; der Durchmesser am Boden beträgt 5 Fuß, der obere Durchmesser 2½ Fuß,

der körperliche Raum der Glocke 200 englische Gallonen (27 pariser Cubikfuß). Auf die Glocke ist noch eine besondere Haube AAH, der Regulator von 25 Gallonen (3,4 par. Cubikfuß) aufgeschraubt, welche auch gelegenheitlich weggenommen werden kann. Sie dienet die durch das Athemholen verdorbene Luft aus der Glocke aufzunehmen, und, indem sie bald mit Luft bald mit Wasser angefüllt wird, das specifische Gewicht der Glocke zu vermindern oder zu vermehren. An dem untern Rand der Glocke befinden sich Gewichtee C, C, wodurch die Glocke hinlänglich beschwert wird. Bey einer Last von 16 bis 20 Centnern geht die Maschine selbst in starken Ströhmen beynahe senkrecht nieder. In der Mitte der Glocke hängt an einem Flaschenzug das Balanciergewicht B (eine der hauptsächlichsten Verbesserungen von Hrn. Spalding) von $2\frac{1}{2}$ — 3 Centnern lothrecht herab. Es dient eines Theiles die lothrechte Stellung der Glocke zu sichern, andern Theils verschafft es dem Täucher ein leichtes und sicheres Mittel, die Glocke, indem er das Gewicht B zuerst auf den Grund niederläßt, durch Anspannung des Seiles D, wodurch jedoch das Gewicht B nicht gehoben werden darf, auf dem Boden zu befestigen oder sich durch Nachlassung des Seiles über demselben zu erheben. Die Gewichte C allein beschweren die Glocke nicht stärker, als daß ihr specifisches Gewicht noch etwas geringer bleibt als das des umgebenden Wassers. D, D sind Haken, an welchen Seile queer über gespannt werden, die dem Täucher zur Unterstützung dienen, weil Sitze rund um die Seitenwände der Glocke gefährlich sind.

Die durch das Athmen verdorbene Luft kann entweder durch den Hahnen E hinweggelassen, oder vermittelst des Hahnens f in den Regulator AAH, und endlich aus diesem durch einen, mit einem in die Glocke gehenden Handgriff versehenen Hahnen g hinweggeschafft werden.

Im letzten Fall tritt das Wasser durch eine zwischen dem Regulator und der Glocke befindliche Oeffnung statt der entweichenden Luft in den Regulator, wodurch der ganze Apparat, wie schon erinnert worden ist, specifisch schwerer wird. Um statt der verdorbenen frische Luft in die Glocke zu bringen, dienen ein paar Luftgefäße K, jedes zu 40 Gallonen (6,4 pariser Cubikfuß) unten offen, oben verschlossen, eben so wie die Glocke mit Gewichten

beschweret, damit sie sich mit derselben untersenken. Von dem obern Boden der Luftgefäße geht ein lederner, mit einem Hahn versehener Schlauch unter die Glocke. Erhebt sich nun der Täucher durch Nachlassung des Seiles am Balanciergewicht über das Luftgefäß und öffnet den Hahn des Schlauchs, so dringt die Luft durch denselben, vermöge ihrer größern Elasticität, unter die Glocke. Bey I, I sind kleine Fenster in der Glocke angebracht. M ist ein Seil, welches dem Täucher zu Signalen dient. Durch diese Einrichtung der Täucherglocke wurde Herr Spalding in den Stand gesetzt, alle bey dem Aufenthalte unter dem Wasser vorkommende Schwierigkeiten, wie z. B. Unebenheiten des Bodens, glücklich zu überwinden, da er es vermittelst des Balanciergewichtes und Regulators in seiner Gewalt hatte, sich von dem Boden zu erheben, und wieder dahin zurückzukehren.

Nach Beobachtungen des Hrn. Menzies athmet ein erwachsener Mensch in 1 Minute 720 engl. = 594 paris. Cubikzolle Luft, folglich in einer Stunde 20,6 paris. Cubikfuß. Die in der beschriebenen Glocke enthaltene Luft würde also 1 $\frac{1}{3}$ Stunde hinreichen. Nimmt man die beyden Luftgefäße hinzu, so ist Vorrath für 2 Stunden hinreichend da, weil durch einmaliges Ein- und Ausathmen die Luft nicht so verdorben wird, daß sie tödtlich würde. Der Vorrath eines Luftgefäßes reicht auf $\frac{1}{3}$ Stunde hin; kann während der Zeit das andere mit frischer Luft gefüllt werden, so kann man seinen Aufenthalt im Wasser nach Belieben verlängern.

7) Die Luft ist schwer. Dieser Satz ist schon deswegen wahrscheinlich, weil wir die Schwere als eine allgemein auf der Erde verbreitete Kraft kennen, und er läßt sich überdieß durch folgende Schlüsse rechtfertigen. Vermöge ihrer Elasticität würde sich die Luft, wenn ihr nichts entgegenwirkte, nach allen Seiten hin, folglich auch nach oben ausbreiten. Es muß also, wenn sich die Luft nicht nach und nach ganz von der Oberfläche der Erde in die Höhe begeben, und verlieren soll, entweder eine Kraft ihrem Bestreben nach oben entgegenwirken, oder es muß die in die Höhe entweichende Luftmasse beständig durch eine neue von der Erde entstehende ersetzt werden. In diesem Fall müßte ein ununterbro-

chener Luftstrom von der Erde in die Höhe gehend Statt finden. Da dieß nicht ist, so bleibt nur der erste Fall übrig; es wirkt der Elasticität der Luft eine senkrecht von oben nach unten gerichtete Kraft entgegen. Dieß ist die Schwere, welche Eigenschaft der Luft durch mehrere der unten anzuführenden Erfahrungen unmittelbar bestätiget wird.

8) Aus der Schwere und Elasticität der Luft folgt, daß die Luft an der Oberfläche der Erde vermöge ihres eigenen Gewichtes zusammengepreßt, und folglich dichter und elastischer seyn muß, als in höhern von der Erde entferntern Stellen. Die Elasticität der Luft an jeder Stelle wird sich beständig mit der zusammenpressenden Kraft, das ist, mit dem Gewicht der aufliegenden Luft ins Gleichgewicht setzen. Uebrigens erhellet aus Hydrost. (9), daß die ganze die Erde umgebende Luftmasse (die Atmosphäre) eine mit der Erdkugel a b d e Fig. 2. concentrische Kugelschichte A B D E bilden müsse.

Wie groß die Höhe A a des Luftkreises angenommen werden könne, wird die Folge lehren.

9) Erfahrung. Man tauche eine an beyden Enden offene nicht sehr weite Röhre a b Fig. 3. unter Wasser bis c, so wird die Wassersäule c b innerhalb der Röhre so hoch als aussen stehen.

Verschließet man die Röhre bey a mit dem Finger und bringt sie aus dem Wasser, so fällt das in der Röhre enthaltene Wasser c b nicht herab, so lange die Oeffnung a verschlossen bleibt.

Hebt man den Finger weg, so fällt die Wassersäule augenblicklich herab.

Was hält hier die Wassersäule, wenn es nicht der Druck der durch die Oeffnung b entgegenwirkenden Luft ist? Aus der Elasticität der Luft allein läßt sich aber dieser Druck nicht erklären, weil eine Kraft da seyn muß, welche der Elasticität entgegenwirkt, und ihr eben

dadurch eine bestimmte Größe giebt. Es ist also die durch das Gewicht der Luft bis zu einer bestimmten Größe angewachsene Elasticität, oder jenes Gewicht selbst (weil beyde Kräfte gleich sind), welche dem Gewicht der Wassersäule b c entgegenwirkt. Oeffnet man bey a, so drückt die Luft oben und unten gleich stark, und die Wassersäule muß, vermöge ihres Gewichtes, herabsinken.

10) Anmerkung. Auf die Elasticität und Schwere der Luft gründen sich die Wirkungen des gewöhnlichen Stechhebers, des magischen Trichters, des intermittirenden Zauberbrunnens, des Dintenfasses, aus welchem beym Umwenden sich nichts verschüttet, und mehrere andere Erscheinungen, deren nähere Erläuterung mehr in ein Compendium der Naturlehre als hierher gehöret. Blos des Heronsballs und Heronsbrunnens muß ich etwas näher erwähnen, weil man in der Maschinenlehre wichtige Anwendungen von ihnen gemacht hat. a b d f c Fig. 4. sey ein bis c d mit Wasser gefülltes Gefäß, in welches eine an beyden Enden offene Röhre e f luftdicht befestigt ist.

Die untere Oeffnung der Röhre reicht bis beynahe zum Boden des Gefäßes. Wenn man durch die Röhre Luft in den eingeschlossenen Raum a b d c, etwa durch Blasen, hineintreibt, so wird dadurch die Elasticität der eingeschlossenen Luft vermehret, und drückt, indem sie auf die Oberfläche des Wassers c d wirkt, dasselbe zur Röhre f e mit einer desto größer Geschwindigkeit hinaus, je grösser die Kraft war, welche die Luft in dem Gefäß zusammenpreßte. Der Heronsbrunnen Fig. 5. unterscheidet sich von dem Heronsball dadurch, daß in jenem das Wasser durch seinen Druck die Luft im Gefäß selbst comprimiret. Zwey Gefäße A, B von gleicher Größe sind durch zwey Röhren c, b so mit einander verbunden, daß die an beyden Enden offene Röhre c, ohne Communication mit dem innern Raum des obern Gefäßes A, mit ihrer untern Oeffnung bis beynahe auf den Boden des untern Gefäßes B reicht. Die obere Oeffnung der Röhre endigt sich in eine Schaale C. Die zweyte Röhre b geht von dem obern Boden des untern Gefäßes bis beynahe zum obern Boden des obern Gefäßes, und hat mit beyden Gefäßen Communication.

Endlich geht die Springröhre a, wie in dem Heronsball, bis beynahe zum Boden des obern Gefäßes A. Man fülle das obere Gefäß durch eine wieder zu verschließende Oeffnung d so weit voll Wasser, daß die Oberfläche des Wassers noch unter der Röhre b steht. Hierauf gieße man Wasser in die Schaale C, und halte die Springöffnung a mit dem Finger zu. Indem das Wasser durch die Röhre C in das untere Gefäß B fällt, treibt es die Luft vor sich her, durch die Röhre b in das obere Gefäß, und preßt sie daselbst zusammen. Die Größe der Zusammenpressung richtet sich nach der Höhe der Wassersäule in der Röhre c über dem Wasserspiegel des untern Gefäßes B. Die Elasticität der Luft im Gfäß A wirkt mit einer der Zusammenpressung gleichen Kraft auf die Oberfläche des Wassers, und treibt dasselbe durch die Springröhre zu einer Höhe, die (wie die Hydraulik lehret) der Wasserhöhe in der Röhre c gleich seyn würde, wenn die Reibung und der Widerstand der Luft nichts von der Kraft hinwegnähmen. Von der Anwendung des Heronsballes bey Feuerspritzen, und des Heronsbrunnens in Bergwerken, soll in der Maschinenlehre gehandelt werden.

11) Da die Höhe der Atmosphäre sich nicht ins Unendliche erstrecken kann, so läßt sich im Voraus vermuthen, daß auch das Gewicht derselben eine bestimmte Gränze haben müsse. Galilei vermuthete dieß aus den Erscheinungen der Saugpumpen, welche das Wasser nicht über 32 Fuß in die Höhe zu saugen vermögen, und sein Schüler Toricelli erwies es unmittelbar durch den folgenden Versuch. Er nahm eine über 28 pariser Zoll lange gläserne Röhre, welche an dem einen Ende verschlossen war, füllte sie voll Queckſilber, und brachte sie umgekehrt mit dem offnen Ende in ein Gefäß voll Queckſilber a d Fig. 6. Das Queckſilber sank nicht ganz aus der Röhre heraus, sondern blieb nach einigen Schwankungen in einer Höhe b c von 28 Zollen hängen. Der Raum c e blieb leer; man nennt ihn, von seinem Erfinder, das torricellianische Vacuum. Hier hält also das ganze Gewicht der Atmosphäre, oder vielmehr einer Luftsäule von der Höhe der Atmosphäre über dee Oeffnung b als Grundfläche mit einer Queck-

silbersäule von 28 Zoll über derselben Grundfläche das Gleichgewicht. Wollte man zu diesem Versuch statt des Queckſilbers Wasser nehmen, so müßte die Röhre über 32 Fuß hoch seyn, weil sich die Höhen der Flüssigkeiten nach Hydrost. (28) umgekehrt, wie die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten verhalten. Die Saugpumpen bestättigen diesen Satz.

Begiebt man sich auf einen hohen Berg, so muß der Druck der Luft auf dem Gipfel des Berges geringer als an dessen Fuß seyn, und die Queckſilbersäule in der toricellischen Röhre, muß, indem man sich an dem Berg erhebt, fallen. Dieß hat zuerst Pascal durch die Erfahrnng bewiesen, und damit die Lehre von der Schwere der Luft über allen Zweifel erhoben.

12) Anmerkung. Vermöge des 11. angeführten Satzes kann man nach hydrostatischen Grundsätzen den Druck der Luft auf jede Stelle von gegebener Größe leicht berechnen, wenn man das Gewicht einer Wassersäule von 32 Fuß, oder einer Queckſilbersäule von 28 pariser Zoll über der gegebenen Grundfläche ausrechnet.

Beyspiel. Den Druck der Luft auf die ganze Erdoberfläche zu finden, wenn man den Halbmesser der Erde zu 860 Meilen, die Meile zu 24000 Fuß, rechnet. Man multiplicire die Geom. 65. gefundene Zahl mit 24000^2, so erhält man für die Erdoberfläche in Quadratfußen 5913628416000000, und dieß mit 32 . 70 multipliciret, giebt den gesuchten Druck in Pfunden

13 246 527 651 840 000 000.

13) Die Erfahrung hat gelehret, daß das Queckſilber in der torricellischen Röhre nicht zu allen Zeiten gleich hoch steht, und folglich der Druck der Atmosphäre veränderlich ist.

Diesen veränderlichen Druck zu messen, hat man an der torricellischen Röhre eine Scale angebracht, und diesem Werkzeug den Namen Barometer gegeben. Das Barometer hat seit seiner Erfindung mancherley Gestalten und Abänderungen erhalten, wovon jedoch die

meisten ihren Endzweck verfehlten. Ich schreite daher gleich zu den vorzüglichern Einrichtungen, des Barometers, indeß ich wegen der übrigen auf folgende Schriften verweise. De Luc über die Atmosphäre 2. B.; Luz von Barometern. Gehlers phys. Wörterb. Art. Barometer. Die erste Erforderniß eines guten Barometers ist, daß sein oberer Raum vollkommen luftleer sey. Dieß wird aber, wie Hr. De Luc zuerst bewiesen hat, nur dadurch erhalten, daß man das Quecksilber in der torricellischen Röhre auskocht, und, um dieß ohne Gefahr thun zu können, muß die Glasröhre im Lichten wenigstens 1 — 2 Linien weit seyn. Wegen der Vortheile und Handgriffe, welche hierbey, wie überhaupt bey Verfertigung der Barometer anzuwenden sind, verweise ich ebenfalls auf die oben angezeigte Schriften.

Die vortheilhafteste Gestalt, welche man der Röhre des Barometers geben kann, ist unstreitig die heberförmige Fig. 7. Der längere Schenkel AB, welcher oben zugeschmolzen wird, beträgt etwas über 30 par. Zolle, der kürzere BC, welcher oben offen ist, $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ des längern. Wenn nun der längere Schenkel ganz mit Quecksilber gefüllt und ausgekocht worden ist, und man bringt das Werkzeug in eine lothrechte Lage, so fällt das Quecksilber in dem langen Schenkel herab, und steigt in dem kurzen in die Höhe, bis es in einer Höhe ba stehen bleibt, welche dem Druck der Atmosphäre (z. B. 28″) gleich ist.

Man darf nur den Ueberschuß der Höhe des Quecksilbers im längern Schenkel über die Oberfläche des Quecksilbers im kürzern rechnen, weil der übrige Theil des Quecksilbers sich vermöge hydrostatischer Gesetze das Gleichgewicht hält. Wird der Druck der Atmosphäre geringer, z. B. 26 Zoll, so wird das Quecksilber im längern Schenkel 1 Zoll fallen, im kürzern 1 Zoll steigen, und umgekehret, wenn der

Druck

Druck der Atmosphäre größer wird. Die Veränderungen des Barometerstandes halbiren sich oben und unten. Man bringt daher den Anfangspunrt der Scale in die Mitte an einen Ort, wo das Queckſilber niemals hinkommt, und zählet die Theile auf und unterwärts. Gewöhnlich trägt man auf die Scale pariſer Zolle und Linien, und (nach De Luc) noch Viertheile von Linien, da man alsdann Sechzehntheile mit dem Auge schätzen kann. Oder man misset vermittelst eines leicht anzubringenden Vernieres Zehntheile von Linien. Kleinere Theile als höchstens 16 Theile von Linien zu messen, ist überflüssig, weil nach den besten Erfahrungen die Genauigkeit des ganzen Instruments nicht weiter reicht. Daher sind alle Künsteleyen, die Ausdehnung der Scale des Barometers zu vergrößern, unnütz.

Das heberförmige Barometer heißt auch das Delucische, weil De Luc es verbessert und anempfohlen, wiewohl nicht erfunden, hat. Eine unerläßliche Bedingung eines guten heberförmigen Barometers ist, daß die beyden Schenkel, wenigstens an der Stelle, wo die Bewegung des Queckſilbers vor sich geht, vollkommen gleich weit sind.

Bey der ersten torricellischen Einrichtung, oder dem Gefäßbarometer Fig. 6. * erspahret man die doppelte Beobachtung oben und unten, unter der Voraussetzung, daß die Höhe des Queckſilbers in dem Gefäß sich nicht ändert. Ich will annehmen, das Gefäß sey im Lichten zwey Zoll, die Röhre eine Linie weit, so wird das Queckſilber, wenn es in der Röhre um zwey Zoll sinkt, in dem Gefäß um $\frac{1}{24^2}$ Zoll $= \frac{1}{576}$ Zoll, noch nicht $\frac{1}{10}$ Linie, steigen; eine Aenderung, welche man vermöge des obigen auſſer Acht lassen kann.

Bey engen Gefäßen und weiten Röhren kann aber diese Änderung beträchtlich und das Barometer dadurch fehlerhaft werden. Ueberhaupt taugt das Gefäßbarometer nur als stille hängendes Barometer. Wenn man das

Werkzeug auch auf Berge transportiren will, um (wie unten gezeigt werden soll) ihre Höhe zu bestimmen, so muß man dazu das heberförmige Barometer wählen, weil sich die Quecksilbersäule nach Verhältniß der Höhe des Berges beträchtlich verkürzt.

Um das Barometer bequemer, und mit mehr Sicherheit transportiren zu können, ohne daß das Quecksilber durch sein Schwanken die obere Wölbung der Glasröhre zerbricht, hat man allerhand Einrichtungen erdacht. Eine der einfachsten ist folgende. Man lasse das Quecksilber durch Neigung der Glasröhre wider das Gewölbe A Fig. 7. des längern Schenkels laufen. Die Stelle e, wo sich die Oberfläche des Quecksilbers im kürzern Schenkel alsdann befindet, sey bey Verfertigung des Barometers etwas conisch nach unten gemacht, und das Ende C des kürzern Schenkels in eine trichterförmige Oeffnung ausgeweitet worden, worein ein gutschließender Korkstopfen passe.

Durch den Korkstopfen stecke man einen Eisendrath, dessen unteres bis e reichendes Ende so lange mit einem Bindfaden umwunden worden ist, bis es gedrang in die conische Oeffnung e paßt. Durch diese einfache Verschließung wird das Schwanken der Quecksilbersäule so verhindert, daß man das Barometer, wenigstens in horizontaler Lage, ganz sicher von einem Ort zum andern bringen kann.

14) Anmerkung. Das Barometer hat im gemeinen Leben auch den Namen Wetterglas erhalten, weil mit den Veränderungen des Drucks der Atmosphäre gewöhnlich Veränderungen in der Witterung verknüpft sind. Indessen sind der Ursachen, welche den Druck der Luft abändern, so viele, daß man, wenigstens bisher, kein allgemeines Gesetz dieser Veränderungen entdecken konnte. Folgende sind einige aus der Erfahrung abstrahirte Regeln, die wenigstens für unsere Gegenden passen. Wenn das Barometer bey eintretendem Ost- oder Nordostwind langsam steigt, und bey einer Höhe von 28 Zoll oder noch einige Linien darüber stehen bleibt, so verkündigt dieß

eine anhaltende gute Witterung. Umgekehret, wenn das Barometer mit eintretendem Süd = oder Südwestwind langsam fällt, und bey 27 Zoll bis 26 Zoll 6 Linien stehen bleibt, so stellt sich gewöhnlich anhaltendes Regenwetter ein.

Bey veränderlicher Witterung, besonders bey Gewittern, fällt das Barometer gewöhnlich schnell um einige Linien, und steigt nach vorüber gegangenem Gewitter eben so schnell wieder. Oft bemerkt man aber auch Veränderungen am Barometer, ohne eine merkliche Aenderung in der Witterung zu spühren. Dieß rühret daher, daß die Ursachen, welche den Druck der Luft veränderten, in entfernten oder höhern Regionen der Atmosphäre wirkten, und sich nicht unmittelbar bis zu der Stelle des Beobachters erstreckten. Wenn das Barometer in wenigen Stunden sehr tief fällt, oder sehr hoch steigt, so ist dieß fast immer mit heftigen Stürmen, und in südlichen Gegenden und an den Meeresküsten nicht selten mit Erdbeben verknüpft.

Wenn man den Stand des Barometers lange Zeit, (etwa ein oder mehrere Jahre) alle Tage beobachtet, die gefundnen Höhen desselben zu einander addiret, und die Summe durch die Anzahl der Beobachtungen dividiret, so erhält man den mittlern Barometerstand des Orts, welcher gewöhnlich eine ziemlich unveränderliche Größe hat. Hier in Gießen war im Junius 1791. der mittlere Barometerstand 27 Zoll, 7,6 Linien, im Julius desselben Jahres 27″ 7,3‴.

Im Jahr 1795. während den Monaten Februar, März, April, May, Junius 27 Zoll, 7,1 Linien zu derselben Zeit in Darmstadt 27 Zoll, 6,45 Linien. Wie die mittlern Barometerstände gebraucht werden, um die relativen Erhebungen der Orte gegen einander zu finden, soll unten in einem besondern Abschnitte gezeigt werden. Hoher Barometerstand eines Ortes heißt der Stand über dem mittlern, niedriger der Stand unter dem mittlern Barometerstand. Der höchste, welchen ich bisher hier in Gießen beobachtet habe, war 28″ 4‴, der niedrigste 26, 10‴.

Vom Heber.

15) Jede gekrümmte an beyden Enden offene Röhre abc Fig. 12, welche dazu dienet, eine Flüssig-

keit aus einem höher liegenden Gefäß A in ein tiefer liegendes B zu bringen, heißt ein Heber, Zieher (sipho).

Die Wirkung desselben beruht auf folgenden Gründen. Man tauche die Oeffnung des einen Schenkels a in die Flüssigkeit des höher liegenden Gefäßes, und sauge durch die Oeffnung des andern Schenkels c die Luft aus der Röhre abc, so drückt die Atmosphäre die Flüssigkeit aus dem Gefäß A durch ab in die Höhe, und füllt den ganzen Heber abc unter der Voraussetzung, daß die senkrechte Höhe bd für Wasser kleiner als 32 Fuß, für Quecksilber kleiner als 28 Zoll ist. Bringt man hierauf den Mund vor der Oeffnung c hinweg, so stürzt unter der Voraussetzung, daß c tiefer liegt als die Oberfläche der Flüssigkeit in A, die Flüssigkeit durch c herab, und fließet durch den Druck der Atmosphäre so lange nach, bis die Oeffnung a über die Oberfläche der Flüssigkeit kommt. Denn gegen die Oeffnung des Schenkels ab wirkt ein Druck, welcher dem Druck der Atmosphäre $= 32' - bd$ gleich ist, gegen die Oeffnung c wirkt ein Druck $= 32' - be$, folglich liegt auf der Seite von ab das Uebergewicht der Kraft.

Es ist einerley, wie man den Heber abc zuerst anfüllt. Fig. 12.* zeigt eine Vorrichtung, wie man die beyden Schenkel des Hebers durch Eingießung der Flüssigkeit an der höchsten Stelle b füllen könne. So dienet das Werkzeug als eine hydraulische Maschine, um Wasser über einen Berg zu schaffen, dessen senkrechte Höhe nicht über 32 Fuß beträgt. Betrüge die Höhe über 32 Fuß, so würde das Wasser, bey Oeffnung der Hahnen a, c, in jedem Schenkel bis zu dieser Höhe herabsinken, und der Heber würde gleichsam ein doppeltes Wasserbarometer bilden.

Der Heber läßt sich auf mancherley Art abändern, verkünsteln, verstecken, wodurch man vielerley Erschei-

nungen hervorbringen kann, die man alle leicht erkläret, wenn man die Theorie des Hebers gefaßt hat.

Fig. 13. stellt den Vexierbecher vor. Hier steckt der eine Schenkel des Hebers, eine an beyden Enden offene Röhre ba, innerhalb dem andern Schenkel dc, einer weitern Röhre, die bloß zur Seite unten bey c durch eine Oeffnung mit dem innern Raum des Gefäßes Gemeinschaft hat. Der innere Schenkel ba geht durch den Boden des Bechers etwas tiefer, als die Stelle c liegt, herab. Gießet man nun eine Flüssigkeit in den Becher, so läuft nichts heraus, so lange die Oberfläche der Flüssigkeit ef unter der höchsten Stelle des versteckten Hebers d bleibt.

Indessen steigt die Flüssigkeit zwischen dem innern und äußern Schenkel des Hebers in demselben Maaße, wie in dem Gefäß in die Höhe, und treibt die Luft vor sich her durch die Röhre ba. In dem Augenblick, wo die Oberfläche der Flüssigkeit nach gh kommt, ist der Heber gefüllt, fängt an auszulaufen, und höret nicht eher auf, bis die Oberfläche der Flüssigkeit zur Oeffnung c herabgesunken ist. Von diesem Heber hat man in der Naturlehre Gebrauch gemacht, um dadurch die von Zeit zu Zeit sich füllenden und wieder abfließenden Seen, wie der Cirznitzer in dem Herzogthum Crain, zu erklären.

Marriotisches Gesetz.

16) Wenn die Luft durch eine äußere Gewalt in einen engern Raum gepresset wird, so verhalten sich die Räume umgekehret, wie die zusammenpressenden Kräfte. Wenn eine bestimmte Menge Luft in den halben, dritten Theil des anfänglichen Raums gepresset wird, so wird sie zwey, dreymal so dicht. Man kann daher das obige Gesetz auch so ausdrücken. Die Dichten der Luft verhalten sich wie die zusammenpressenden Kräfte. Marriotte und Boyle sind die

Entdecker dieses Gesetzes; von dem ersten hat es den Namen erhalten, ungeachtet Boyle früher darauf gekommen ist.

Es zu erweisen, dienet der nachstehende Versuch dcba, Fig. 8. sey eine heberförmig gebogene, an dem kürzern Schenkel a zugeschmolzene Glasröhre. Die Höhe ab betrage 12 Zoll, der Schenkel cd sey an 100 Zolle hoch. Der kurze Schenkel ab muß durchaus gleich weit seyn. Man bringe in den horizontalen Theil der Röhre cb etwas Queckſilber, wodurch die Luft in ba eingeschlossen wird, ohne sich zu verdichten, hierauf gieße man in den längenn Schenkel nach und nach Queckſilber zu, so wird man finden, daß in dem längern

Schenkel	=	18	34	93 Zoll
zu	=	4	6	9 Zoll

Queckſilberhöhe im kürzern Schenkel gehören. Man ziehe die unter einander stehenden Zahlen von einander ab, und addire zu den Resten 28 Zoll als den Druck der Atmosphäre, so erhält man die die eingeschlossene Luft zusammenpressenden Kräfte in Queckſilberhöhen ausgedruckt

14 + 28 28 + 28 84 + 28

welche sich wie

	$1\frac{1}{2}$	2	4
oder	3	4	8 verhalten.

Die zu diesen Pressungen gehörigen Lufträume sind

12 — 4	12 — 6	12 — 9
8	6	3

Also ist der Raum der Luft $1\frac{1}{2}$, 2, 4 mal kleiner als der anfängliche Raum 12, wenn die zusammenpressende Kraft $1\frac{1}{2}$, 2, 4 mal der Druck der Atmosphäre ist. Eben das Gesetz findet auch bey Verminderungen des Drucks der Atmosphäre, oder Verdünnungen der Luft Statt.

Marriotte füllte eine 40 Zoll lange, oben verschlossene Glasröhre 27½ Zoll weit mit Queckſilber, so daß 12½ Zoll Luft von der Dichte der atmosphärischen in der Röhre blieben. Hierauf wandte er die Röhre mit dem untern offenen Ende in eine Schaale voll Queckſilber um. Die Luft stieg in den obern Raum der Röhre und nahm daselbst eine Länge von 25 Zollen ein, indeß das Queckſilber bis zu 14 Zoll herab sank. Dieß ist der halbe Druck der Atmpsphäre, folglich wurde die über dem Queckſilber befindliche Luft nur mit der andern Hälfte des Drucks der Atmosphäre zusammengepresſet, und bey diesem um die Hälfte verminderten Druck nahm sie den doppelten Raum $2 . 12\frac{1}{2} = 25$ Zoll ein.

17) Anmerkung. Je stärker die Luft zusammengepreßt wird, desto mehr muß sie widerstehen, und wenn ihre Theile bis zur unmittelbaren Berührung gebracht sind, so wird keine Kraft in der Welt mehr im Stande seyn, sie weiter zusammenzupressen. Hieraus läßt sich schon im Voraus einsehen, daß das Marriottische Gesetz bey den Verdichtungen der Luft sich nicht bis ins Unendliche erstrecken könne. Eben so wenig darf man dieses Gesetz bey den Verdünnungen der Luft ohne Gränzen ausdehnen, denn sonst würde daraus folgen, daß da, wo die Luft gar keinen Druck erleidet, sie einen unendlichen Raum einnehmen müßte, welches den nothwendigen Gränzen unserer Atmosphäre widerspricht. Wie weit sich das Marriottische Gesetz erstrecket, müßte durch Erfahrung bestimmt werden, welches aber mit vielen Schwierigkeiten verbunden seyn möchte, weil sehr starke Zusammenpressungen der Luft mit der Gefahr des Zerspr.ngens der Gefäße, worin sie angestellt werden, verknüpft sind. So weit unsere bisherigen Erfahrnngen reichen, trifft das Marriottische Gesetz zu, und es wird daher bey den folgenden Lehren immer als richtig vorausgesetzt.

18) Anmerkung. Die Luft verlieret, so lange sich ihre chemische Grundmischung nicht ändert, nichts von ihrer Elasticität, wenn sie gleich lange Zeit durch eine äussere Kraft in einem zusammengepreßten Zustand erhalten wird. Man beruft sich wegen dieses Satzes auf eine Erfahrung von Muschenbroek, der in einer gläsernen

Röhre, wie Fig. 8., die Luft in dem Schenkel a b durch eine Queckſilberſäule in c d zuſammenpreſſete, und während dem Verlauf von fünf Jahren die in a b eingeſchloſſene Luft bey einerley Wärme immer denſelben Raum einnehmen ſah. Ich muß indeſſen der Richtigkeit dieſes Verſuches aus Erfahrung widerſprechen. Atmoſphäriſche Luft, welche durch eine Queckſilberſäule zuſammengepreſſet und geſperret erhalten wird, verwandelt das Queckſilber an der Stelle, wo ſie mit demſelben in Berührung iſt, in einen ſchwarzen Kalch, und verlieret eben dadurch ihre Elaſticität zum Theil, und ziehet ſich in einen engern Raum zuſammen. Aber das Queckſilber wirkt unter dieſen Umſtänden auch chemiſch auf die atmoſphäriſche Luft, indem es den reſpirabeln Theil derſelben anzieht. Vielleicht giebt es auſſer dem Glas wenige Körper, welche keine chemiſchen Wirkungen auf die Luft äuſſern. Atmoſphäriſche, entzündbare, und Lebensluft habe ich, viele Monate hindurch, in gläſernen zuſammengeſchmolzenen Gefäßen aufbewahret, und ſie dem durch die Witterung veränderlichen Einfluß von Wärme, Kälte, Licht u. ſ. w. ausgeſetzt, und bey Eröffnung der Gefäße nicht die mindeſte Aenderung in den chemiſchen ſowohl als mechaniſchen Eigenſchaften der genannten Luftarten wahrgenommen.

Stickluft oder jede andere künſtliche Luftart, worin ſich das Queckſilber nicht verkalcht, wird dieſe Erſcheinung nicht zeigen; denn die Chemie lehret, daß die Verkalchung der Metalle ohne eine Zerſetzung und Veränderung in der Grundmiſchung der atmoſphäriſchen Luft nicht Statt finden kann. Die Bemerkung iſt wegen des Gebrauchs der unten anzuführenden Luftthermometer wichtig.

Von der Luftpumpe.

19) Ein Werkzeug anzugeben, wodurch man die Luft in jedem eingeſchloſſenen Raum bis zu jedem gegebenen Grad verdünnen könne. A Fig. 9. ſey der eingeſchloſſene Raum voll Luft, etwa eine gläſerne an ihrem untern Rande abſchliffene Glocke, welche auf einem ebenen metallenen Teller a b luftdicht aufſitzt.

Von der Mitte des Tellers gehe eine Verbindungsröhre k l nach einem hohlen metallenen Cylinder B, dem

Stiefel der Luftpumpe. In dem hohlen Cylinder bewege sich ein kleiner massiver Cylinder cd, der Kolben, luftdicht auf und ab. Dieß zu bewerkstelligen, muß der innere Raum des Stiefels genau cylindrisch ausgeschliffen seyn, und der Kolben aus elastischen mit Oel getränkten Scheiben von Kork oder Leder bestehen, welche zwischen zwey etwas kleinern metallenen kreisförmigen Platten, vermittelst Schrauben, so dicht zusammengepresset werden können, daß sie ganz gedrang an die innere Oberfläche des Stiefels anschließen. An dem Kolben ist eine cylindrische Stange gh, welche dazu dienet, den Kolben in dem Stiefel auf und ab zu bewegen. Die Bewegung zu erleichtern, zähnt man das eine Ende der Kolbenstange, und läßt in dasselbe ein kleines Stirnrad mit einer Kurbel eingreifen. Wenn der Kolben aus seinem niedrigsten Stand c′ d′ in den höchsten ef gebracht wird, so entsteht hinter ihm ein luftleerer Raum. Macht man nun eine Verbindung zwischen der Glocke A und dem Stiefel B durch den Hahn i, wie die Figur zeigt, so breitet sich die Luft in A vermöge ihrer Elasticität gleichförmig durch den Raum A + B aus. Stieß man den Kolben bey ungeänderter Stellung des Hahns i wieder zurück in seinen vorigen Stand c′ d′, so würde sich die Luft aus B wieder in A begeben. Um dieß zu verhindern, giebt man dem Hahn i noch eine Durchbohrung i′, welche so beschaffen ist, daß sie bey einer Viertheilswendung des Hahns die Verbindung zwischen A und B aufhebt, und dagegen eine zwischen B und der freyen Luft hervorbringt. Giebt man dem Hahn, indem der Kolben cd hinabgeht, die nur beschriebene Wendung, so wird die in B enthaltene Luft in die Atmosphäre getrieben. Sobald der Kolben in die niedrigste Stelle gekommen ist, wird der Hahn in die erste Stellung gebracht, und dieselbe Operation wiederholet.

Das Gesetz zu finden, nach welchem bey einer gegebenen Anzahl von Stempelzügen die Luft in A ver-

dünnet worden ist, bedenke man folgendes. Bey dem ersten Aufwinden des Kolbens hat sich die Luft in A in den Raum A + B ausgebreitet, und bey dem Niederstoßen des Kolbens wird der Theil B hinweggebracht. Die Dichte der Luft nach dem ersten Kolbenspiel verhält sich nach dem Marriottischen Gesetz umgekehret, wie die Räume, in welche sie sich ausgebreitet hat = A + B : A. Die anfängliche Dichte heiße D, die Dichte nach dem ersten Kolbenspiegel D', so hat man

$$A + B : A = D : D' = \frac{A}{A+B} \cdot D.$$

Bey dem zweyten Kolbenspiel wiederholet sich die Ausdehnung nach demselben Gesetz, folglich hat man die Dichte der Luft = D'' gesetzt; $A + B : A = D' : D''$,

folglich $D'' = \frac{A}{A+B} D' = \left(\frac{A}{A+B}\right)^2 D$,

woraus das allgemeine Gesetz der Verdünnung erhellet. Nach 20 Kolbenspielen wäre $D^{xx} = \left(\frac{A}{A+B}\right)^{20} D$

Es sey $A = B = 1$, so ist $D^{xx} = (\frac{1}{2})^{20} D$, ein so kleiner Bruch von der anfänglichen Dichte, daß die Dichte der zurückbleibenden Luft völlig = 0 zu setzen ist. Für 10 Kolbenspiele hätte man unter dieser Voraussetzung $D^x = (\frac{1}{2})^{10} . D = \frac{1}{1024}$ der anfänglichen Dichte. Träfe das Marriottische Gesetz bey solchen starken Verdünnungen nicht mehr ein, so würde auch die Rechnung von der Wahrheit abweichen. Hierzu kommt, daß bey diesen Berechnungen vorausgesetzt wird, daß alle Theile der Luftpumpe vollkommen schliessen, welches zwar der Theorie nach möglich, aber in der Ausführung schwer zu bewerkstelligen ist. Man misset daher die Verdünnungen einer Luftpumpe lieber durch die Beobachtung von besondern Werkzeugen, die gleich unten näher erkläret werden sollen. Indessen er-

hellet aus den angestellten Rechnungen im Allgemeinen so viel, daß eine Luftpumpe desto schneller und kräftiger die Luft aus einem eingeschlossenen Raum wegschafft, je größer der Raum des Stiefels B, gegen den Raum des Recipienten A ist. Denn in diesem Fall ist $\frac{A}{A+B}$ ein desto kleinerer Bruch, dessen höhere Potenzen desto schneller abnehmen, je kleiner er ist.

20) Anmerkung. Die (19) beschriebene Einrichtung enthält im Wesentlichen die Haupttheile einer Luftpumpe. Es ist vielleicht kein Werkzeug, an welchem seit seiner Erfindung durch Otto Guerke in der Mitte des vorigen Jahrhunderts, mehr verändert, verbessert und zum Theil gekünstelt worden ist als dieses. Ich verweise wegen der Geschichte dieses Werkzeuges auf Gehlers phys. Wörterbuch Art. Luftpumpe, und bemerke hier nur Folgendes. Robert Boyle und Hook verbesserten die Luftpumpe sehr bald nach ihrer Erfindung, der letzte insbesondere durch Anbringung der gezähnten Windestange. Papin fügte den metallenen Teller hinzu, wodurch man den Vortheil erhielt, unten offene Glocken, statt der Gefäße mit engem Hals, welche jedesmal vor dem Versuch eingekittet werden mußten, gebrauchen zu können. Unter den neuern englischen Künstlern verbesserte Smeaton die Luftpumpe dadurch, daß er mit den bey den Engländern gewöhnlichen Ventilen den doppelt durchbohrten Hahn verband, wodurch die Luftpumpe zugleich zum Evacuiren und Condensiren diente. Ueberdieß brachte er über dem Kolben noch eine Verschließung ef an, durch welche das untere nicht gezähnte eylindrische Ende der Kolbenstange luftdicht auf- und abgleitet. Hierdurch wird der Druck der Atmosphäre von der obern Grundfläche des Kolbens ausgeschlossen, und die Bewegung des Kolbens ungemein erleichtert. Smeaton mußte bey dieser Einrichtung drey Ventile anbringen, eins in dem Boden des Stiefels c'd', das andere in dem durchbohrten Kolben selbst, und das dritte in der obern Platte des Stiefels ef. Diese Ventiele oder Klappen haben im Ganzen folgende Einrichtung, aebcfd Fig. 10. stelle z. B. den durchbohrten Boden des Stiefels vor, über die Oeffnung desselben wird ein Stückchen naß-

gemachter Blase, oder besser Wachstaffent abcd stramm gebunden, oder mit Schrauben befestigt, so daß die Luft, unter der Glocke, welche beym Aufwinden des Kolbens, vermöge ihrer Elasticität, gegen die Blase drückt, sie kaum heben, und zwischen ihr und der Bodenplatte des Stiefels in den Stiefel entweichen kann. Befindet sich in dem durchbohrten Kolben ein ähnliches Ventil, das sich von unten nach oben öffnet, so wird Luft bey dem Niederwinden des Kolbens, wo sie sich den Weg durch das Ventil im Boden, vermöge ihres Drucks, selbst verschließet, durch den Kolben über denselben steigen. Hier verschliesset sie sich bey abermaligem Aufwinden des Kolbens den Weg durch das Kolbenventil, und entweicht endlich durch das obere Ventil der Platte ef in die Atmosphäre.

Die Ventilluftpumpen haben vor den Luftpumpen mit Hahnen den Vorzug, daß sie das Umdrehen des Hahns erspahren, und eben dadurch das Auspumpen der Luft bequemer machen, auf der andern Seite aber den Nachtheil, daß die Verdünnung der Luftpumpe aufhöret, sobald die Elasticität der eingeschlossenen Luft so gering geworden ist, daß sie die Ventile nicht mehr zu heben vermag. Zwar haben die Herren Hurter und Cuthberson auch diesen Nachtheil zu heben gesucht. Jener durch einen mit einem Pedal versehenen beweglichen Boden des Stiefels, dieser dadurch, daß er sowohl das Boden- als Kolbenventil seiner Luftpumpe durch den Mechanismus des Kolbenhubs selbst öffnet und schließet. Da diese Einrichtungen ohne genaue Kupfer sich nicht verstehen lassen, so verweise ich deßfalls auf die schon angezeigte Schrift von Gehler, und die mündliche Erläuterung. Durch diese sinnreichen Erfindungen sind zwar die Nachtheile der Ventile bey den Luftpumpen fast ganz gehoben, aber die Werkzeuge selbst sind dadurch so zusammengesetzt geworden, daß man kaum voraussetzen darf, daß alle Theile von den Künstlern in der nöthigen Vollkommenheit verfertiget werden mögen.

Immer werden solche sehr zusammengesetzte Ventilluftpumpen wandelbare Werkzeuge seyn, und ich getraue mir aus Erfahrung zu behaupten, daß eine gut eingerichtete Hahnenluftpumpe eben das leisten und von mehrerer Dauerhaftigkeit seyn wird, als eine der besten Ventilluftpumpen. Die wesentlichen Erfordernisse einer guten Luftpumpe von jeder Art sind, daß zwischen dem niedrig-

sten Stand des Kolbens und dem Hahn i, oder dem Bodenventil des Stiefels kein hohler Raum sich befindet, in welchem die Luft sitzen bleibt. Der Teller der Luftpumpe und der untere Rand der Glocke müssen so vollkommen ebengeschliffen seyn, daß sie luftdicht auf einander passen, ohne etwas als ein wenig Oel oder Fett dazwischen zu bringen. Endlich müssen alle Verschließungen am Stiefel sowohl als an der Verbindungsröhre und dem Teller vollkommen luftdicht seyn. Ob der Cylinder des Stiefels stehend oder liegend ist, ob der Kolbenhub aufwärts oder unterwärts geht, sind lauter ausserwesentliche Sachen, und können höchstens auf die Bequemlichkeit des äußern Mechanismus Einfluß haben. Jede Luftpumpe von den beschriebenen Einrichtungen saugt nur, während der Kolben aufwärts geht, wodurch bey dem Niedergang des Kolbens ein Zeitoerlust für die Verdünnung entsteht.

Hawkesbee brauchte daher zuerst statt des einfachen Stiefels doppelte Stiefel bey den Luftpumpen, in deren einen der Kolben sinkt, während er in dem andern steigt. Hr. Professor Schrader in Kiel hat in Grens Journal der Physik 3. B. S. 357. eine Luftpumpe beschrieben, welche bey einem Stiefel sowohl beym Auf- als Niedergang des Kolbens die Luft verdünnt, und deren drey Windbüchsenventile nicht durch die Elasticität der Luft, sondern durch äussere Kräfte gehoben werden. Aus schriftlichen Nachrichten von diesem vortrefflichen Künstler weiß ich, daß wir nächstens eine neue Verbesserung der Luftpumpe von ihm zu gewarten haben, wenn sie, indem ich dieses schreibe, nicht schon bekannt geworden ist.

21) Anmerkung. Alle nur beschriebene Luftpumpen schaffen die Luft nur theilweise, folglich im strengen Sinne nie vollkommen hinweg. Das torricellische Vacuum über dem Queckſilber eines ausgekochten Barometers ist hingegen, wenigstens für die Luft, ein vollkommen leerer Raum. Könnte man ihm die Einrichtung geben, andere Körper bequem hineinzubringen, so würde sich das Barometer zugleich als Luftpumpe gebrauchen lassen.

Dieß hat man in neuern Zeiten versucht, und diesen Werkzeugen den Namen der Queckſilberluftpumpen gegeben. Ich schränke mich hier auf die Beschreibung der von den Hrn. Baader u. Hindenburg angegebenen Einrichtung

ein. Ein hohles eisernes Gefäß CC Fig. 11. ist oben mit einer Röhre und doppelt durchbohrten Hahnen versehen. Auf die Röhre kann bey a der Teller der Luftpumpe aufgeschraubt werden.

Unten aus dem Gefäß CC geht ein enges über 32 Zoll hohes eisernes Rohr ff herab, und endigt sich in ein Gefäß D, aus welchem zwey andere Röhren entspringen, die eine abwärts mit einem Hahn versehen, die andere pp in schräger Richtung aufwärts. Die letzte trägt in der Höhe des doppelt durchbohrten Hahns c einen Trichter von Eisenblech A. Verschließt man den Hahn o, und dreht den Hahn c, daß zwischen der Atmosphäre und dem obern Gefäß CC eine Verbindung Statt findet, und füllet Queckſilber durch den Trichter A ein, so steigt dasselbe durch die Röhre ff nach und nach in die Höhe, und füllet, wenn es in dem Trichter A steht, das ganze Gefäß CC, in dem es die Luft vor sich her durch den Hahn c treibt. Stellt man hierauf durch den Hahn c die Gemeinschaft zwischen dem Teller und dem Gefäß CC her, indem man die Verbindung mit der Atmosphäre abschließt, und öffnet den Hahn o, so fließt das Queckſilber durch die Röhre n in ein untenstehendes Gefäß, und sinkt aus dem Gefäß CC herab, bis es in der Höhe hf stehen bleibt, wo die Queckſilbersäule nebst dem Druck der verdünnten Luft in dem Gefäß und der Glocke dem Druck der Atmosphäre das Gleichgewicht hält. Ist die Verdünnung der Luft das erstemal nicht stark genug geworden, so kann die Operation wiederholt werden.

Herr Hindenburg hat noch eine andere Queckſilberluftpumpe angegeben, worin das Queckſilber gleichsam die Stelle des beweglichen Kolbens vertritt. Haupthindernisse, welche sich der Vollkommenheit dieser Art Luftpumpen entgegensetzen, sind die auflösende Kraft des Queckſilbers gegen die meisten Metalle, daher alles von Eisen gemacht werden muß, die Kostbarkeit und das große eigenthümliche Gewicht dieser Flüssigkeit, und die Schwierigkeit sie ganz von der anhängenden Luft zu befreyen, wenn man, wie hier erforderlich ist, das Queckſilber in großen Massen nehmen muß.

22) Anmerkung. Aus dem Vorgetragenen erhellet, daß die Construction der Luftpumpe sich auf die Elasticität der Luft gründet. Setzt man dieß voraus, (wie man sich denn durch sehr einfache Erfahrungen

von der Wahrheit dieser Voraussetzung überzeugen kann), so dienet die Luftpumpe vorzüglich dazu, die mechanischen Eigenschaften der Luft in ein helleres Licht zu setzen. Ich führe der Kürze des Raums wegen nur einige der vorzüglichsten Erscheinungen an. Man bringe auf den Teller der Luftpumpe eine Glocke und verdünne die Luft durch einige Stempelzüge, so wird die Glocke durch den Druck der Atmosphäre so fest auf dem Teller haften, daß man sie nicht hinwegbringen kann.

Sobald man wieder Luft unter die Glocke läßt, stellt sich das Gleichgewicht des Drucks von aussen und innen wieder her, und die Glocke kann leicht hinweggenommen werden. Bringt man bey diesem Versuch ein cylindrisches an beyden Enden offenes Gefäß auf den Teller, und über die obere Oeffnung die etwas naßgemachte Hand, so wird dieselbe sogleich beym ersten Stempelzug stark angesaugt, oder bestimmter zu reden, durch den Druck der Atmosphäre angepresset.

Hieraus erklärt sich die Wirkung der Schröpfköpfe, in welchen die Luft durch die Wärme verdünnt wird. Bringt man statt der Hand eine Blase oder Glasscheibe über den Cylinder, so werden diese Körper bey schnellem Auspumpen und hinlänglicher Größe der Oeffnung des Gefäßes durch den Druck der Atmosphäre zerbrochen. Sehr sinnlich erwies schon Otto Guericke durch zwey große hohle Halbkugeln, in welchen er die Luft verdünnte, die große Kraft des Drucks der Atmosphäre. Die Elasticität der Luft läßt sich insbesondere durch folgende Erscheinungen versinnlichen. Man bringe eine fest zugebundene nicht ganz angefüllte Blase voll Luft unter die Glocke, und evacuire, so schwillt die Blase, vermöge der Elasticität der eingeschlossenen Luft desto mehr auf, je stärker die umgebende Luft verdünnt wird. Die Blase wird endlich zerplatzen, wenn man die Verdünnung weit genug fortsetzt; läßt man, ehe dieß geschieht, wieder Luft in den Recipienten, so sinkt die Blase nach und nach wieder in ihren anfänglichen Raum zusammen. Bringt man statt der Blase einen Heronsball unter die Glocke, so fängt er bey dem Verdünnen der Luft von selbst an zu springen, und höret auf, sobald man wieder Luft unter die Glocke läßt.

23) Ein Werkzeug anzugeben, wodurch man den Grad der Verdünnung der Luft unter der Glocke

bestimmen könne. Man kütte eine an beyden Enden offene über 28 Zoll hohe Glasröhre bc in eine gekrümmte metallene Röhre de, welche mit dem innern Raum der Glocke in Verbindung steht, die untere Oeffnung der Glasröhre bringe man in ein Gefäß voll Queckſilber, und bringe ein gewöhnliches ausgekochtes Barometer daneben. So wie die Luft unter dem Recipienten, folglich in der Röhre bc, verdünnt wird, so steigt das Queckſilber durch den Druck der Atmosphäre in bc in die Höhe, und aus dem Stand desſelben bc, verglichen mit der Höhe des Barometers ac, läßt sich die Verdünnung der Luft folgendermaßen beurtheilen. bc sey 88 = 27½ Zoll, indeß ac = 28 Zoll ist, so fließt hieraus, daß die in der Glocke zurückgebliebene Luft mit der Kraft von einem halben Zoll Queckſilber druckt. Setzt man nun nach dem Marriottiſchen Geſetz die Dichte der Luft ihrer Elasticität proportional, so verhält sich die Dichte der Luft unter der Glocke zur Dichte der äußern Luft = ½ : 28 = 1 : 56. Bequemer als der nur beschriebene Elasticitätsmeſſer der verdünnten Luft, ist ein kleines heberförmiges Barometer, welches man unter die Glocke ſelbſt bringen, oder zur Seite an die Luftpumpe ſchrauben kann. Beym Druck der Atmosphäre steht das Queckſilber im zugeſchmolzenen Schenkel a oben wider; wenn die Luft unter der Glocke hinlänglich verdünnt iſt, so ſinkt es herab, und steigt in dem andern Schenkel b in die Höhe; könnte der Druck auf die Oberfläche des Queckſilbers in b = o werden, so müßte b mit a in einer wagrechten Linie liegen. Aus dem Unterſchied der Queckſilberhöhen ba läßt ſich auf den zurückgebliebenen Druck, und aus dieſem, wie vorhin, nach dem marriottiſchen Geſetz auf die Verdünnung der Luft ſchließen. Doch gilt dieſer Schluß nur unter der Vorausſetzung, daß es bloß verdünnte Luft ſey, welche auf das Queckſilber des Elasticitätsmeſſers druckt. Das Folgende

wird

wird zeigen, daß diese Voraussetzung unter gewissen Umständen sehr von der Wahrheit abweichen könne.

24) Die wässerigte Feuchtigkeit, so wie jede tropfbare Flüssigkeit kann von der Wärme aufgelöset und in einen elastischen Dampf verwandelt werden, welcher, so lange sich die Temperatur nicht merklich ändert, als eine elastische Flüssigkeit, wie die Luft, nach allen Gegenden eine ausdehnende Kraft äußert. Wird hingegen durch die Kälte der umgebenden Körper dem Dampf seine Wärme entzogen, oder wird der Dampf durch eine äußere Kraft plötzlich zusammengepresset, so verliert er ganz oder zum Theil seine Elasticität und rinnt wieder in die anfängliche tropfbare Flüssigkeit zusammen, aus welcher er entstanden war. Bey der gewöhnlichen Temperatur der Luft und dem Druck der Atmosphäre auf die Oberfläche der Flüssigkeiten geht das Verdampfen bey dem Wasser und den meisten Flüssigkeiten ziemlich langsam von statten.

Vermindert man den Druck der Atmosphäre über einer Flüssigkeit unter der Glocke der Luftpumpe, so erfolgt das Verdampfen bey einerley Temperatur immer schneller, und kann endlich so heftig werden, daß die ganze Flüssigkeit in ein heftiges Aufwallen oder Kochen bey der gewöhnlichen Wärme der Luft geräth. Dieß beweisen die folgenden Versuche. Man bringe etwas warmes Wasser, in welchem man eben die Hand leiden kann, ohne sich zu verbrennen, in ein etwas hohes Gefäß unter die Glocke der Luftpumpe, und evacuire. Sobald die Luft bis auf einige Zolle Queckſilberhöhe des Elasticitätszeigers verdünnt ist, fangen eine Menge Bläschen an sich in dem Wasser zu bilden, welche mit zunehmender Geschwindigkeit nach der Oberfläche steigen, und da verschwinden. Setzt man die Verdünnung bis auf einen $\frac{1}{2}$ Zoll Queckſilberhöhe fort, so kommt das Wasser in ein wahres Kochen. Nun sinkt bey ununterbrochenem Auspumpen das Queckſilber in

der Elasticitätsprobe nicht weiter herab, aber das Wasser im Gefäß vermindert sich, weil man jetzt den immer neu sich bildenden Wasserdampf eben so wegpumpt, wie vorhin die Luft. Hört man einen Augenblick zu pumpen auf, so steigt selbst das Queckſilber durch die Elasticität der Wasserdämpfe. Läßt man wieder Luft unter den Recipienten, so schlägt sich eine Menge Wasserdampf nieder, und rinnt als flüssiges Wasser an den Seitenwänden der Glocke herab. Ein sicherer Beweis, daß die Bläschen, welche während dem Versuch aus dem Wasser in die Höhe steigen, nicht blos in den Zwischenräumchen des Wassers enthaltene Luft waren.

Dieß beweißt der nachstehende von Lavoiſier angegebene Versuch noch augenscheinlicher: Man bringe unter eine oben offene Glocke der Luftpumpe, deren Hals mit einer Lederbüchse verschlossen ist, durch welche ein Stift a b Fig. 15. luftdicht auf und ab bewegt werden kann, ein kleines Gläschen c voll Schwefeläther (die Verbindung der Vitriolsäure mit dem höchst gereinigten Weingeist), und verbinde das Gläschen mit einer naßgemachten Blase so gut, daß nichts von der Flüssigkeit, während die Luft unter der Glocke evacuiret wird, verdampfen kann. Durchsticht man, nachdem dieses geschehen ist, die Blase, so verwandelt sich der aufwallende Aether in kurzer Zeit in einen elastischen Dampf, welcher den innern Raum der Glocke erfüllt, und den Elasticitätsmesser bey der gewöhnlichen Sommerhitze auf 20 — 25 Zoll, im Winter auf 10 — 12 Zoll erhebt. Nimmt man statt des Aethers Weingeist zu diesem Versuch, welcher minder flüchtig ist, so erfolgt zwar was ähnliches, aber das Barometer unter der Glocke wird durch den Weingeistdampf im Sommer nur um 4 — 5 Zoll, im Winter um 1 Zoll erhoben.

25) Anmerkung. Die genauere Betrachtung der Elasticität der Dämpfe bey jedem Grad der Wärme verspare ich für einen besondern Abschnitt. Die angeführ-

ten Versuche sind hinlänglich, zu beweisen, daß sich unter der Glocke der Luftpumpe stets elastische Dämpfe entwickeln, wenn sich die mindeste Feuchtigkeit in dem innern Raum der Luftpumpe befindet, welches denn wegen dem nöthigen Oel zur Befeuchtung der Leder und der genauern Anschliessung der Theilchen gar nicht vermieden werden kann. Die Erhebung des Queckſilbers in dem Barometer der Luftpumpe wird daher zum Theil von der Elasticität der Dämpfe, zum Theil von der verdünnten Luft, und in manchen Fällen, wenn eine tropfbare Flüssigkeit sich unter dem Recipienten befindet, größtentheils von der Elasticität der Dämpfe herrühren. Das ist, man wird die Verdünnung der Luft durch die Luftpumpe zu gering finden, wenn man sie blos nach der Angabe des Elasticitätsmessers beurtheilet. Herr Smeaton hat auf den Satz: daß die Dämpfe, wenn sie durch eine äussere Gewalt plötzlich zusammengepreßt werden, ihre Elasticität verlieren, und wieder in den vorigen tropfbar flüssigen Zustand zurückkehren, ein sehr sinnreiches Werkzeug gegründet, die Verdünnungen der Luft unabhängig von der Elasticität der Dämpfe zu finden. Es hat von seiner äussern Gestalt den Namen der Birnprobe erhalten.

An eine cylindrische Glasröhre Fig. 16., welche nicht über $\frac{3}{4}$ pariser Linien weit seyn darf, blase man vor der Schmelzlampe unten ein 1 — 1 $\frac{1}{2}$ Zoll weites birnförmiges Gefäß, das sich wieder in eine enge Oeffnung endigt. Das obere Ende der Röhre a b wird zugeschmolzen, und auf der gleich weiten Röhre werden bestimmte Theile des ganzen Raums a c z. B. $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{100}$ u. s. w. bemerkt. Dieß geschieht am besten dadurch, daß man den ganzen Raum voll Queckſilber wiegt, und bestimmte Theile des Gewichtes von dieser Flüssigkeit in die Röhre a b füllt. Hängt man das so zubereitete Gefäß an einen Drath f f schwebend über einem Gefäß voll Queckſilber unter der Glocke der Luftpumpe auf, und evacuiret, so wird die Luft in der Birnprobe wie in der Glocke verdünnt. Drückt man hierauf die Oeffnung der Birne c unter das Queckſilber in dem Gefäß d d, und läßt wieder Luft unter die Glocke zu, so treibt der Druck der Atmosphäre das Queckſilber in der Birnprobe in die Höhe, und beraubt zugleich die mit der verdünnten Luft in der Birnprobe gemischten Dämpfe ihrer Elasti-

citat. Der Raum, welchen die so zusammengepreßte Luft in dem obern Theil der Birnprobe einnimmt, verglichen mit dem ganzen Raum des Gefäßes, giebt die Verdünnung der Luft an. Es ist aber zu bedenken, daß man, um den Raum der Luft in der Birnprobe genau zu messen, das Gefäß in eine horizontale Lage bringen muß, damit die in demselben hängende Queckſilbersäule, indem sie dem Druck der Atmosphäre entgegen wirkt, die über ihr eingeschlossene Luft nicht verdünne.

Oder, man muß die Verdünnung der Luft in der Birnprobe durch folgende Rechnung in Anschlag bringen. Es sey b der Barometerstand, a die Höhe des Queckſilbers in der Birnprobe, V der beobachtete Raum, so giebt $b : b - a = V : x$; $x = V \frac{b - a}{b}$ den eigentlich gesuchten Raum der zurückgebliebenen Luft. Es nehme z. B. die eingeschlossene Luft $\frac{1}{200}$ des ganzen Raums in horizontaler Lage ein, so war die Verdünnung 200fach. Wenn man die Verdünnung zugleich mit der Smeatonschen Birnprobe und dem Elasticitätsmesser mißt, so findet man sie durch jene stärker, als durch diesen, und der Unterschied ist desto beträchtlicher, je mehr Dämpfe unter der Glocke waren. Smeaton fand oft eine 800 bis 1000fache Verdünnung durch die Birnprobe, indeß das Barometer der Luftpumpe kaum eine 100fache zeigte.

26) Anmerkung. Herr Brook hat (in seinen vermischten Erfahrungen über die Elektricität, die Luftpumpe und das Barometer übersetzt von Kühn, Leipz. 1790.) Zweifel gegen die Richtigkeit der Smeatonschen Birnprobe erregt, indem er durch angestellte Versuche bewies, daß die Angaben der Birnprobe verschieden ausfallen, je nachdem die Gestalt ihres Gefäßes verschieden sey. Ich habe diese Versuche wiederholet und gezeigt, daß die Unterschiede daher rühren, daß sich Luft aus dem Queckſilber in dem Gefäß dd entbindet, indem es durch den Druck der Atmosphäre in die Birnprobe getrieben wird. Man vermeidet diese Unrichtigkeiten, wenn man den Gefäßen der Birnproben, so viel sich thun lässet, einerley Dimmensionen giebt, und vorzüglich dadurch, daß man das Queckſilber im Gefäß dd (welches deswegen von Eisen seyn muß) durch Kochen von seiner Luft befreiet, und es alsbald, nachdem es

erkaltet ist, und ehe es wieder Luft eingesogen hat, zum Versuch anwendet.

Uebrigens muß man die Frage: wodurch läßt sich die Verdünnung der Luft am sichersten bestimmen, durch das Barometer oder die Birnprobe? von der unterscheiden: welche von beyden Proben ist vorzüglicher, die Güte einer Luftpumpe zu bestimmen? Das erste leistet die Birnprobe, das andere das Barometer am sichersten. Denn diejenige Luftpumpe ist unstreitig am vollkommensten, welche die Luft und die Dämpfe am meisten aus dem Raum der Glocke wegschafft, d. i. den Elasticitätsmesser am tiefsten herunterbringt. (Sieh. Grens n. Journal der Phys. 3 B. S. 150.)

27) Das specifische Gewicht der Luft durch die Luftpumpe zu bestimmen. Man bringe eine hohle mit einem Hahnen versehene gläserne Kugel A Fig. 17., deren Raum bekannt und nicht viel kleiner als $\frac{1}{4}$ Cubikfuß ist, nachdem man sie vorher, so wie die Luftpumpe, wohl getrocknet hat, auf den Teller der Luftpumpe, evacuire die Kugel so gut wie möglich, und bemerke den Grad der Verdünnung nach der Birnprobe. Das Gewicht der evacuirten Kugel bestimme man an einer sehr scharfen Wage, öffne hierauf den Hahn und bemerke das durch die eindringende atmosphärische Luft vermehrte Gewicht der Kugel. Die Vermehrung ist dem Gewichte der in der Kugel enthaltenen Luft, weniger dem Theil, welcher nach dem Auspumpen zurückgeblieben ist, gleich. Diesen Theil kann man vermittelst der Angabe der Birnprobe leicht in Rechnung bringen. Z. B. die Verdünnung sey 200fach gewesen, so setzt man $\frac{1}{200}$ des an der Wage gefundenen Gewichtes hinzu, um das ganze in der Kugel erhaltene Gewicht von Luft zu bekommen. Dieß mit dem Gewicht einer gleich großen Masse Wasser verglichen, giebt das specifische Gewicht der Luft.

28) Anmerkung. Da die Luft durch die Wärme ausgedehnt, specifisch leichter, durch einen stärkern äussern Druck zusammengepreßt specifisch schwerer wird, so

muß man die Untersuchungen über das specifische Gewicht der Luft bey einerley Stand des Thermometers und Barometers anstellen, oder den Einfluß ihres verschiedenen Standes in Rechnung bringen. Aber selbst wenn man dieses thut, finden sich bey wiederholten Untersuchungen Verschiedenheiten in dem specifischen Gewicht der Luft, welche von der mehr und weniger beygemischten Feuchtigkeit, und überhaupt von der verschiednen Beschaffenheit der Luft herrühren. Denn die neuere Chemie lehret, daß die atmosphärische Luft kein einfacher Körper, sondern aus verschiednen Bestandtheilen zusammengesetzt ist, deren Verhältniß auf mancherley Art abgeändert werden kann und wird, wie die Erfahrung lehret, ob wir gleich bis jetzt noch kein ganz sicheres Mittel haben, wodurch wir zu jeder Zeit leicht und genau das Verhältniß der Bestandtheile in der atmosphärischen Luft angeben könnten. Muschenbroek fand das Verhältniß der eigenthümlichen Schweren von Luft zu Wasser von 1 : 606 bis 1 : 1000 veränderlich). Ich fand im Mittel aus 4 Versuchen bey einer mittlern Wärme von 15° R. und einem mittlern Barometerstand von 27 Zoll 9 Linien die Luft 838mal leichter als Wasser. Wolf fand sie 846mal leichter als Wasser. Man wird daher bey dem angeführten Barometerstand und einer mittlern Wärme die Luft 840mal leichter als Wasser setzen können. Dieß giebt, das specifische Gewicht des Wassers = 1 gesetzt, das specifische Gewicht der Luft = 0,001195.

Wenn man die evacuirte Kugel (26) mit einer künstlichen Luftart füllt, und übrigens wie bey der atmosphärischen Luft verfähret, so erhält man auf eine ähnliche Art das specifische Gewicht der künstlichen Luftarten.

Die folgende Tafel ist aus Lavoisier's System der antiphlog. Chemie entlehnt.

		Gew. 1 Cubzolles.		spec. Gew.
Atmosph. Luft	=	0,46005 Gran	—	1,
Stickluft	= =	0,44444	— —	0,9660
dephl. Luft	= =	0,50694	— —	1,1019
inflammable Luft	=	0,03539	— —	0,077
Luftsäure	= =	0,68985	— —	1,4995
Salpeterluft	= =	0,54690	— —	1,1888
flücht alkal. Luft	=	0,27488	— —	0,5975
schwefelsaure Luft	=	1,03820	— —	2,567

Hierbey wird ein Barometerstand von 28 Zoll, eine Wärme von 10° und die atmosphärische Luft 811 leichter als Wasser angenommen.

29) Die Luft unter der Glocke vermittelst der Luftpumpe Fig. 9. zusammenzupressen. Man gebe dem Hahn i, in dem man den Kolben cd in die Höhe zieht, die Stellung i', so wird die eindringende atmosphärische Luft dem Kolben folgen, und den Raum des Stiefels erfüllen; dreht man nun den Hahn in die vorige Stellung, und stößt den Kolben nieder, so muß sich die den Stiefel erfüllende Luft unter die Glocke begeben, und sich daselbst verdichten. Bey diesem Versuch muß die Glocke durch eine äussere Gewalt (etwa durch eine Schraube) an den Teller der Luftpumpe gepreßt werden.

Wiederholet man die beschriebene Operation, so wird dadurch die Luft unter der Glocke immer mehr zusammengepreßt. Die Größe der Zusammenpressung läßt sich nach jeder gegebenen Anzahl von Kolbenspielen aus dem marriottischen Gesetz berechnen. Der Raum des Stiefels heiße B, der Raum der Glocke A, so hat man nach dem ersten Kolbenspiel die Dichte der Luft unter der Glocke zur anfänglichen Dichte = $A + B : A$, oder die Verdichtung ist $\frac{A+B}{A} . D$, wenn D die anfängliche Dichte bezeichnet. Nach dem Gesetz geht die Verdichtung mit jedem Kolbenspiel weiter, folglich ist z. B. nach 8 Kolbenspielen die Verdichtung $\left(\frac{A+B}{A}\right)^8 .D.$

Hieraus erhellet, daß auch bey Verdichtungen die Luftpumpe desto kräftiger wirkt, je größer der Raum des Stiefels gegen den Raum der Glocke ist, weil alsdann der Zähler de Bruches $\frac{A+B}{A}$ desto größer gegen seinen

Nenner wird. Man setze A = B = 1, so hat man nach 8 Kolbenspielen eine 256fache Verdichtung.

30) Anmerkung. Zur Messung der Verdichtung der Luft unter der Glocke der Luftpumpe kann man sich des Elasticitätszeigers auf folgende Art bedienen. In den obern Theil a c des kleinen heberförmigen Barometers Fig. 14. schliesse man Luft von der Dichte der atmosphärischen ein, so steht, so lange die Luft in der Glocke nicht conprimiret wird, das Queckfilber in beyden Schenkeln gleich hoch. Den Raum b c der eingeschlossenen Luft misset man genau und theilet ihn in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, und bemerkt, wie weit bey der Verdichtung der Luft unter der Glocke das Queckfilber in dem Raum b c hinaufsteigt. Der übrig gebliebene Raum der Luft c a, verglichen mit dem anfänglichen Raum c b giebt die Verdichtung.

Es sey z. B. $ca = \frac{1}{10} cb$, so war die Verdichtung zehnfach. Man darf die Verdichtung der Luft unter der gläsernen Glocke der Luftpumpe nicht sehr weit, nicht viel über das 4fache treiben, wenn man nicht befürchten will, daß die Gefäße springen. Sehr starke Verdichtungen der Luft, wie z. B. die Ladung einer guten Windbüchse, erfordert, muß man daher in metallenen oder wenigstens starken hölzernen mit Metall gefütterten Gefäßen anstellen. Man bedienet sich, solche Verdichtungen zu bewerkstelligen, gewöhnlich einer besondern Maschine, der sogenannten Compressionspumpe Fig. 18. erläutert die wesentlichen Theile des Werkszeugs. b b b' b' ist ein hohler Cylinder von starkem Metall, in demselben bewegt sich, mittelst einer Stange und Handgriffs, ein eiserner mit Leder umwundener Kolben b b vollkommen luftdicht auf und nieder. Wenn der Kolben in seinem höchsten Stand b b ist, so befindet sich unter ihm zur Seite eine Oeffnung a, durch welche sich der Cylinder mit Luft füllt. Stößet man hierauf den Kolben herab bis b' b' so wird die in dem Cylinder enthaltene Luft in das Gefäß gepreßt. Damit ihr bey dem Aufziehen des Kolbens der Rückgang verwehret wird, befindet sich in der Oeffnung des Gefäßes ein kegelförmiges Ventil, welches durch eine um einen Dorn gewundne Spiralfeder, und den Druck, der in i eingeschlossenen Luft verschlossen wird.

Die Compression kann durch Auf- und Niederstossen des Kolbens so lange fortgesetzt werden, bis die Elasticität der comprimirten Luft so stark wird, daß die an dem Kolben wirkende Kraft nicht im Stande ist, mehr Luft in den Raum i zu pressen. Die beschriebene Einrichtung ist die bey den Windbüchsen gewöhnliche.

Wenn sich die Luft nicht weiter verdichten läßt, so ist die Windbüchse vollgepumpt, man schraubt alsdann statt der Pumpe b b b' b' an das Gefäß e e f f den Lauf mit der Ladung. Beym Losdrücken wirkt eine losschnellende Feder dem Ventil g entgegen, und öffnet es auf einen Augenblick, wodurch ein Theil der im Raum zusammengepreßten Luft plötzlich entwischt, und die im Lauf enthaltene Ladung vor sich hertreibt. Da nicht alle zusammengepreßte Luft während der kurzen Zeit der Oeffnung des Ventils entweicht, so kann man mit einer gut eingerichteten und vollgepumpten Windbüchse mehrere Schüsse hinter einander thun, wovon jedoch die folgenden immer schwächer werden. Statt des Windbüchsenventils kann man auch an dem Gefäß i einen Hahn oder jedes andere Ventil anbringen. Der Windkessel an den Feuersprützen giebt hiervon ein Beyspiel, wovon in der Hydraulik geredet werden soll.

Von der Einwirkung der Wärme auf die Luft.

31) Man blase eine Blase nicht ganz voll Luft, verschließe ihre Oeffnung und bringe sie über ein mäßiges Kohlenfeuer oder an einen geheizten Ofen, so wird die Blase, indem die eingeschlossene Luft wärmer wird, immer mehr ausgedehnt, und endlich ganz aufgeblasen werden. Bringt man die Blase wieder auf ihre vorige Temperatur zurück, so zieht sich auch die Luft wieder in ihren vorigen Raum zusammen. Diese einfache Erfahrung beweiset, daß die Wärme die Luft ausdehnt, und ihre Elasticität vermehrt.

Eine bestimmte in einem eingeschlossenen Raum befindliche Menge Luft, z. B. ein Cubikfuß, deren Elasticität dem Druck der Atmosphäre gleich ist, werde so lang erwärmt, bis sie den doppelten Druck der Atmo-

sphäre überwinden kann. Da hier weder Luft davon noch dazu gekommen ist, und sich doch die gesammte Kraft der Elasticität der Luft verdoppelt hat, so muß jedes einzelne Lufttheilchen noch einmal so elastisch geworden seyn. Dieß drückt man kurz so aus: Die specifische Elasticität der Luft sey durch die Wärme noch einmal so groß geworden. Wenn man in einen Raum von einem Cubikfuß zwey Cubikfuß Luft von der Dichte der atmosphärischen presset, so wird die gesammte (absolute) Elasticität der eingeschlossenen Luft ebenfalls noch einmal so groß, die specifische Elasticität bleibt aber ungeändert. Man erhält allgemein das Verhältniß der specifischen Elasticitäten zweyer Luftmassen, wenn man ihre absolute Elasticität durch ihr specifisches Gewicht dividiret, weil das letztere das Verhältniß der Massen, und der Quotient aus der Masse in die absolute Elasticität, die Elasticität jedes einzelnen Theiles angiebt. Man nenne die absolute Elasticität eines Cubikfußes atmosphärischer Luft = 1, das specifische Gewicht derselben ebenfalls = 1, so ist das specifische Gewicht der im vorstehenden Beyspiel comprimirten Luft = 2, folglich die spec. Elasticität der comprimirten Luft $= \frac{2}{2} = 1$
der erwärmten Luft $= \frac{2}{1} = 2$
oder die specifische Elasticität der letztern ist noch einmal so groß als der erstern bey gleicher absoluter Elasticität. Das specifische Gewicht der inflammabeln Luft ist nach (27) bey gleichem Druck der Atmosphäre und gleicher Temperatur 13mal geringer als das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft, folglich ist die specifische Elasticität der inflammabeln Luft 13mal größer als die specifische Elasticität der atmosphärischen Luft.

Um den Einfluß der Wärme auf die Luft näher zu bestimmen, ist vor allen Dingen nöthig, die Werkzeuge, deren man sich zur Messung der Grade der Wärme bedienet, die Thermometer, näher kennen zu lernen.

32) Man hat die Ausdehnung der Körper durch die Wärme, insbesondere der flüssigen, benutzt, um die Intensität der Wärme darnach zu beurtheilen. Cornelius Drebbel von Alcmaar gerieth in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts zuerst auf den Gedanken, durch die Ausdehnung der Luft die Wärme zu messen. An eine cylindrische Glasröhre blies er eine Kugel a Fig. 19. trieb die Luft, indem er die Kugel mit der Hand erwärmte, zum Theil heraus, und brachte die Oeffnung der Röhre b schnell in ein Gefäß voll gefärbter Flüssigkeit. Sobald sich die Luft durch die Kälte wieder in einen engern Raum zusammenzog, druckte die Atmosphäre die Flüssigkeit in der Röhre bis zu einer bestimmten Höhe c hinauf, wo sie bey einer mittlern Temperatur stehen blieb. Wurde es kälter, so stieg die Flüssigkeit über c in die Höhe, wurde es wärmer, so dehnte sich die eingeschlossene Luft aus, und trieb die Flüssigkeit unter c. Drebbel bemerkte gleiche Theile an der Ausdehnung der Röhre ab, und nannte die über c liegenden Theile Grade der Kälte, die unter c liegende Grade der Wärme. Blos der Geschichte der Erfindung und des Erfinders wegen verdienet dieses Werkzeug jetzt noch erwähnt zu werden. Uebrigens ist das Drebbelische Thermometer sehr unvollkommen, theils weil es Thermometer und Barometer zugleich ist (worauf der Erfinder keine Rücksicht nahm), theils weil seine Scale von keinem festen Punct ausgeht und ganz willkührlich ist.

33) Da wir weder durch eine künstliche noch natürliche Kälte im Stande sind einen Körper aller seiner Wärme zu berauben, so erhellet im voraus, daß wir durch unsere Thermometer nicht absolute Mengen der Wärme messen können, sondern uns befriedigen müssen, wenn sie die Unterschiede der Wärme richtig angeben. Dieß wird nur alsdann Statt finden, wenn ihre Scalen von festen Puncten ausgehen und unter einander vergleichbar sind; das letzte erfordert nicht bloß, daß die

Gränzpuncte der Scale und ihre Eintheilung bestimmt, sondern daß auch das Gesetz bekannt sey, nach welchem sich die zu den Thermometern gebrauchte Flüssigkeit bey gleichen Unterschieden der Wärme ausdehnt. Ich schreite, mit Uebergehung der ältern unvollkommnern Werkzeugen gleich zur Beschreibung derjenigen Thermometer, welche noch jetzt gebräuchlich sind.

Fahrenheit aus Danzig hat unstreitig das Verdienst, daß er die Scale des Thermometers zuerst vergleichbar machte. Um das Jahr 1709. verfertigte dieser Künstler seine ersten Thermometer aus Weingeist, deren untersten Punct der Scale er dahin setzte, wo die Flüssigkeit in einer Mischung von gleichen Theilen Schnee und Salmiak stand, zum obern Punct wählte er die natürliche Wärme des menschlichen Blutes, und theilte den Zwischenraum in 96 gleiche Theile. In der Folge bediente sich Fahrenheit beständig des Queckſilbers zur Füllung seiner Thermometer. Fig. 20. erläutert die Einrichtung derselben. Das Gefäß und ein Theil der Röhre bc war mit Queckſilber gefüllt. Wo das Queckſilber in der Mischung von Schnee und Salmiak stand, schrieb Fahrenheit das o seiner Scale hin. Wenn er den Raum des Queckſilbers bey dieser Temperatur in 11124 Theile theilte, so dehnte es sich, bis zum Kochen erhitzt, um 600 solcher Theile aus, daher schrieb Fahrenheit bey dem Kochpunct des Queckſilbers 600, und theilte den Zwischenraum von o zu 600 in eben so viele gleiche Theile.

In der Folge bemerkte Fahrenheit, daß sowohl der Gefrier- als Siedepunct des Wassers bestimmte Grade der Wärme gaben, jener nämlich fiel bey 32, dieser bey 212 seiner Scale. Die Erfahrung hat gelehret, daß bey gehörig gebrauchter Vorsicht diese Puncte genauer als die Fahrenheitischen Grenzpuncte der Scale bestimmt werden können, daher bedienet man sich ihrer jetzt durchgängig selbst bey Verfertigung der Fahrenhei-

tischen Thermometer, indem man den Raum zwischen dem Eis- und Siedpunct des Wassers in 180 gleiche Theile theilet, und von diesen Theilen 32 unter den Eispunct, bis zum Salmiakpunct oder Fahrenheits 0 trägt.

34) Zu gleicher Zeit mit Fahrenheit beschäftigte sich Reaumur in Frankreich mit der Verbesserung der Thermometer. Er wählte Weingeist zu Füllung seiner Thermometer, der, damit er eine größere Hitze aushalten könnte, mit $\frac{1}{5}$ Wasser verdünnet war. Den untersten Punct der Scale bestimmte Reaumür im gefrierenden, den obern Punct im siedenden Wasser, und weil sich der gemischte Weingeist von einem Punct bis zum andern um $\frac{80}{1000}$ seines Raums ausdehnte, so gab er der Scale zwischen beyden Puncten 80 gleiche Theile. Die Art die Scale zu theilen, ist noch jetzt in Frankreich, Italien und einem großen Theil von Deutschland gebräuchlich, wenn man gleich die Reaumürschen Weingeistthermometer mit Recht verwirft. Man bemerkte bald, daß die Reaumürschen und Fahrenheitischen Thermometer, wenn man auch den letztern zwischen dem Eis- und Siedpunct die 80 theilige Scale gab, nicht mit einander übereinstimmten. Dieß rührte daher, weil der Weingeist ein ganz anderes Gesetz der Ausdehnung durch die Wärme befolgt, als das Queckfilber, und es kam nun auf die Untersuchung der Frage an, welche von beyden Ausdehnungen stimmt am besten mit dem wirklichen Gang der Wärme überein.

Hr. De Luc, dem die Vervollkommnung der Thermometer viel verdankt, hat diese Frage zuerst bestimmt, und zwar zu Gunsten des Queckfilbers entschieden. Das Verfahren, dessen er sich dabey bediente, beruht auf folgenden Gründen. Man nenne die unbekannte Menge der Wärme, welche in einem Körper bey der Eiskälte enthalten ist $= z$, die Menge, welche in demselben Körper bey der Hitze des siedenden Wassers enthalten ist $= z + 80$. Mischt man gleiche Massen eines

Körpers, z. B. Wasser, die eine z + o, die andere z + 80 heiß, so erhellet, daß sich der Ueberschuß der Wärme der einen Masse über die andere gleichförmig durch die ganze Masse vertheilen werde. Die Wärme der Mischung wird daher z + 40 seyn. Herr De Luc, mischte Wasser von verschiedenen Temperaturen, berechnete die Wärme der Mischung (wobey er den Verlust der Wärme während der Mischung gehörig in Anschlag brachte) und untersuchte, was das 80 theilige Queckſilberthermometer anzeigte. So fand er folgende Werthe.

wirkl. Wärme.				80theiliges Queckſilberthermometer.
Z	+	80,	—	80
Z	+	70,56	—	70
Z	+	60,96	—	60
Z	+	51,26	—	50
Z	+	41,40	—	40
Z	+	31,32	—	30
Z	+	21,12	—	20
Z	+	10,74	—	10
Z	+	0,	—	0

Nachdem De Luc die Ausdehnung des Queckſilbers gegen die wirklichen Zunahmen der Wärmen geprüft hatte, so konnte er die Ausdehnungen anderer Flüssigkeiten bestimmen, dadurch, daß er die aus ihnen verfertigten Thermometer mit dem Queckſilberthermometer verglich.

Dieß gab folgende Resultate:

Materien d. Thermometers.	Stand der Wärme.
	Z + 40
Queckſilber	38,6
Baumöl und Leinöl	37,8
Cammillenöl	37,2

Quendelöl	37,
gesätt. Salzwasser	34, 9
Weingeist der Pulv. zündet	33, 7
Wasser	19, 2

Hieraus erhellet, daß die Ausdehnungen der Flüssigkeiten in der Reihe, wie sie unter einander stehen, sich von dem wahren Gang der Wärme immer mehr entfernen, und dem Queckſilber unter allen der Vorzug gebühret. Ueberhaupt fand De Luc, daß die Ausdehnung einer jeden Flüssigkeit desto unregelmäßiger wird, je näher die Temperatur dem Frier- oder Siedepunct der Flüssigkeit kommt. Das Queckſilber zeigt zwischen 0 und 80 Grad deswegen einen ziemlich gleichförmigen Gang, weil sowohl der Frier- als Siedepunct des Wassers, ziemlich weit von dem Frier- und Siedepunct des Queckſilbers entfernt liegen. De Luc wählte daher zur Verfertigung seiner Thermometer das Queckſilber, behielt aber die durch Reaumür eingeführte 80theilige Scale und die Bestimmung der festen Puncte derselben bey. Man nennt daher, wiewohl mit Unrecht, die 80 theiligen De Luccischen Queckſilberthermometer, Reaumüriſche, da sie nichts als die Art der Eintheilung der Scale mit einander gemein haben. Der 80ste Grad der eigentlich Reaumüriſchen Thermometer stimmt mit dem 66,6ten des De Luccischen Queckſilberthermometers überein, der 0 Punct des Reaumüriſchen aber liegt beynahe einen Grad unter 0 des Queckſilberthermometers. Zwischen beyden Puncten giebt das Weingeiſtthermometer nach der Siedhitze zu wachsende Grade, wenn die Unterschiede der Wärme gleich sind. Uebrigens ist es einerley, welche Eintheilung man bey der Scale des Thermometers zum Grunde legt, wenn man über die Bestimmung der festen Puncte, und die zur Füllung des Thermometers anzuwendende Flüssigkeit einverstanden ist. Bleibt man aus den oben angezeigten Gründen bey dem Queckſilber stehen, so er-

hält man die Fahrenheitische Scale, wenn man den Raum zwischen Eis- und Siedepunct in 180 gleiche Theile, die De Luccische oder sogenannte Reaumürische, wenn man ihn in 80, die Celsiussische, wenn man ihn in 100, die Delislische, wenn man ihn in 150 theilet, und bey der letztern die Grade vom Siedpunct herabzählet.

Die 100theilige Scale, welche bisher nur in Schweden üblich war, soll nach der neuern Maaßeintheilung auch in Frankreich eingeführt werden. Bisher waren die Fahrenheitische und sogenannte Reaumürische 80theilige die gewöhnlichen. Eine in die andere zu verwandeln dienet das Folgende.

Da Fahrenheit 32° unter dem Eispunct zu zählen anfängt, so verwandelt man jeden Grad r der 80theiligen Scale über o in den Fahrenheitischen durch

$$80 : 180 = r : \tfrac{9}{4} r + 32 = f$$

$$4 : 9 =$$

Dieß giebt umgekehret

$\frac{4(f-32)}{9} = r$. Liegen die Grade unter o, so darf man in den Formeln nur r oder f verneint setzen.

Beyspiel: wieviel f machen $44° = r$? Antw. $\frac{9}{4} \cdot 44 + 32 = 131$.

Wie viel Reaum. machen 12 Fahrenheit? $\frac{4}{9}(12-32) = -\frac{4}{9}\,20 = -8\,\frac{8}{9}$.

Für die Vergleichung zwischen Celsius und Fahrenheit hat man

$$180 : 100 = f - 32 : c$$

giebt $c = \frac{5}{9}(f - 32)$

und

$$100 : 180 = c : f - 32$$

giebt $f = \frac{9}{5} c + 32$

Zwischen Celsius und Reaumür

$$80 : 100 = r : c = \tfrac{5}{4} r$$
$$100 : 80 = c : r = \tfrac{4}{5} c.$$

35) Anmerkung. Wegen der Art, wie die Thermometer in der nöthigen Vollkommenheit zu verfertigen sind, verweise ich auf De Luc über die Atmosphäre 2 B., Luz von Thermometern, Gehler phys. Wörterb. Art. Therm. Die vorzüglichsten Erfordernisse eines guten Thermometers sind folgende: Die Röhre des Thermometers muß durchaus gleich weit seyn und zu dem Gefäß ein gehöriges Verhältniß haben, damit die Grade nicht zu klein ausfallen. Je kleiner das Gefäß ist, desto enger muß die Röhre seyn. Kleine Gefäße sind deswegen zu empfehlen, weil eine kleine Masse Queckſilber die Temperatur der umgebenden Körper schneller annimmt als eine große; überdieß ist zu besorgen, daß bey einem großen Gefäß des Thermometers die Temperatur des Körpers, welche man untersuchen will, merklich verändert werde, indem sich ein Theil der Wärme dem Thermometer mittheilet. Daher soll man überall, wo man es mit geringen Massen, oder Mischungen, zu thun hat, deren Temperatur sich schnell ändert, Thermometer gebrauchen, deren Gefäße nicht über $1\frac{1}{2} - 2$ Linien im Durchmesser haben. Zu Beobachtungen in der Atmosphäre, oder großer Massen, deren Temperatur sich nicht schnell ändert, kann man der Bequemlichkeit wegen Thermometer mit größern Gefäßen gebrauchen, weil bey ihnen der Queckſilberfaden in der Röhre nicht so fein ist, und sich leichter beobachten läßt. Auch kann man die Empfindlichkeit solcher Thermometer dadurch vermehren, daß man ihre Gefäße nicht kugelförmig, sondern plattgedruckt macht, wodurch sie bey gleichem Raume eine größere Oberfläche erhalten.

Das Queckſilber in den Thermometern sowohl, als der Raum über dieser Flüssigkeit muß vollkommen luftleer seyn. Die vorzüglichste (eigentlich von Herrn Ciarcy herrührende) Art, dieß zu bewerkstelligen, findet man in Gehlers Supplem. des phys. Wörterb. 5 B. S. 886. beschrieben. Eine gute Probe zu prüfen, ob die Thermometer luftleer sind, ist folgende: Man wende sie um, so muß das Queckſilber, selbst in den

feinsten Röhren, bey einiger Erschütterung herab bis wider das zugeschmolzene Ende des Glases fliessen; hierdurch entsteht in der Kugel ein luftleerer Raum unter der Gestalt eines kleinen Bläschens, welcher völlig wieder verschwinden muß, indem man das Thermometer in die anfängliche Lage zurück bringt.

Die festen Puncte des Thermometers müssen richtig bestimmt, und die Eintheilung der Scale genau seyn. Der Eispunct wird am sichersten in schmelzendem zerstossenem Eis oder Schnee, welchen man mit etwas Wasser vermischt hat, bestimmt. Dabey muß man nicht blos das Gefäß des Thermometers, sondern auch die Röhre, so weit das Queckſilber reicht, in das aufthauende Eis setzen. Gefrierendes Wasser nimmt, ehe es gefrieret, einen größern Grad der Kälte an, als den es im Augenblick des Gefrierens zeigt. Aufthauendes mit Wasser vermischtes Eis hingegen zeigt eine unveränderliche Temperatur, weil die von aussen zudringende Wärme blos dazu verwendet wird, neues Eis zu schmelzen.

Der Siedpunct des Wassers wird am besten in einem oben ganz offenen gleich weiten und so hohen Gefäß voll Wasser bestimmt, daß man das Thermometer so weit das Queckſilber bey der Siedhitze reicht, unter Wasser tauchen kann. Während der Bestimmung des Siedpunctes muß das Wasser beständig heftig aufwallen. Denn die unveränderliche Temperatur des siedenden Wassers rühret blos daher, daß die sich während dem Kochen bildenden Wasserdämpfe, bey einem bestimmten äussern Druck, welches hier der Druck der Atmosphäre ist, einen bestimmten Grad von Wärme annehmen. Die aus dem Feuer hinzuströmende Wärme dienet zu nichts, als neues Wasser in Dämpfe zu verwandeln, welche eben so wie die vorhergebildeten in die Atmosphäre entweichen. Kommt das Wasser einen Augenblick aus dem Kochen zur Ruhe, so wirkt auf den im untern Theil des Gefäßes sich bildenden Dampf, ausser dem Druck der Atmosphäre die Wassersäule des Gefäßes, er erhitzt sich daher nach und nach stärker, als die Siedhitze ist, bis er die Wassersäule auf einmal hebt, und mit einem heftigen Aufwallen entweicht, wodurch gewöhnlich die Temperatur des Wassers wieder etwas unter die Siedhitze herunter kommt. Man bemerkt daher bey einem empfindlichen Thermometer von gros-

sen Graden während dem Kochen des Wassers keinen ganz unveränderlichen Stand, sondern vielmehr ein unaufhörliches Oscilliren, der Queckſilberſäule, von welchem man das Mittel für den Siedpunct annehmen muß.

Aus der Betrachtung erhellet zugleich, daß die Siedhitze des Wassers mit dem Druck der Atmosphäre ab- und zunehmen müsse.

Der Siedpunct der Thermometer muß daher bey einem gewissen Stand des Barometers bestimmt werden. Gewöhnlich wählt man dazu 28 Zoll. De Luc wählte 27 Zoll, und gab aus Beobachtung folgende Regel zur Corrigirung des Siedepuncts für andere Barometerstände. Der Unterschied des Barometerstandes zwischen dem Normalstand von 27 Zoll in Linien ausgedruckt sey $\pm a$, so muß man den Siedpunct um $\frac{a}{1134}$ des durch Beobachtung gefundnen Abstandes vom Eispunct erhöhen oder vertiefen. In dem nächsten Abschnitt wird umständlich gezeigt werden, wie man allgemein für jeden Stand des Barometers die Hitze der Wasserdämpfe bestimmen könne. Hier bemerke ich vorläufig, daß man innerhalb den Gränzen der gewöhnlichen Barometeränderungen die Aenderungen der Siedhitze den Aenderungen des Barometerstandes proportional setzen kann. Setzt man die Siedhitze bey 28 Zoll $= 80°$ so giebt ein Grad des Thermometers oder $\frac{1}{80}$ des Fundamentalabstandes 1,25 Zoll Aenderung des Barometers. Daraus fließt folgende Correction: d heiße der Unterschied des Barometerstandes von 28 Zoll in Decimaltheilen von Zollen ausgedrückt, A der Abstand des Eis- und Siedpuncts bey 28 Zoll, B der durch Beobachtung gefundene Abstand dieser Puncte, so hat man folgende Proportion $1{,}25 : d = \frac{1}{80} A : A - B$ wenn der bey der Siedhitze beobachtete Barometerstand kleiner als 28 Zoll ist. Ist er größer, so hat man

$$1{,}25 : d = \frac{1}{80} A : B - A$$

Aus der ersten Proportion hat man

$$1{,}25 \cdot 80 (A - B) = d\,A$$

und

$$A = \frac{1{,}25 \cdot 80\ B}{1{,}25 \cdot 80 - d}$$

aus der andern Proportion

$$1{,}25 \cdot 80 \,(B - A) = d\,A$$

giebt

$$A = \frac{1{,}25 \cdot 80 \cdot B}{1{,}25 \cdot 80 + d}$$

Diese Formel läßt sich kurz so ausdrücken:

$$A = \frac{100}{100 + d} B$$

Beyspiel. $B = 10$ Zoll $d = 1$ Zoll giebt

$A = \frac{100}{100 + 1} \cdot 10$, woraus die Länge A für 27 Zoll Barometerstand $\frac{1000}{99} = 10{,}1$ Zoll, für 29 Zoll $\frac{1000}{101} = 9{,}9$ Zoll folgt. Queckſilberthermometer, bey welchen alle angezeigten Bedingungen erfüllt sind, müssen bey jeder Temperatur vollkommen mit einander übereinstimmen. Man kann dieß leicht dadurch prüfen, daß man zwey oder mehr Thermometer in ein etwas großes Gefäß voll heißes Wasser gleich tief und gleich entfernt vom Rande des Gefäßes versenkt, und den Gang der Thermometer bey dem langsam allmählig erkaltenden Wasser beobachtet, welcher übereinstimmend gefunden werden wird.

36) Die festen Körper werden zwar auch durch die Wärme ausgedehnt, aber ungleich weniger als die flüssigen. Zur Messung der Ausdehnung fester Körper (nicht sowohl hohe Grade der Hitze zu messen, wie man dem Namen nach glauben sollte), dienet das Muschenbroekische Pyrometer. Die wesentlichen Theile desselben sind folgende. Eine hohle metallene Rinne a b, Fig. 21. in welcher Wasser von der Eiskälte bis zur Siedhitze durch unten angebrachte Weingeistlampen erwärmt werden kann. In die Rinne werden Stäbe der zu untersuchenden Körper gelegt, welche an dem einen Ende durch eine Schraube festgehalten werden, und mit dem andern ein gezähntes Rad eingreifen, welches durch einen Trieb in einen Zeiger dreht. Indem sich der Körper durch die Wärme verlängert, wird ein Zahn des Rades fortgeschoben, und diese Bewegung durch den Trieb und Zei-

ger hinlänglich vergrößert. Aus der Bewegung des Zeigers und dem bekannten Verhältniß der Halbmesser von Getrieb, Rad und Zeiger schließet man rückwärts auf die Verlängerung des Stabes durch die Wärme. Die folgende Tafel zeigt die Größe der Ausdehnung einiger Körper von dem Eispunct bis zur Siedhitze nach den Angaben verschiedener Naturforscher. Der Raum bey der Eiskälte wird = 1, gesetzt.

Glas	0,00083	Smeaton. De Luc.
Gold	0,00094	Bouguer.
Bley	0,00274	Mittel nach Smeaton u. Herbert.
Zinn	0,00230	— — —
Silber	0,00189	Herbert.
Messing	0,00182	Mittel nach Smeaton u. Herbert.
Kupfer	0,00170	Smeaton.
Stahl	0,00122	—
Eisen	0,00125	—
Queckſilber	0,0165	Mittel aus 8 Beobacht.
Waſſer	0,0421	nach meinen Beobacht.
Trockne atmosphäriſche Luft	0,3574	— — —
Sauerſtoffgas (dephlog. Luft)	0,3213	— — —
Waſſerſtoffgas (inflamable Luft)	0,4400	— — —
Kohlenſauresgas (fixe Luft)	0,4352	— — —
Stickgas (phlogiſtiſirte Luft)	0,4787	— — —

Aus der vorſtehenden Tafel erhellet, daß ſich unter den feſten Körpern die Metalle, und zwar unter allen am meiſten das Meſſing, ausdehnet. Die Ausdehnung des Glaſes iſt ziemlich gering, daher läßt man ſie bey unſern gewöhnlichen Thermometern ganz auſſer Acht.

Eigentlich zeigen diese Werkzeuge nur den Unterschied zwischen der Ausdehnung des Glases und der darin enthaltenen Flüssigkeit an. Es läßt sich über die erstere, wenn die Dimensionen des Gefäßes gegeben sind, leicht Rechnung führen.

37) Anmerkung. Das Gesetz, welches die Körper bey ihrer Ausdehnung durch die Wärme befolgen, ist im Allgemeinen noch sehr wenig bekannt. Von der ungleichförmigen Ausdehnung des Wassers habe ich bereits in der Hydrostatik geredet. Von den in der vorstehenden Tafel erwähnten Luftarten habe ich die Ausdehnung durch die Wärme zwischen dem Eis- und Siedpunct sehr nahe gleichförmig gefunden. Man muß aber die Vorsicht gebrauchen, die Luft durch geglühte Potasche oder andere austrocknende Salze ihrer Feuchtigkeit zu berauben. Denn indem die Feuchtigkeit durch die Wärme in Dämpfe aufgelöset wird, vermehret sie die specifische Federkraft der eingeschlossenen Luft, oder ihre Ausdehnung, wenn blos der Druck der Atmosphäre entgegenwirkt. Ich habe durch directe Erfahrungen erwiesen, daß eine bis zur Sättigung mit Feuchtigkeit angefüllte atmosphärische Luft bey einem Barometerstand von 28 Zoll und der Temperatur der Eiskälte eingeschlossen, und bis zur Siedhitze erwärmt, eine specifische Federkraft erhält, welche der Summe der Elasticitäten der Dämpfe und der eingeschlossenen Luft gleich kommt.

Setzt man daher den Druck der Atmosphäre, oder die Federkraft der eingeschlossenen feuchten Luft bey der Eiskälte = 1, so ist die Federkraft bey der Siedhitze = 2,3574. Je nachdem mehr oder weniger Feuchtigkeit mit der Luft vermischt ist, wird die Vermehrung ihrer Federkraft durch die Wärme größer oder kleiner. Hieraus erklären sich die verschiednen Angaben der Naturforscher über die Ausdehnung der atmosphärischen Luft durch die Wärme, weil man bisher diesen Umstand nicht gehörig in Erwägung gezogen hat.

Ich theile hier einen Auszug aus einer Tafel mit, welche ich für die Ausdehnungen der feuchten atmosphärischen Luft bey jeder gegebenen Temperatur zwischen dem Eis- und Siedpunct berechnet habe. Ich nenne die größte Menge Feuchtigkeit, welche in einer bestimm-

len Masse Luft z. B. 1 Cubikfuß enthalten seyn kann = 100

Feuchtigkeit.

Wärme	20	40	60	80	100	Raum der Luft.
0°	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
20°	1,0939	1,0994	1,1029	1,1074	1,1120	
40°	1,1997	1,2207	1,2417	1,2627	1,2838	
60°	1,3384	1,4087	1,4791	1,5494	1,6198	
80°	1,5574	1,7374	1,9574	2,1574	2,3574	

38) Auf die Voraussetzung, daß die Vermehrung der specifischen Federkraft der eingeschlossenen Luft, und die Ausdehnung der nicht eingeschlossenen Luft, bey gleichem äussern Druck, den Unterschieden der Wärme proportional sey, gründet sich die Einrichtung der von Daniel Bernoulli, Amontons und Lambert vorgeschlagenen Lufthermometer. Man bringe in den untern Theil einer gläsernen Kugel A Fig. 22. und der damit verbundenen Röhre dc etwas Queckſilber, und schließe die in der Kugel A enthaltene Luft bey der Temperatur der Eiskälte und einem bestimmten Barometerstand, z. B. 28 Zoll von der Gemeinschaft mit der atmosphärischen Luft durch Verwahrung der Oeffnung a ab, und trage längst der Röhre cd eine in Zollen uud Linien getheilte Scale, so erhält man das Bernoullische Lufthermometer. Wenn sich die Federkraft der eingeschlossenen Luft durch die Wärme vermehret, so drückt sie die Queckſilbersäule ce über das bey der Temperatur der Eiskälte Statt findende Niveau cb in die Höhe. Daher läßt sich umgekehrt aus der Höhe der Queckſilbersäule ce, addiret zu dem jedesmaligen Barometerstand, weniger 28 Zoll, die Aenderung der Federkraft der eingeschlossenen Luft durch die Wärme, und hieraus der Grad der Wärme selbst beurtheilen. Es sey z. B. die Höhe der Queckſilbersäule ce = 4 Zoll, der Barometerstand 27 Zoll,

so beträgt die Vermehrung der Federkraft durch die Wärme 27 + 4 — 28 = 3 Zoll. Man sage

28 : 1 = 3 : Gesucht. = 0,1071

Da nun nach der Tafel (36) 80° Wärme 0,3574 Ausdehnung der Luft geben, so kommen auf 0,1071 sehe nahe 24° Wärme. Hierbey wird jedoch vorausgesetzt, daß der Raum der eingeschlossenen Luft A ungeändert bleibe. Er vergrößert sich aber um das Volumen der Queckſilbersäule ce. Dieß betrage z. B. den 100sten Theil des Raumes der eingeschlossenen Luft, so müßte man die Höhe ce noch um den 100sten Theil vergrößern.

Weil sich die Federkraft der eingeschlossenen Luft in dem Maaß nach dem Marriottischen Gesetz vermindert, wie sich ihr Raum vermehret; so kann man dieser Correction entübriget seyn, wenn man den Raum der Kugel A etwas groß, und die Weite der Röhre cd klein macht.

Lambert trägt längst der Röhre cd seines Luftthermometers Tausendtheile des Raums vom Gefäße A hin, den er deßwegen durch Anfüllung und Abwiegen mit Queckſilber bestimmt. Der o Punct der Scale kommt dahin, wo das Queckſilber in der Röhre bey der Temperatur der Eiskälte eingeschlossenen Luft steht, und, weil Lambert die Ausdehnung der Luft von der Eiskälte bis zur Siedhitze 0,375 fand, wofür er die runde Zahl 0,370 nimmt, so entspricht der 370ste Grad der Scale seines Luftthermometers dem Siedpunct oder 80° der reaum. Scale, woraus sich die Werthe der zwischenliegenden Grade leicht finden lassen. Jedoch erfordert dieses Werkzeug wegen des veränderlichen Drucks der eingeschlossenen Luft eine Correction. Diese rühret, wenn die Röhre cd keine horizontale Lage hat, welches wegen der starken Reibung des Queckſilbers nicht räthlich ist, theils von der veränderlichen Queckſilberhöhe in

der Röhre, theils von dem veränderlichen Barometerstand her.

Es heiße die erstere Höhe in Zollen ausgedruckt h, der Barometerstand b, der bey der Temperatur der Eiskälte angenommene Normalbarometerstand sey 28 Zoll, der Lambertische Thermometergrad = l, so muß derselbe nach dem Marriottischen Gesetz, daß sich die Räume der Luft umgekehrt wie die Pressungen verhalten, so verbessert werden:

$$28 : b + h = l : Ges. = L$$

giebt $L = \left(\frac{b + h}{28}\right) l$. Es sey z. B. $l = 180$, $h = 5$ Zoll, $b = 27$ Zoll, so hat man

$$L = \frac{27 + 5}{28} \cdot 180 = \frac{8}{7} \cdot 180 = 205{,}7,$$

woraus sich der übereinstimmende Grad des 80 theiligen Queckſilberthermometers vermittelst der Proportion $370 : 80 = 205{,}7 : 44{,}5$ herleiten läßt.

39) Anmerkung. Lambert glaubte, die Grade seines Lufthermometers gäben wirkliche Verhältnisse der Wärme an, weil er annahm, der Raum, in welchem die Luft, bey gleichem Druck ausgedehnt werde, verhalte sich wie die Menge der in der Luft enthaltnen Wärme. Dieser Satz läßt sich aber nicht erweisen, sondern die Erfahrung lehret nur, daß das Lufthermometer die Unterschiede der Wärme anzeigt.

Es leistet also nicht mehr als die gewöhnlichen Queckſilberthermometer, und nicht einmal so bequem, wegen der dabey nöthigen Rechnungen. Hierzu kommt, daß es schwer hält, die einzuschliessende Luft jederzeit gleich rein und vollkommen trocken zu erhalten. Ueberdieß wird mit der Länge der Zeit die Luft durch die Berührung des Queckſilbers zum Theil zersetzt und in Stickluft verwandelt, welche eine andere Ausdehnung als die atmosphärische Luft hat.

Dieser Fehler würde sich zwar vermeiden lassen, wenn man gleich anfangs zur Füllung des Thermometers Stickluft statt der atmosphärischen nähme. Es ist aber noch nicht erwiesen, daß die Vermehrung der Elasticität, so wie die Ausdehnung der Stickluft durch die Wärme den Unterschieden der Wärme proportional sey. Vielmehr belehren mich meine Versuche vom Gegentheil. Ich habe zwar die Ausdehnung der Stickluft bey unveränderlichem Druck der Atmosphäre den Unterschieden der Wärme proportional, aber die Vermehrung der Elasticität der eingeschlossenen Stickluft mit der höhern Temperatur bey gleichen Unterschieden der Wärme abnehmend gefunden.

40) Solche Werkzeuge, welche dazu dienen, sehr hohe Grade der Hitze zu messen, nennt man insbesondere Pyrometer. Man muß dazu feste Körper wählen, weil die flüssigen keine größere Hitze als ihre Siedhitze aushalten. Bisher waren die meisten Pyrometer unvergleichbare und daher unvollkommene Werkzeuge. Ich schränke mich auf die Beschreibung einiger der vorzüglichsten ein.

Cromwell Mortimer gab im Jahr 1735. folgendes Metallthermometer an. Ein runder Stab von Eisen B A Fig. 23. $\frac{1}{4}$ Zoll im Durchmesser, 3 Fuß 1 Zoll lang, ruht bey B auf einem festen Gestell, und greift mit seinem obern Ende A an das kurze Ende eines Hebelarms, an dessen längern Ende ein Faden angeknüpft ist, der Faden geht über eine Rolle, die einen Zeiger herum führet, und wird durch ein Gewicht i gespannt. An dem kurzen Arm des Hebels ist noch ein Gegengewicht l angebracht. Der Stab A B wird in das Feuer gesetzt, dessen Hitze gemessen werden soll. Durch seine Verlängerung dreht er den Zeiger h n herum. Durch das Verhältniß der beyden Hebelärme gegen einander hat man es in seiner Gewalt, dieß Thermometer mit den gewöhnlichen Queckſilberthermometern vergleichbar zu machen. Mortimer beschrieb die Scheibe am Zeiger so, daß der horizontale Stand des

Zeigers mit 212° der Fahrenheitischen Scale übereinstimmte, 75° gaben die Siedhitze des Queckſilbers = 600° F., und 180° die Hitze des ſchmelzenden Goldes an.

Die letztere ſcheint, nach den neuern Unterſuchungen zu klein angegeben zu ſeyn. Ueberhaupt iſt es unerwieſen, ob die Ausdehnung der Metalle in hohen Graden der Hitze einen gleichförmigen Gang beobachte. Von den Werkzeugen, hohe Grade der Hitze zu meſſen, verdient insbeſondere Wedgwoods Pyrometer erwähnt zu werden. Dieſer verdienſtvolle Künſtler hat ſich durch wiederholte Verſuche überzeugt, daß die Zuſammenziehungen des bey mäßiger Hitze gebrannten Thons, oder einer blos bey der Siedhitze getrockneten thonartigen Miſchung im Feuer, durch Entweichung der enthaltenen Feuchtigkeit, den Graden der Hitze proportional ſind. Ueberdieß hat dieſer Körper die Eigenſchaft, daß er ſein voriges Volumen nicht wieder annimmt, wenn er gleich aus dem Feuer unmittelbar in kaltes Waſſer gebracht wird. Hierauf gründete Wedgwood folgendes Werkzeug. Er verfertigte kleine Cylinder von Thon, deren Durchmeſſer genau $\frac{1}{2}$ Zoll, und Länge etwa eben ſo viel betrug. Dieſe kleinen Thoncylinder erhalten die genauen Dimenſionen dadurch, daß man den noch weichen und zarten Ton durch eine cylindriſche Oeffnung im Boden einer eiſernen Büchſe drückt, und die ſo entſtehende Walze in Stücke von gehöriger Länge ſchneidet, welche mit Vorſicht getrocknet werden. Der Maaßſtab für dieſe Thermometerſtückchen (wie ſie Wedgwood nennt), ſind zwey meſſingene 24 Zoll lange prismatiſche Stäbe, welche auf einer meſſingenen Platte ABCD Fig. 24. ſo befeſtigt ſind, daß ſie eine convergirende Rinne zwiſchen ſich bilden, deren weites Ende 0,5 Zoll, das enge 0,3 Zoll im Lichten hat. Die Länge der prismatiſchen Stäbe iſt in Zolle und Zehntheile, folglich in 240 gleiche Theile getheilet,

welche die Grade des Wedgwoodischen Thermometers angeben. Am weiten Ende der Rinne steht 0, am engen 240. Bringt man eins der Thermometerstückchen in das Feuer, dessen Hitze gemessen werden soll, und hierauf in die Rinne, so zeigt es durch die Stelle, bis zu welcher es hinabrütscht, die Größe seiner Zusammenziehung und eben dadurch den Grad der Hitze an, welchen es erlitten hat. Wollte man z. B. die Hitze des schmelzenden Kupfers bestimmen, so bringe man ein Thermometerstückchen, nebst dem Metall in einem Tiegel ins Feuer, und in dem Augenblick, wenn das Metall schmelzt, nehme man den Thoncylinder aus dem Feuer und bringe ihn, sobald er erkaltet ist, in die Probe, er wird bey 27 stehen bleiben. Dieß zeigt an, daß das Kupfer bey 27° des Wedgwoodischen Pyrometers fließet. Hr. Wedgwood hat mehrere Versuche dieser Art angestellt, um seine Scale mit der Fahrenheischen zu vergleichen. Ich theile hier einige seiner Angaben mit. W. bedeutet Wedgwood, F. Fahrenheit, R. Reaumür.

	W.	F.	R.
Rothglühehitze bey Tag	0	1077	580,5
Hitze, wobey die Emaille-Farben eingebrennt werden	6	1857	1013,5
Messing schmelzt	21	3807	2097,2
Schwedisches Kupfer schmelzt	27	4587	2530,5
Feines Silber schmelzt	28	4717	2602,7
Fein Gold schmelzt	32	5237	2891,6
Eisen fängt an weich zu werden	90	12777	7080,5
Größte Hitze einer gewöhnlichen Eisenschmiede	125	17327	9608,3
Gegossenes Eisen schmelzt	130	17977	9969,4
Größte Hitze, welche Wedgwood in einem Windofen 8 Zoll ins Gevierte hervorbringen konnte.	160	21877	12136,

Hieraus erhellet, daß die Wedgwodische Scale erst bey der bey Tage sichtbaren Rothglühehitze anfängt, und daß 1° W. = 130 F. = 72,2 R. ist. Die größte von Wedgwood beobachtete Hitze enthält die Siedhitze über 121 mal, und die ganze Ausdehnung seiner Scale = 240°, jene Hitze über 173mal.

Von den Dämpfen, besonders den wässerigten, und ihrem Einfluß auf die Atmosphäre.

41) abc Fig. 25. sey ein gewöhnliches Gefäßbarometer, aus dessen Gefäß c zur Seite eine gekrümmte Röhre zu einem zweyten Gefäß d führe, dessen untere Oeffnung mit einem Korkstopfen verschlossen sey, durch den Korkstopfen gehe der in eine Spitze sich endigende gekrümmte Hals einer kleinen gläsernen Phiole. Die obere Oeffnung des Gefäßes c muß ebenfalls durch einen Korkstopfen luftdicht verschlossen werden können, durch den man ein kleines Queckſilberthermometer in den innern Raum des Gefäßes c bringen kann. Diesem von Hrn. Ciarcy verfertigten Apparat lege ich den Namen eines Dampfbarometers (Dampfelasticitätsmessers) bey. Man bringe, nachdem das Barometer wie ein gewöhnliches Gefäßbarometer gefüllt, und durch Kochen des Queckſilbers von Luft gereinigt worden ist, in die Phiole h etwas destillirtes oder reines Regenwasser. Dieß geschieht leicht dadurch, daß man die Viole besonders ein wenig erwärmt, und sie hierauf mit umgewendeter Oeffnung unter Wasser taucht. Erhitzt man das in die Phiole getretene Wasser durch ein kleines Kohlenbecken, nach und nach bis zum Sieden, indeß man den Hals e des obern Gefäßes öffnet, so werden die aus der Phiole ströhmenden Wasserdämpfe zuerst das untere Gefäß d, und hierauf das obere c mit einem weißlichtgrauen Nebel erfüllen, welcher sich nach und nach an den innern Wänden der Ge-

fäße in heißen Tropfen anlegt, und eben dadurch die Gefäße d und c so erhitzt, daß der ganze innere Raum wieder durchsichtig wird, und bloß an der Oeffnung e ein mit Heftigkeit herausfahrender Nebel sich zeigt. Verschließt man in diesem Augenblicke die Oeffnung e luftdicht, und entfernt die Kohlen von der Phiole h, so sinkt das Queckſilber in dem Barometer nach und nach immer tiefer herunter, wie sich der Apparat erkältet. Bringt man die Gefäße c, d, h in kaltes Wasser, das man durch zugemischten Schnee oder Eis auf die Temperatur 0° bringt, so sinkt das Queckſilber in der Barometerröhre a b bis zur Horizontalfläche g g mit dem Queckſilber in dem Gefäß herab.

Dieser Versuch beweiset, daß der vom kochenden Wasser aufsteigende Dampf eine elastische Flüssigkeit besonderer Art ist, welche bey der Siedhitze gleiche Expansivkraft mit der atmosphärischen Luft besitzt, und diese aus einem eingeschlossenen, nur durch eine kleine Oeffnung mit der Atmosphäre in Verbindung stehenden Raum ganz vertreiben kann. Mit der abnehmenden Temperatur vermindert sich die Elasticität des Wasserdampfs, und verschwindet endlich bey der Eiskälte völlig, indem der Wasserdampf bey entweichender Wärme sich wieder in tropfbares Wasser verwandelt, und einen leeren Raum zurückläßt.

42) Vermittelst des (41) beschriebenen Werkzeuges läßt sich das Gesetz der mit der Wärme wachsenden Expansivkraft des Wasserdampfes finden. Man tauche den von Luft gereinigten und gehörig verschlossenen Apparat in einen weiten Topf voll Wasser, so daß die Gefäße c, d, h unter Wasser kommen, und beobachte, indem man das Wasser nach und nach bis zur Siedhitze erwärmt, den übereinstimmenden Gang des Barometers und Thermometers im Elasticitätsmesser.

Noch sicherer fallen die Beobachtungen aus, wenn man sie bey der langsam von selbst erfolgenden Erkäl-

tung des Wassers anstellet. Will man die Beobachtungen über die Siedhitze hinaus fortsetzen, so muß man wegen der großen Expansivkraft der Wasserdämpfe, statt der gläsernen metallene Gefäße wählen. A Fig. 24. sey ein von gutem nicht zu spröden Metall gegossener, oder von geschmiedetem und in dem Feuer gelötheten Kupferblech verfertigter Topf, welcher bis auf zwey Schraubenöffnungen völlig verschlossen ist. Durch die eine Schraubenöffnung geht ein Queckſilberthermometer a lustdicht, dessen Scale über den Topf hervorsteht, durch die andere Schraubenöffnung ein Barometer bbb, dessen längerer Schenkel die doppelte bis dreyfache Länge der gewöhnlichen Barometer hat. Vermittelst dieses Apparats hat Bekancourt zuerst vollständige Versuche über die mit der Temperatur wachsende Expansivkraft der Wasserdämpfe angestellt. Mem. sur la force expansiv de l'eau, et de l'esprit de vin. Paris 1790. Seine Resultate im Auszug sind folgende:

Wärme nach 80 theiliger Scale.		Expansivkraft des Wasserdampfes.	
0°,	——	0,00	Zoll
10°,	——	0,15	
20°,	——	0,65	
30°,	——	1,52	
40°,	——	2,92	
50°,	——	5,35	
60°,	——	9,95	
70°,	——	16,90	
80°,	——	28,00	
90°,	——	46,40	
100°,	——	71,80	
110°,	——	98,00	

43) Anmerkung. Aeltere, aber unvollkommnere Versuche über die Expansivkraft der Wasserdämpfe finden sich in Zieglers dissert. de digestore Papini.

Ich habe Betancourts Versuche wiederholt, indem ich mich von dem Eis = bis zum Siedpunct des (41) beschriebenen Dampfelasticitätsmessers in den höhern Temperaturen des Betancourtschen Apparats mit einiger Veränderung bediente, und aus meinen Beobachtungen ein Gesetz hergeleitet, welches die Elasticität des Wasserdampfes für jede gegebene Temperatur auf eine leichte Art darstellt. Man nenne die Expansivkraft des Wasserdampfes = e durch eine Queckſilberhöhe in Hunderttheilen von pariser Zollen ausgedrückt, die Temperatur nach Reaum. Scale = t, so ist $e = t^m$ wo m einen veränderlichen Exponenten bedeutet, der für $t = 80° = 1{,}8113$ ist, und für 10° Aenderung die Temperatur sich um 0,05 oder für 1° Temperaturänderung um 0,005 ändert.

Hieraus folgt, daß für $t = 0°$, $m = 1{,}4113$ ist. Man kann daher das Gesetz bequemer so ausdrücken: $e = t^{1{,}4113 + 0{,}005\,t}$ worin man für t nur den Reaum. Wärmegrad schreiben darf. z. B. $t = 100$ giebt $e = 100^{1{,}4113 + 0{,}005 \cdot 100} = 100^{1{,}9113}$. Der Werth des Ausdrucks läßt sich leicht durch Logarithm. nach Arithm. (148) berechnen.

Er ist $1.9113 \cdot \log. 100 = 1{,}9113 \cdot 2 = 3{,}8226$ = log. 6647 folglich die der Expansivkraft des Wasserdampfes entsprechende Queckſilberhöhe in Zollen 66,47. Ich theile zur Vergleichung einen Auszug aus meinen Beobachtungen, nebst den nach vorstehendem Gesetz berechneten Werthen mit.

Wärme.	beobchtete — berechnete Expansivkraft des Wasserdampfs
0°	0,00 Zoll — 0,00 Zoll
10°	0,28 — 0,31
20°	0,90 — 0,92
30°	1,93 — 2,02
40°	3,64 — 3,80
50°	6,40 — 6,61
60°	10,98 — 10,98
70°	17,92 — 17,77
80°	28,00 — 28,00
90°	43,77 — 43,50
100°	67,00 — 66,47
110°	100,72 — 100,87

Die

Die Abweichungen der Beobachtungen von der Rechnung sind nicht größer, als die Sicherheit der Beobachtungen selbst reicht, ungefehr bis auf $\frac{1}{3}^{\circ}$ der Temperatur. Was übrigens die Abweichungen zwischen meinen und Betancourts Beobachtungen betrifft, so verweise ich desfalls auf meine Abhandlung über die Expansivkraft dichte und latente Hitze des reinen Wasserdampfs bey verschiedenen Temperaturen in Grens n. Journal der Physik, 4 B. wo ich hierüber Rechenschaft gegeben zu haben glaube. Aus dem gefundenen Gesetz für die Expansivkraft des Wasserdampfes erhellet, daß diese Kraft mit den höhern Temperaturen nicht gleichförmig, sondern schnell zunehmend wächset. Bey 80° ist sie dem Druck der Atmosphäre gleich, bey 96° dem doppelten, bey 106° dem dreyfachen, bey $112\frac{1}{2}^{\circ}$ dem 4fachen, und bey $2 \cdot 80^{\circ} = 160^{\circ}$ schon über den 26fachen Druck der Atmosphäre.

44) Das specifische Gewicht der Wasserdämpfe zu bestimmen, dienet folgendes Verfahren. Man nehme eine Viole A Fig. 26. von dünnem Glas mit gekrümmtem Hals, welcher sich in eine enge Oeffnung a endiget, und bestimme das Gewicht der Viole und der darin enhaltenen Luft auf einer sehr scharfen Wage.

Hierauf bringe man etwas reines, durch die Destillation von erdigen Theilen befreytes, Wasser in die Phiole, und lasse es über einem gelinden Kohlenfeuer bis zur Trockene verkochen; der Dampf wird dabey mit Heftigkeit zur Oeffnung a hinausfahren, und zugleich die in der Phiole enthaltene Luft vor sich hertreiben. In dem Augenblick, wie der letzte Tropfen Wasser in der Phiole verkocht, und der ganze innere Raum noch mit Wasserdämpfen erfüllt ist, verschließe man die Oeffnung a mit etwas Wachs, dessen Gewicht man vorher bestimmt hat, und bringe den Apparat abermals an die Wage, sobald die Phiole wieder zur Temperatur der umgebenden Luft gekommen ist, bestimme man ihr Gewicht; es ist

das Gewicht des Gefäßes und, und der in demselben enthaltenen Wasserdämpfe. Nun öffne man die Mündung a, so stürzt die atmosphärische Luft plötzlich in den innern Raum der Phiole, zersetzt durch ihren Druck die Wasserdämpfe, und füllet das Gefäß bis auf den kleinen vom Wasser des niedergeschlagenen Dampfes eingenommenen Raum, eben so wie vor dem Versuch an. Das nun zu bestimmende Gewicht giebt das Gewicht des Gefäßes der darin enthaltenen Luft und des Wassers, das dem Gewicht des Wasserdampfes gleich ist. Das Gewicht des Gefäßes heiße = P, des Wasserdampfes Π, der Luft = p, so ist das zuerst gefundne Gewicht = P + p
das zweyte = P + Π
das dritte = P + Π + p
Das erste vom dritten abgezogen giebt Π, das Gewicht des Wasserdampfes, das zweyte vom dritten abgezogen p, das Gewicht der Luft, folglich $\frac{P}{\Pi}$ das specifische Gewicht des Wasserdampfes in Vergleichung mit der Luft.

Ich habe auf diese Weise den Dampf des kochenden Wassers 1,75 mal leichter als die Luft oder 1470 leichter als das Wasser bey einer Temperatur von 15° gefunden. Das Wasser wird also, wenn es durch die Wirkung des Feuers aus dem Zustand der tropfbaren Flüssigkeit in die elastische Form übergeht, in einen über 1400 mal größern Raum ausgedehnt. Das umgekehrte erfolgt, wenn der Dampf zersetzt und wieder zu Wasser wird. Hieraus erläutert sich die Erscheinung des leeren Raums, wenn der Wasserdampf in verschlossenen Gefäßen zersetzt wird.

45) Anmerkung. Auf die Eigenschaft des Wasserdampfes, sich durch die Kälte zu zersetzen und in verschlossenen Gefäßen einen leeren Raum zurückzulassen, hat Wilke eine Art von Luftpumpe gegründet, deren

wesentliche Einrichtung in folgendem besteht. Ein 1 ½ Fuß hoher, und 1 Fuß weiter hohler Cylinder A Fig. 27. von starkem Kupfer ist durch Röhren, welche mit Hahnen verschlossen werden können, unten mit einem kleinen kupfernen Kessel B oben mit einem ebenen metallenen Teller a b verbunden. Man bringe auf den Teller das von Luft zu evacuirende Gefäß c, verschließe den Hahnen f, und öffne die Hahnen d und e, bringe in den Kessel B, (der desfalls von A muß abgeschraubt werden können) etwa bis zur Hälfte Wasser, und lasse dasselbe so lange heftig kochen, bis die heißen Dämpfe zur Oeffnung e hinausfahren. In diesem Augenblick verschliesse man die Hahnen d und e, kühle den Cylinder A durch aufgegossenes kaltes Wasser ab, und öffne den Hahnen f. Die Luft wird aus dem Recipienten c in den von den zersetzten Dämpfen leergelassenen Raum A stürzen, und eben dadurch beträchtlich verdünnt werden. Nöthigenfalls kann man diese Operation mehrmals wiederholen.

Besonders merkwürdig ist die Anwendung, welche man von der Elasticität der Wasserdämpfe bey den Feuermaschinen und einigen andern hydraulischen Maschinen gemacht hat. Hiervon soll in der Maschinenlehre geredet werden.

Von den Gesetzen der Dämpfe anderer Flüssigkeiten als des Wassers ist bis jetzt, ausser den Versuchen, welche Betancourt über die Dämpfe des Weingeistes angestellt hat, wenig bekannt. Ich theile einen Auszug aus Betancourts Versuche mit:

Wärme.	Expansivkraft des Weingeistdampfes.
0° ———	0,00 Zoll
10° ———	0,45
20° ———	1,52
30° ———	3,40
40° ———	6,90
50° ———	12,93
60° ———	23,05
70° ———	39,40
80° ———	63,80
90° ———	98,00

46) Wenn man den (41) erwähnten Dampfbarometer nicht ganz von Luft evacuiret, sondern die Oeff-

nung e verschließet, bevor der innere Raum der Gefäße bloß mit Wasserdämpfen erfüllt ist, so kann man nach dem (41) beschriebenen Verfahren die durch die Veränderung der Temperatur bewirkte Elasticität der feuchten Luft untersuchen. Zieht man hiervon die aus der (36) angegebenen Ausdehnung der trockenen Luft berechnete Elasticität ab, so bleibt die Elasticität des mit mit der Luft vermischten Wasserdampfes übrig. Auf diese Weise habe ich die folgenden Resultate gefunden. (Man sehe meine Abhandl. über die Ausdehnung der feuchten und trocknen Luft in Grens neuem Journal der Phys. 4. B.).

Wärme Therm. nach Reaum.		Elasticität des mit Luft vermischten Wasserdampfes.	
0°	——	0,00	Zoll
10°	——	0,19	
20°	——	0,63	
30°	——	1,43	
40°	——	2,96	
50°	——	5,44	
60°	——	9,85	

Aus diesen Angaben erhellet, daß die Elasticität des mit Luft vermischten Wasserdampfes bis zu 60° geringer ist als die Elasticität des reinen Wasserdampfes bey gleicher Temperatur (43.). Ueber 60° kann man die Elasticität des reinen und des mit Luft vermischten Wasserdampfes ohne merklichen Fehler gleichsetzen. Bey 65° z. B. ist diese 13,91, jene 13,99. Hierauf gründet sich die (37) angegebene Ausdehnung der feuchten atmosphärischen Luft.

47) Aus der Elasticität und dem specifischen Gewicht der Wasserdämpfe läßt sich ihr Einfluß auf die Veränderung des specifischen Gewichts der atmosphärischen Luft bey gegebenem Grad der Wärme und Barometerstand bestimmen. Es sey z. B. der Barometerstand 28 Zoll, die Temperatur 20°, und die Luft sey im

Zustand der größten Feuchtigkeit, so beträgt die Elasticität der Dämpfe 0,63 Zoll oder den 44sten Theil des gesammten Drucks. Es wird sich daher der Raum der Luft zu dem Raum der darin enthaltenen Dämpfe nach dem marriottischen Gesetz = 44 : 1 verhalten. Nach §. 44. sind die Dämpfe des siedenden Wassers 1,75mal leichter als Luft, aber die bey geringerer Hitze gebildeten sind beträchtlich dünner, wie aus der Zersetzung der bey der Siedhitze gebildeten Wasserdämpfe durch eine niedrige Temperatur erhellet.

Ich will annehmen, die Dichte der Wasserdämpfe bey verschiedenen Temperaturen verhalte sich wie ihre Elasticität, so ist das specifische Gewicht der Wasserdämpfe bey 20° = 44 . 1,75 = 77 mal leichter als Luft. Man nenne das specifische Gewicht der Luft = 1, das specifische Gewicht des Dampfes = $\frac{1}{77}$, die Menge der Luft = 44 des Dampfes = 1, so ist das specifische Gewicht der Mischung nach (Hydrost. 54.) gleich der Summe der Gewichte dividiret durch die Summe der Räume $= \frac{44 . 1 + 1 . \frac{1}{77}}{44 + 1} = 0{,}978$, oder das specifische Gewicht der Luft wird um 0,022 sehr nahe $\frac{1}{45}$ kleiner, wenn die Luft bey einer Temperatur 20° von der größten Trockenheit zur größten Feuchtigkeit übergeht.

48) Anmerkung. Die Aenderung, welche die Wärme in dem specifischen Gewicht der Luft hervorbringt, ist sehr verschieden, je nachdem der Grad der Feuchtigkeit der Luft verschieden ist. Sie ist den Ausdehnungen der Luft durch die Wärme proportional und beträgt bey einer mittlern Feuchtigkeit der Luft = 60 (§. 37.) für 20° Temperaturerhöhung 0,1029, für 1 Grad 0,0051 des specifischen Gewichtes bey der Eiskälte.

49) Die Menge der Feuchtigkeit oder der wässerigen Dünste in der Luft anzuzeigen, dienen die Hygrometer.

Es gründen sich diese Werkzeuge auf die Erfahrung, daß Körper, welche einer feuchten Luft ausgesetzt sind, ihr einen Theil der wässerigten Dünste entziehen, und selbst feucht werden. Sollen die Hygrometer vollkommene Werkzeuge seyn, so müssen sie nicht nur unter einander vergleichbar seyn, sondern man muß auch von ihrer Anzeige auf die wirkliche Menge der in der Luft enthaltenen Feuchtigkeit schließen können. Was hierzu erfordert wird, und wie weit wir berechtiget sind, den bisher bekannten Hygrometern diese Eigenschaft zuzuschreiben, wird das Folgende lehren.

Ein Körper wird feucht, wenn seine Substanz vom Wasser (oder einer andern Flüssigkeit, jedoch ist hier nur von ersterer die Rede) mehr und weniger durchdrungen wird. Dieß kann entweder dadurch geschehen, daß der Körper mit dem Wasser in unmittelbare Berührung kommt, oder wenn er dem Wasserdampf, oder einer mit wässerigten Dünsten vermischten Luft ausgesetzt wird. Die Menge des Wassers, welche ein Körper unter diesen Umständen einsaugt, hängt keineswegs bloß von der Menge der im umgebenden Mittel enthaltenen Feuchtigkeit, sondern auch von der anziehenden Kraft des Körpers gegen das Wasser, und von der Temperatur des Körpers und des umgebenden Mittels ab. Man tauche den Finger ins Wasser, so zieht man ihn benetzt wieder heraus. Bestreicht mau den Finger vor dem Eintauchen mit einem fetten Oel, so wird man ihn unbenetzt aus dem Wasser hervorziehen. Man tauche ein kaltes Eisen ins Wasser, so kommt es ganz benetzt wieder heraus, man erhitze das Eisen bis zum Weißglühen, tauche es schnell unter Wasser und ziehe es eben so schnell wieder hervor, es wird ganz trocken herauskommen, oder wenn einige Tropfen Wasser daran hängen sollten, so werden diese sehr bald verschwinden. Der mit Oel beschmierte Finger wird nicht naß, weil das Oel eine geringere anziehende Kraft gegen das Wasser äussert,

als die Theilchen des Wassers unter sich haben. Das glühende Eisen wird nicht naß, weil seine Hitze so groß ist, daß die umgebende Wasserschicht augenblicklich in Dampf (zum Theil wie die Chemie lehret, in entzündbare Luft) verwandelt wird. Läßt man das Eisen so lange im Wasser bis es sich unter die Siedhitze abgekühlet hat, so zieht man es naß heraus, und die Feuchtigkeit bleibt desto länger an ihm hängen, je kälter es geworden ist. Ganz was ähnliches bemerkt man, wenn man die Körper nicht unmittelbar ins Wasser, sondern in eine feuchte Luft bringt. Ein geglühtes die Feuchtigkeit stark anziehendes Salz wird bey einerley Temperatur in derselben Luft feucht werden, in welcher Holz, Metall oder gar ein fettiger Körper ganz trocken bleiben.

Man nehme zwey polirte Metalle von gleicher Beschaffenheit, erwärme das eine, und erkälte das andere über und unter die Temperatur der umgebenden Luft, bestreiche das Erwärmte mit etwas Feuchtigkeit und setze das Erkältete der Wirkung der Luft aus, so wird jenes in derselben Luft trocknen, in welcher dieses feucht wird. Die Wärme des erhitzten Metalles wird nämlich die darauf gebrachte Feuchtigkeit in Dämpfe auflösen und wegführen, indeß das kältere Metall den mit der Luft gemischten Wasserdampf seiner Wärme beraubt und sein Wasser anzieht.

50) Aus den angeführten Erscheinungen lassen sich folgende Grundsätze für die Verfertigung der Hygrometer ziehen. Der zum Hygrometer anzuwendende Körper muß so fein und so empfindlich gegen die Wärme seyn, als es die Luft ist, damit er alle Veränderungen der Temperatur eben so schnell als die Luft annimmt. Er muß wo möglich dieselbe anziehende Kraft gegen die Feuchtigkeit besitzen als die Luft selbst, oder, da dieses sehr schwer auszumachen seyn möchte, so muß wenigstens das Verhältniß des Gangs des Hygrometers und der umgebenden Luft zur Feuchtigkeit durch unmittelbare

Versuche bekannt seyn. Zur Vergleichbarkeit der Hygrometer wird ferner erfordert, daß ihre Scale feste Puncte und eine bestimmte Eintheilung habe.

Man kann die bisher bekannten Hygrometer unter drey Classen bringen; 1) solche, die die Feuchtigkeit der Luft durch die Vermehrung ihres Gewichtes anzeigen, 2) gewundene Körper, die sie durch Aufwinden ihren Fäden, oder 3) fadenartige oder bandförmige Körper, welche sie durch Verlängerung oder überhaupt Vergrösserung ihres Volumens angeben. Unter der ersten Classe verdienet das Lowitzische Hygrometer erwähnt zu werden. Lowitz fand an den Ufern der Wolga einen blauen Thonschiefer, welcher die Feuchtigkeit sehr stark anzog. Er brachte ein Stückchen von diesem Schiefer, welches glühend 175 Gran, unter Wasser getaucht 247 Gran wog, an eine empfindliche Wage, und maß die Zunahmen der Feuchtigkeit in Granen und Zehntheilen derselben durch eine besondere Vorrichtung vermittelst eines silbernen Kettchens, das mit dem einen Ende an der Wage, mit dem andern an dem Gestell derselben befestiget und durch einen Schieber daran beweglich war. Lowitz gesteht indessen selbst, daß er diesen Schiefer sonst nirgendwo gefunden habe. Ueberhaupt läßt sich gegen die erste Classe der Hygometer der Einwand machen, daß das Verhältniß zwischen der Vermehrung ihres Gewichtes und der in der Luft enthaltenen Feuchtigkeit noch gar nicht bestimmt ist, daß es schwer fällt, zwey Körper zu erhalten, welche durchaus dieselbe Verwandtschaft gegen die Feuchtigkeit äussern und bey fortgesetztem Gebrauch behalten, und endlich, daß die Anwendung dieser Hygrometer, minder bequem ist, als der Hygrometer der beyden übrigen Classen. Unter die zweyte Klasse gehöret die gröβte Zahl von Hygrometern, von hänfnen Stricken, Darmsaiten, und dergleichen. Man befestigt sie an einem Ende, und bringt am andern einen Zeiger an, der durch das Umdrehen des Strickes oder der Saite, indem diese Körper durch die Feuchtigkeit sich aufwinden, herumgeführet wird. Da aber alle diese Werkzeuge, selbst das Lambertische nicht ausgenommen, keine vergleichbare Werkzeuge sind, so übergehe ich sie. Saussüre und Deluc haben unstreitig das Verdienst, daß sie nicht blos das Hygrome-

ter, sondern auch die Hygrometrie auf richtigere Grundsätze zurückführten.

Der erstere (m. s. Versuch über die Hygrometrie d. Uebers. Leipz. 1784.) wählte nach vorläufigen Untersuchungen anderer Körper das menschliche Haar zum Hygrometer. Es ist, wenn es vorher durch Sieden in einer Lauge von 30 Unzen Wasser und 7½ Scrupel Sodasalz seiner natürlichen Fettigkeit beraubt ist, gleich empfindlich für die Feuchtigkeit und Wärme, und setzt sich daher sowohl in Hinsicht der einen als der andern mit der umgebenden Luft schnell ins Gleichgewicht. Saussüre fand, daß ein gehörig gelaugtes Haar durch die größte Wirkung der Feuchtigkeit sich um 0,024 bis 0,025 seiner Länge ausdehnte. Ein Grad Aenderung der Wärme des 80theiligen Thermometers dehnt es hingegen nur um 0,000019 seiner Länge aus. Man kann daher den Einfluß der Wärme auf die Verlängerung des Haares ohne merklichen Fehler bey Seite setzen. Um die Veränderungen des Haares durch die Feuchtigkeit merklicher und zugleich das Instrument transportabel zu machen, giebt Hr. v. Saussüre seinem Hygrometer folgende Einrichtung. An einem viereckigten metallenen Rahmen A B C D Fig. 28. der sich nach der Länge des Haares richtet, die 10 — 12 Zoll beträgt, ist oben eine Ziehschraube f mit einem metallenen Lappen e befestiget, in welchen das eine Ende des Haares eingeklemmt ist. Das andere Ende desselben ist an dem Umfang einer halbkreisförmigen Rolle c befestiget, die um ihren Mittelpunct a, an einer am Gestell befestigten Gabel frey beweglich ist. Die andere Hälfte der Rolle bildet einen Zeiger a b welcher der Rolle genau das Gleichgewicht hält. Der Halbmesser der Rolle beträgt ½ Zoll, die Länge des Zeigers 2 — 3 Zolle. Der Zeiger spielet an einem in 100 gleiche Theile getheilten Kreisbogen her. Der Umfang der Rolle ist, wie Fig. 27. III. zeigt, doppelt eingeschnitten. In der einen Rinne ist, wie schon gesagt, das eine Ende des Haares befestigt, in der andern hängt ein an einem Seidenfaden befestigtes Gegengewicht d von 3 — 4 Gran herab. Das Gewicht dreht die Rolle und den Zeiger, wenn sich das Haar durch die Feuchtigkeit verlängert, wird aber bey der Verkürzung des Haares durch die Trockenheit gehoben, und der Zeiger dreht sich

zugleich auf die entgegengesetzte Weise. Wenn man das Instrument transportiren will, so biegt man den Zeigeiger herunter, wodurch das Haar locker wird, und hält ihn durch eine von hinten an die Rolle eingreifende Zange fest. Die festen Puncte der Scale, nämlich 100 der Feuchtigkeit und 0 der Trockenheit, bestimmt Saussüre folgendermassen:

Er bringt das Hygrometer unter eine gläserne Glocke über ein Gefäß voll Wasser, und befeuchtet den ganzen innern Raum der Glocke mit einem nassen Schwamm. Die eingeschlossene Luft nimmt bald so viel Feuchtigkeit an, als sie nur anzunehmen im Stande ist, und das Hygrometer kommt nach Verlauf von einer Stunde, wenn man Sorge trägt, daß sich die Temperatur des Apparats während der Zeit nicht ändert, auf den Punct der größten Feuchtigkeit, welchen man bemerkt. Führe das Haar nach Verlauf von 6 und mehreren Stunden fort, sich zu verlängern, so ist es zu stark gelaugt worden und taugt nicht, oder käme es, nachdem es den Punct der größten Feuchtigkeit erreicht hat, wieder zurück, so taugt es eben so wenig. Saussüre schreibt die Rückgängigkeit einer zu starken Dehnung der Haare zu. Den Punct der größten Trokkenheit oder das 0 der Scale findet Saussüre, indem er sein Hygrometer in eine durch geglühtes Laugensalz getrocknete in gläsernen Gefäßen eingeschlossene Luft bringt, wo es nach zwey bis dreymal 24 Stunden zu einem festen Stand kommt. Um sich zu versichern, daß dieß der Punct der größten Trockenheit sey, bringt er den ganzen Apparat in eine höhere Temperatur; wenn das Laugensalz alle Feuchtigkeit aus dem Hygrometer und der Luft unter der Glocke angezogen hat, so wirkt die Wärme blos thermometrisch auf das Haar und dehnt es aus: befindet sich hingegen noch etwas Feuchtigkeit im Hygrometer und der eingeschlossenen Luft, so wird dieselbe durch die vermehrte Wärme in Dämpfe aufgelöset, und das Haar des Hygrometers verkürzt sich oder geht zur Trockenheit. In diesem Falle muß man aufs neue frisch geglühtes Laugensalz unter die Glocke bringen.

Der Zwischenraum zwischen den so bestimmten festen Puncten wird hierauf in 100 gleiche Theile getheilet. Auf die Weise hat Hr. v. Saussüre mehrere Hygrometer verfertigt, welche vollkommen mit einander übereinstimmten.

51) Um aus dem Gang des Haarhygrometers auf die in der Luft enthaltene Feuchtigkeit schließen zu können, stellte Hr. von Saussüre folgende Untersuchungen an.

Er brachte in einen großen gläsernen Ballon, dessen innerer Raum über 4 pariser Cubikfuß hielt, ein Hygrometer, Thermometer und Barometer. Die Scalen und Theile dieser Werkzeuge waren alle von Glas und Metall, so daß ausser dem Haar des Hygrometers und der eingeschlossenen Luft kein Körper sich unter dem Ballon befand, welcher Feuchtigkeit hätte einsaugen und dadurch den Stand des Hygrometers stöhren können. Die Luft in dem Ballon wurde durch geglühte Salze so gut wie möglich getrocknet, und hierauf ein Stückchen mit Wasser befeuchtete Leinwand, deren Gewicht zuvor bestimmt wurde, statt der austrocknenden Salze in den Ballon gebracht. Indem das Wasser verdünstete, gieng das Hygrometer zur Feuchtigkeit, und das Queckſilber im Barometer stieg. Das Thermometer gieng nur sehr wenig zur Kälte, vermöge der Wirkung der Ausdünstung, indem Sorge getragen wurde, daß sich die Temperatur des ganzen Apparats während dem Versuch nicht änderte. Die Veränderungen des Hygrometers und das Steigen des Barometers waren daher blos die Wirkung des sich bildenden Wasserdampfes. Herr von Saussüre bemerkte von Zeit zu Zeit nicht nur den Stand dieser Werkzeuge, sondern bestimmte auch die Menge der verdünsteten Feuchtigkeit durch die Wage. Dieß setzte ihn in den Stand, die folgende Tafel über den Gang des Haarhygrometers und der in der Luft enthaltenen Feuchtigkeit zu liefern:

Grade des Hygrometers.	Gewicht des Wassers in 1 Cub. fuß Luft bey 15,16° therm.	Gewicht des Wassers in 1 Cub. fuß Luft bey 6,18° therm.
10	0,4592	0,2545
20	1,0926	0,6349
30	1,7940	1,0833
40	2,5634	1,5317
50	3,4852	2,0947
60	4,6534	2,7159
70	6,3651	3,3731
80	8,0450	4,0733
90	9,7250	4,9198
98	11,0690	5,6549

Aus dieser Tafel erhellet, daß ein par. Cubikfuß Luft, in welchem das Haarhygrometer vom Punct der größten Trockenheit bis zum Punct der größten Feuchtigkeit geht, bey einer Temperatur von 15,16° nicht mehr als 11 Gran Wasserdampf enthalt, und halb so viel bey einer Temperatur von 6,18 Grad. Indem ein Cubikfuß Luft bey 15° Wärme 11 Gran Wasserdampf aufnahm, wodurch das Hygrometer um 98° zur Feuchtigkeit gieng, stieg das eingeschlossene Barometer von 27 Zoll auf 27 Zoll 6 Linien. Folglich vermehren bey dieser Temperatur die Dämpfe die Elasticität der Luft von der größten Trockenheit bis zur größten Feuchtigkeit um $\frac{1}{54}$. Vergleicht man die Elasticität der mit Luft vermischten Dämpfe im Saussürischen Versuch mit der Expansivkraft des reinen Wasserdampfes nach meinen Versuchen, welche bey 15° = 0,56 Zoll ist, so findet man nur 0,06 Zoll Unterschied. Dagegen finde ich die Expansivkraft des mit Luft vermischten Wasserdampfes bey 15° nur 0,36 Zoll, 0,14 kleiner als Saussüre. Sollte vielleicht der Unterschied daher rühren, daß Saussüre sich eines sehr großen Ballons bediente, bey welchem es sehr schwer hält, durchaus eine gleichförmige Temperatur hervor zu bringen? Immer beweisen unsere Versuche, daß der Wasserdampf als ein von der Luft unabhängiges Fluidum blos durch physische Adhäsion mit ihr verbunden ist.

52) Da die Erhöhung der Temperatur bey einer gleichen Menge von Feuchtigkeit das Hygrometer zur Trockenheit führet, so stellte Saussüre noch besondere Versuche an, um den Einfluß der Wärme auf das Hygrometer zu bestimmen.

Er schloß dieß Werkzeug in eine bis auf 25° ausgetrocknete Luft, der er nach und nach Feuchtigkeit bis zur Sättigung beymischte, ein, und bemerkte, was für Veränderungen eine Erhöhung oder Erniedrigung der Temperatur von 5 zu 5 Graden am Hygrometer hervorbrachte. Hieraus ergab sich folgende Tafel:

Grad des Hygrometers.	Veränderung für 1° Wärme.	Grad des Hygrometers.	Veränderung für 1° Wärme.
25	0,450	63	1,716
26	0,438	64	1,750
27	0,517	65	1,783
28	0,550	66	1,816
29	0,538	67	1,850
30	0,616	68	1,883
31	0,650	69	1,916
32	0,683	70	1,950
33	0,716	71	1,983
34	0,750	72	2,016
35	0,783	73	2,054
36	0,816	74	2,098
37	0,850	75	2,145
38	0,883	76	2,196
39	0,916	77	2,251
40	0,950	78	2,311
41	0,983	79	2,374
42	1,016	80	2,441
43	1,050	81	2,494
44	1,083	82	2,545
45	1,116	83	2,594
46	1,150	84	2,642
47	1,183	85	2,698
48	1,216	86	2,734
49	1,250	87	2,777
50	1,283	88	2,819
51	1,316	89	2,860
52	1,350	90	2,899
53	1,383	91	2,937
54	1,416	92	2,973
55	1,450	93	3,008
56	1,483	94	3,042
57	1,516	95	3,074
58	1,550	96	2,427
59	1,583	97	1,780
60	1,616	98	1,552
61	1,650	99	1,324
62	1,683	100	1,096

Den Gebrauch dieser Tafel wird das folgende Beyspiel erläutern. In einem geheizten Zimmer, dessen Temperatur + 12° R. ist, stehe das Haarhygrometer 63°, in freyer Luft bey einer Temperatur von 2° auf 78 Grad. Es fragt sich, wo ist die Luft am feuchtesten? Man reducire den Stand des Hygrometers im Zimmer auf die Temperatur der freyen Luft, indem man aus der Tafel sieht, daß 1 Grad der Wärme

bey 63° Hygrom.	1,716
und bey 78° Hygrom.	2,311
also im Mittel	2,013

Grade Aenderung giebt; dieß mit 10° als dem Unterschied der Temperatur multipliciret, giebt 20 Grad des Hygrometers, welche man zur Anzeige desselben in der erhöhten Temperatur zusetzen muß, um den Stand auf die niedrigere zu reduciren. Folglich erhält man 83 Grad Feuchtigkeit für die Luft im Zimmer, wenn die Temperatur bis zu 2° herabsänke. Hieraus erhellet, daß die Luft im Zimmer 5 Grad absolut feuchter ist, als die äussere, und nur relativ trockner durch die erhöhte Temperatur ist.

53) Anmerkung. Herr De Luc hat in seinen neuen Ideen über die Meteorologie und besonders in einer Abhandlung der philosophischen Transactionen für das Jahr 1791. sehr lehrreiche Bemerkungen über die Hygrometrie, und das Hygrometer geliefert. Er verkennt die Verdienste von Saussüre um diese Wissenschaft nicht, macht aber Erinnerungen gegen die Anwendung des Haars als Hygrometer, und gegen die Saussürische Bestimmung des Punctes der größten Feuchtigkeit. Hr. De Luc zeigt nämlich durch eine Reihe von Versuchen, welche er über eine Menge vegetabilischer und thierischer Substanzen, die er theils der Länge, theils der Queere der Fibern nach genommen hatte, anstellte, daß alle Fäden (Fibern nach der Länge) bey immer zunehmender Feuchtigkeit endlich stille stehen, und selbst früher oder später anfangen rückgängig zu werden, dahingegen die Streifen (Fibern nach der Queere durchschnitten) durch die Feuchtigkeit beständig sich verlängern, und endlich zu einem vollkommnen Stillstand gelangen. Dieses sonderbar scheinende Phänomen erkläret er sehr gut aus dem Bau der organi-

schen Körper, welche aus Fäden, die durch Queerfibern verbunden sind, eine Art von netzförmigem Geflechte bildet, auf das die eindringende Feuchtigkeit eine doppelte Wirkung äussert. Erstens, verlängert sie durch ihr Eindringen die Fibern und dadurch den ganzen Körper, zweytens, erweitert sie die Maschen des Netzes und verkürzt dadurch den Körper. Es kommt also blos auf das Verhältniß der beyden Wirkungen an, welche die überwiegende werden soll. Bey sehr langen und dünnen Fäden, wie das menschliche Haar ist, beträgt die Verlängerung der Fibern anfänglich ungleich mehr, als die Verkürzung durch die Erweiterung der Maschen, nachdem aber die Fibern bereits so viel Feuchtigkeit eingenommen haben, als ihre Structur erlaubt, so kann die Erweiterung der Maschen, und die dadurch entstehende Verkürzung noch fortdauern, alsdann fängt der fadenartige Körper an rückgängig zu werden. Bey sehr dünnen Streifen, wo die Längenfibern alle queer durchschnitten sind, fällt die erste Wirkung der Feuchtigkeit ganz weg, und es bleibt blos die Erweiterung der Maschen übrig, welche hier die Verlängerung der hygrometrischen Substanz hervorbringt, daher nimmt die Länge der Streifen mit der Feuchtigkeit beständig zu. Unter den Streifen giebt Hr. De Luc den Fischbeinstreifen den Vorzug, theils weil sie sehr empfindlich gegen die Feuchtigkeit sind, (ihre Verlängerung vom Punct der Trockenheit bis zum Punct der größten Feuchtigkeit beträgt $\frac{1}{8}$ ihrer ganzen Ausdehnung) theils weil sie sehr beständig sind, (ein von einem solchen Streifen verfertigtes Hygrometer kam nach 10 Jahren wieder genau auf den Punct seiner größten Feuchtigkeit zurück) und endlich weil die Fischbeinstreifen so dünn gearbeitet werden können, daß sie bey einer Länge von 6 — 8 Zollen die Dicke eines mäßig starken Blattes Papier nicht übertreffen. Gegen die Bestimmung des Saussürischen Punctes der Feuchtigkeit erinnert Herr De Luc, daß die Gränze der Verdünstung des Wassers in der eingeschlossenen sowohl als freyen Luft, bey einer über dem Gefrierpunct merklich erhabnen Temperatur von dem Punct der äussersten Feuchtigkeit beträchtlich verschieden seyn könne. Dieser werde nur durch die unmittelbare Berührung des Hygrometers mit dem Wasser, oder einem zu sichtbaren Wasserdunst verdichteten Nebel hervorgebracht. Er bestimmt daher den Punct der äussersten

Feuchtigkeit bey seinen Fischbeinstreifen durch Eintauchen in Wasser, und bringt deswegen die Welle mit dem beweglichen Zeiger oben am Hygrometer an. Den Punct der größten Trockenheit bestimmt er durch frisch gebrannten ätzenden Kalch, welcher die Luft zwar langsamer, aber vollkommner als Laugensalz austrockne. Die Eintheilung zwischen den festen Puncten, und die ganze äussere Gestalt des Werkzeugs haben die Delucischen Hygrometer mit den Saussürischen mit der Welle gemein. Es ist nämlich der Fischbeinstreifen unten an einem beweglichen Queerstück des metallenen Gestelles befestigt, das obere Ende des Streifens ist zwischen eine metallene Zange eingeklemmt, und diese selbst wieder vermittelst eines feinen Messingdrathes mit der beweglichen Welle des Zeigers in Verbindung gesetzt. An derselben Welle, etwas zur Seite, wirkt eine aus vergoldetem Silberdrath gewundene Feder, und spannt den Streifen mit einer Kraft von 12 Gran.

Ich setze eine von Hrn. De Luc angestellte Vergleichung seines Hygrometers mit dem Saussürischen her.

Fischbeinstreifen		Haar
0	———	0
10	———	29,4
20	———	50,4
30	———	68,8
40	———	78,3
50	———	86,1
60	———	91,6
70	———	95,6
80	———	98,0
85	———	100,0
90	———	* 100,0
95	———	99,3
100	———	98,3

Aus dieser Tafel erhellet, daß der Gang des Haares bey gleichen Aenderungen des Fischbeinstreifens abnehmend, und bey 90° des erstern selbst rückgängig wird. Indessen gesteht Hr. De Luc selbst ein, daß es noch nicht erwiesen sey, ob der Gang des Fischbeinstreifens den wirklichen Zunahmen der Feuchtigkeit in der Luft völlig proportional sey. Nun hat Herr von Saussüre durch die oben angezeigten Versuche das Verhältniß

hältniß des Ganges der Haarhygrometer gegen die Feuchtigkeit in der Luft auszuforschen gesucht. Es wird daher sein Werkzeug immer eins der brauchbarsten Hygrometer bleiben, und erst dann durch den Fischbeinstreifen verdrängt werden, wenn durch eben solche, oder, wo möglich, noch genauere Versuche, wie die oben angeführten Saussürischen sind, das Verhältniß der Aenderungen der Fischbeinstreifen zu den wirklichen Zunahmen der Feuchtigkeit in der Luft ausgemacht ist.

54) Anmerkung. Herr Zylius hat gegen das Delucsche Hygrometer, so wie gegen die Hygrometer überhaupt den Einwurf gemacht, daß sie weder die absoluten noch relativen Mengen von Feuchtigkeit in der Luft genau angäben. Er stellt den Grundsatz auf, es könne kein Körper, als nur durch die unmittelbare Berührung des Wassers feucht werden. Das Hygrometer zeige also nur das mechanisch mit der Luft vermischte Wasser, aber nicht die Dämpfe, und noch viel weniger das durch chemische Anziehkraft in der Luft aufgelöste Wasser an. Hiergegen läßt sich kurz antworten, daß noch keine von Hrn. Zylius Behauptungen erwiesen ist. Es ist hier der Ort nicht, mich in eine umständliche Erörterung des Streits einzulassen.

55) Sowohl durch die Wärme, als durch die Feuchtigkeit, besonders durch beyde vereinigt, kann nach §. 47. 48. das specifische Gewicht der Luft beträchtlich verändert werden. Eben dieß wird erfolgen, wenn sich andere luftförmige Flüssigkeiten mit der Atmosphäre vermischen. Otto Guericke hat bereits ein Werkzeug erdacht, welches die Veränderungen in der Dichte der Luft, sie mögen herrühren, von welcher Ursache sie wollen, angiebt, und nennt es daher ein Manometer. An einer empfindlichen Wage Fig. 29. werde ein großer specifisch leichter Körper a (eine hohle Kugel von Glas oder Metall) mit einem kleinen specifisch schweren (Bley oder Queckſilber) bey einer gewissen Beschaffenheit der Luft ins Gleichgewicht gebracht: so wird dieß Gleichgewicht, sobald sich die Dichte der Luft ändert, nicht mehr Statt finden. Denn die Luft werde z. B. dichter, so verlieren beyde Körper a und b mehr von ihrem Ge-

wicht in der Luft, und zwar jeder im Verhältniß seines Raums; b sey = 1 Cubikzoll, a = 1000 Cubikzoll, so verlieret a 1000 mal so viel als b, folglich muß das Uebergewicht auf der Seite von b liegen, wenn die Luft dichter, und umgekehret, wenn sie dünner wird. Zieht man den Raum b von dem Raum a ab, so geben die Veränderungen des Gewichtes an der Wage die Veränderungen der Dichte oder des specifischen Gewichtes der Luft an. Es sey z. B. a — b = 999 Cubikzoll, das Uebergewicht auf der Seite von b betrage 20 Gran, so zeigt dieß, daß 999 Cubikzoll Luft 20 Gran mehr wiegen als zu der Zeit, da das Manometer ins Gleichgewicht gebracht worden war, woraus sich die Veränderung des Gewichtes für einen Cubikfuß Luft leicht herleiten lässet.

56) Anmerkung. Aus dem in vorigem §. Erwähnten erhellet, daß das Guerickische Manometer nur Unterschiede der Dichten der Luft angiebt, und daß man daher das specifische Gewicht der Luft wenigstens einmal (etwa zur Zeit, da man das Manometer aufhängt) auf eine andere Weise z. B. durch die Luftpumpe bestimmen muß, um aus der Angabe des Manometers zu jeder Zeit das Gewicht eines Cubikfußes Luft zu finden. Ich habe in meinen physisch-mathematischen Abhandlungen einen Vorschlag gethan, dem Manometer eine solche Einrichtung zu geben, wodurch es nicht blos Unterschiede der Dichten, sondern auch das specifische Gewicht der Luft selbst anzugeben dienet. Das Wesentliche meines Vorschlags beruht auf folgenden Gründen: An eine empfindliche Wage werde ein hohler leichter Körper A, Fig. 30. (etwa eine Glaskugel) der sich in einen cylindrischen Theil B endigt, dessen Raum zum Raum A ein bekanntes Verhältniß hat, aufgehängt. Es sey z. B. B : A = 1 : 4. In dem cylindrischen Theil B spiele ein Kolben von Korkholz mit Leder umwunden luftdicht auf und ab. Man wiege zuerst den Körper, wenn der Kolben in der Stelle c ist, hierauf bringe man den Kolben in die Stelle d und wiege wieder. Der Unterschied der Gewichte ist dem Gewicht der Luft zur Zeit des Versuchs gleich, welche den Raum B

füllet. Denn so viel verlieret der hohle Körper von seinem Gewicht mehr in der Luft durch die Herausziehung des Kolbens. Der gefundene Unterschied der Gewichte heiße p so hat man aus dem bekannten Verhältniß des Raumes B : A, das Gewicht der den Raum A erfüllenden Luft, zur Zeit der Beobachtung. Bringt man hierauf den Kolben in die anfängliche Stellung c zurück, so läßt sich nun die Vorrichtung als ein gewöhnliches Guerickisches Manometer brauchen.

Von der Höhenmessung durch das Barometer, Thermometer, Manometer.

57) Das Gesetz zu finden, nach welchem sich die Barometerstände vermindern, wenn man sich um gleiche Theile in der Atmosphäre erhebt, unter der Voraussetzung, daß sich die Elasticität und Dichte der Luft durch Wärme, Feuchtigkeit und chemische Mischung nicht ändere, sondern bloß dem marriottischen Gesetz folge.

A I, I II, II III Fig. 31. mögen gleiche Höhen = h bezeichnen, um welche man sich in der Atmosphäre erhebt, die Barometerhöhen an den Stellen A, I, II, III werden durch die Buchstaben, b, b′, b″, b‴ bezeichnet, man sucht das Gesetz derselben.

Vermöge der Voraussetzung des Satzes verhalten sich die Dichten oder specifischen Gewichte der Luft in den Stellen A, I, II, III, wie die Barometerstände, weil sie sich, wie die Pressungen der auf jeder Stelle liegenden Luftsäule verhalten. Man nehme vorerst die Höhen der Luftschichten sehr klein an, so darf man ohne merklichen Fehler voraussetzen, die Dichte in jeder Luftschichte bleibe unverändert, und ändere sich nur plötzlich an den Gränzen der Schichten, z. B. für die Schichte A I gelte die dem Barometerstand b zugehörige Dichte, für I II die dem Barometerstand b′, für II III die dem Barometerstand b″ zugehörige Dichte der Luft u. s. w.

Die Unterschiede der Barometerstände b — b′, b′ — b″, b″ — b‴ oder die Veränderungen in den Höhen der Queckſilberſäulen drucken die absoluten Gewichte der Luftsäulen A I, I II, II III aus, die mit den Queckſilberſäulen im Barometer gleiche Grundflächen haben. Die absoluten Gewichte der Luftsäulchen verhalten sich aber wie die specifischen Gewichte bey gleichen Höhen und Grundflächen (Hydrost. 28.), folglich hat man

1) $b - b' : b' - b'' = b : b'$ ferner

2) $b' - b'' : b'' - b''' = b' : b''$ u. s. w.

Aus der ersten Proportion folgt vermöge (Arithm. 102.)

$$b : b' = b' : b'',$$

aus der zweyten

$$b' : b'' = b'' : b'''$$

das heißt, die Barometerstände bilden lauter zusammenhängende geometrische Verhältnisse, oder sie sind in einer geometrischen Reihe

$$b : b' : b'' : b''' : b^{IV} \text{ — — — —}$$

Da nun in einer geometrischen Reihe alle Glieder, wovon je zwey gleich weit unter einander abstehen, geometrisch proportional sind, z. B.

$$b : b'' = b'' : b^{IV}$$

so erhellet, daß die zusammenhängende geometrische Proportion der Barometerstände nicht bloß für sehr kleine Luftschichten gilt, sondern für Luftschichten von jeder gegebenen Höhe, wenn nur die Höhen unter einander gleich sind.

58) Die Erfahrung hat gelehret, daß man sich von der Oberfläche des Meeres, wo gewöhnlich ein mittlerer Barometerstand von 28 Zoll Statt findet, 77 bis 80 pariser Fuß in der Luft erheben müsse, wenn das Queckſilber im Barometer um eine Linie

sinken soll. Die gefundene Höhe ist veränderlich, weil das specifische Gewicht der Luft durch Wärme, Feuchtigkeit u. dgl. bey einerley Barometerstand verschieden seyn kann. Ich bleibe zur Erläuterung bey der runden Zahl 80 stehen. Man sucht die Größe der Barometerstände, wenn man sich um 1, 2 3 - - - n mal 80 Fuße in der Atmosphäre über die Meeresfläche erhebt.

Die Barometerstände sind vermöge (57) in einer geometrischen Reihe, von welcher das erste Glied = 28 Zoll = 336 Linien, und das zweyte Glied = 335 Linien, folglich der Exponent der Reihe = $\frac{335}{336}$ gegeben ist. Die Reihe sieht daher so aus

$$336 : 336 \cdot \frac{335}{336} : 336 \cdot \left(\frac{335}{336}\right)^2 \ldots 336 \cdot \left(\frac{335}{336}\right)^n$$

n sey z. B. = 10, so ist der Barometerstand, welcher zu 10 . 80 = 800 Fuß über der Meeresfläche gehörte, $336 \cdot \left(\frac{335}{336}\right)^{10}$. Die Zahl, nach Arithm. (148.) durch Logarithmen berechnet, giebt . 326, 12 Linien.

59) Aus dem gegebenen Barometerstand unter der Vorraussetzung des vorigen Paragraphs die zugehörige Höhe zu finden. Man sehe den gegebenen Barometerstand als ein Glied der Reihe (58) an, von dessen Exponent die Potenz n gesucht wird. Die Zahl multiplicire man mit 80, so erhält man die gesuchte Höhe.

Beyspiel. In B Fig. 31. sey der Barometerstand = 300 Linien in A = 336, so setze man $300 = 336 \cdot \frac{335}{336}^n$ oder $\frac{300}{336} = \frac{335}{336}^n$ folglich nach Arithm. 148. log. $\frac{300}{336}$ = n log. $\frac{335}{336}$ und n = log. $\frac{300}{336}$: log. $\frac{335}{336}$
n = log. 300 — log. 336 : log. 335 — log. 336
Die Unterschiede der Logarithmen, welche hier in einander dividiret n bestimmen, sind beyde verneint, und geben einen bejahten Quotienten (Buchstabenrechn. 12.) Man kann des Werthes von n unbeschadet die vernein

ten Unterschiede der Logarithmen beyde als bejaht lesen, das ist, die kleinere Logarithmen von den größern abziehen, so erhält man $n = \log. 336 - \log. 300 : \log. 336 - \log. 335$ die Rechnung giebt $n = 38$ folglich die gesuchte Höhe $= 38 . 80$ Fuß $= 3040$ Fuß.

Allgemein, man nenne an einer beliebigen Stelle B, Fig. 31. den Barometerstand β, an einer andern Stelle C den Barometerstand $\mathfrak{B}$, in A $= b = 28$ Zoll,

man setze $\beta = b . \frac{335}{336}^{n}$

$\mathfrak{B} = b \frac{335}{336}^{m}$

so hat man $n = \frac{\log. b - \log. \beta}{\log. 336 - \log. 335}$

$m = \frac{\log. b - \log. \mathfrak{B}}{\log. 336 - \log. 335}$

die zu β gehörige Höhe $=$

$n . 80$ Fuß $= \frac{80}{\log. 336 - \log. 336} \log. b - \log. \beta$

die zu $\mathfrak{B}$ gehörige Höhe $=$

$m . 80$ Fuß $= \frac{80}{\log. 336 - \log. 335} \log. b - \log. \mathfrak{B}$

folglich B C $=$ A B $-$ A C

$(n - m) 80 = \frac{80}{\log. 336 - \log. 335} \log. \beta - \log. \mathfrak{B}$

weil sich log. b in den Werthen von m und n aufhebt. Dieser Satz in Worten ausgedrückt, heißt: Die Unterschiede der Erhebungen zweyer oder mehrerer Orte über die Meeresfläche verhalten sich wie die Unterschiede der Logarithmen der an den Orten beobachteten Barometerstände, und die Höhen selbst werden ausgedrückt durch den Unterschied der Logarithmen der Barometerstände multipliciret in die durch Erfahrung gefundne Größe $= \frac{80}{\log. 336 - \log. 335}$

Setzt man die zu einer Linie Queckſilberfall bey 28 Zoll Barometerstand gehörige Höhe nicht 80 sondern nur 77,67 par. Fuß, und drückt diese Höhe in Toisen aus $= \frac{12{,}945}{\log. 336 - \log. 335}$ die

12,945 T. so erhält man für

runde Zahl = 10000, und die Formel für die Berechnung der Höhen durch das Barometer verwandelt sich in den bequemen Ausdruck 10000 . log. β — log. B der die gesuchte Höhe unmittelbar in Toisen, und Decimaltheilen von Toisen giebt.

60) Anmerkung. Tobias Meyer in Göttingen ist zuerst auf die vorstehende Formel gekommen. De Luc ist, ohne von Meyers Bemühungen etwas gewußt zu haben, aus seinen vielfältigen in den Schweizergebürgen angestellten Erfahrungen auf dasselbe Gesetz gekommen, jedoch mit der Einschränkung, daß es nur für eine mittlere Wärme der Luft von $16\frac{3^\circ}{4}$ der 80theiligen Scale gelte, und die mittlere Wärme bestimmt De Luc durch das arithmetische Mittel zwischen dem oben und unten in der Sonne beobachteten Thermometerstand. Für jeden Grad Unterschied der Wärme über oder unter der Normaltemperatur zieht De Luc $\frac{1}{212}$ von der nach der Meyerschen Formel berechneten Höhe ab, oder setzt sie ihr zu, weil er durch Erfahrung gefunden zu haben glaubt, daß die Wärme die Luft nach diesem Verhältniß ausdehne. Noch ist bey dem Gebrauch des Barometers zu Höhenmessungen zu bedenken, daß sich das specifische Gewicht des Queckfilbers durch die Wärme ändere. De Luc hat die Ausdehnung einer Queckfilbersäule von 28 Zoll durch eine Temperaturerhöhung vom Eis bis zum Siedpunct = 6 Linien gefunden. Wiederholte genauere Erfahrungen von mehreren Naturforschern geben nur 5,5 Linien. Da dieses der 0,0164te Theil von der ganzen Queckfilberhöhe ist, so kommt auf einen Grad Wärme nur der 0,000205te Theil. Man muß sich über eine Temperatur vereinigen, welche man bey der Beobachtung des Barometers zum Grund legen will. De Luc nimmt hierzu die mittlere Wärme von 10° an, unter dieser Bedingung druckt das Product aus dem Unterschied der beobachteten Temperatur von 10° in den 0,000205ten Theil der beobachteten Queckfilberhöhe die Größe aus, um welche die beobachtete Barometerhöhe vermehret oder vermindert werden muß, je nachdem die beobachtete Temperatur über oder unter 10° ist. Noch ist zu bemerken, deß man die Temperatur des Queckfilbers, dnrch ein auf dem Bret des Barometers befindliches Thermometer, die

Temperatur der Luft durch ein in der Luft aufgehängtes Thermometer bestimmen müsse.

Die Barometerstände der Orte, deren Höhe über einander man finden will, müssen zu gleicher Zeit beobachtet werden, oder man muß die unveränderlichen mittlern Barometerstände wählen. Ich will die Deluc=sche Methode, die Höhen durch das Barometer zu mes=sen, durch ein Beyspiel erläutern.

Im Julius 1793 beobachtete ich auf dem Feldberg (einem der höchsten Berge in den Rheingegenden unweit Frankfurt am Mayn) das Barometer, indessen einer meiner Freunde es zu gleicher Zeit in Giessen beobachtete. Die beyden zur Beobachtung gebrauchten Heberbarome=ter waren vorher gegen einander verglichen worden, und der kleine Unterschied ihres Standes von einigen Zehntheilen einer Linie wurde gehörig in Rechnung ge=bracht. Hiernach war am 3 Julius 1793. Morgens 9 Uhr

	der Stand des Barometers			des Thermometers am Barometer in der Luft		im Schatten
in Giessen	27 Z.	11,9 Linien	—	$18\frac{3}{4}°$	—	17°
auf dem Berg	25 Z.	8,5 —	—	$16\frac{1}{2}$	—	$14\frac{3}{4}$

Es herrschte während der Beobachtung auf dem Berge ein heftiger Westsüdwest=Wind, und das Saussür. Hy=grometer stand $78\frac{1}{2}°$. Derselbe Wind war auch in Giessen, aber minder heftig bemerklich. Der Barome=terstand in Giessen ist schon wegen der Ausdehnung des Queckſilbers corrigiret, und giebt in Linien ausgedrückt = 335,9, der Barometerstand auf dem Berge in Linien = 308,5 muß mit (16,5 − 10) 0,000205 multipliciret werden, um die Correction, wegen der Ausdehnung des Queckſilbers zu finden, sie ist 0,4 Linien, folglich der corrigirte Barometerstand auf dem Berge 308,1 und die Höhe des Berges über Giessen 10000 log. 335,9 — log. 308,1 = 375,183 Toisen ohne die Correction wegen der Wärme der Luft. Die mittlere Wärme der Luft ist $17\frac{5}{8}°$, folglich die Correction der Höhe nach De Luc $\frac{7}{8} \cdot \frac{1}{215} \cdot 375,183 = 1,526$ und die corrigirte Höhe des Feldbergs über Giessen 375,183 — 1,526 = 373,657 Toisen = 2241,942 par. Fuß. Der mittlere Barome=terstand von Giessen ist nach meinen Beobachtungen (14 Anmerk.) 27 Z. 7,3 L. folglich die Höhe von Giessen über

dem Meer = 10000 log. 336, — log. 328,7 = 572,34 par. Futz, und die Höhe des Feldbergs über der Meeresfläche = 2814 par. Fuß.

61) Anmerkung. Andere Naturforscher nehmen eine andere Normaltemperatur und Ausdehnung für die Luft, als De Luc, an. Trembley findet aus der Vergleichung von vielen Beobachtungen von Saussüre De Luc, Roy und Schuckburgh die Normaltemperatur der Luft, bey welcher die Meyerische Formel ohne Correction gelte, nur $11\frac{1}{4}°$ Reaum. und für die Correction wegen der Ausdehnung der Luft durch die Wärme setzt er $\frac{1}{192}$ der gefundnen Höhe. Ich übergehe die Angaben mehrerer Naturforscher, und bemerke nur überhaupt, woher die Unterschiede in diesen Angaben rühren. Erstens erhellet, daß wegen dem veränderlichen specifischen Gewicht der Luft durch Feuchtigkeit und chemische Mischung die zu einer Linie Queckfilberfall im Barometer gehörige Höhe einer Luftsäule an der Oberfläche der Erde veränderlich sey. Hieraus folgt, daß man entweder die Zahl, welche in den Unterschied der Logarithmen der Barometerstände multipliciret werden muß, um die Höhe zu finden, nach dem specifischen Gewicht der Luft verändern, oder wenn man diese Zahl unveränderlich = 10000 setzt, für jedes specifische Gewicht der Luft eine andere Normaltemperatur annehmen müsse, bey welcher die Formel eintrifft. Zweytens kommt hier folgender Umstand in Betracht, der bisher von allen Naturforschern, die sich mit der Höhenmessung durch das Barometer beschäftiget haben, vernachläßiget worden zu seyn scheint. Die Ausdehnung der Luft durch die Wärme ist mit der Temperatur und dem Grad der Feuchtigkeit veränderlich, weil unsere Atmosphäre nie rein von Wasserdämpfen ist.

Aus der (37) mitgetheilten Tafel folgt die mittlere Ausdehnung der Luft in den ersten 20 Graden des Reaum. Thermometers für 1° Temperaturänderung bey

20°	Feuchtigkeit	= 0,004694
40°	— —	= 0,004970
60°	— —	= 0,005147
80°	— —	= 0,005374

De Lucs Correction nimmt die Ausdehnung der Luft = 0,004651 Trembley's 0,00521 an. Da nun die

Atmosphäre den Beobachtungen zufolge nur sehr selten in einer bis zu 20° am Hygrometer gehender Trockenheit, sondern im Mittel zwischen 60° — 80° Hygrom. bleibt, so erhellet, daß die Trembleyische Correction sich in den meisten Fällen der Wahrheit mehr als die Deluccische nähern werde. In aller Strenge kann es aber keine beständige Correction geben, sondern diese muß ebenfalls nach der Temperatur und der Feuchtigkeit veränderlich seyn. Bedenkt man nun, daß unsre bisherigen Hygrometer den absoluten Grad der Feuchtigkeit nur unvollkommen angeben, so erhellet, daß die Höhenmessung durch das Barometer nach dem gegenwärtigen Zustand der Wissenschaft keine vollkommene Schärfe gewähret, sie wird indessen in vielen Fällen, wenn man sich der von Trèmbley verbesserten Methode bedienet, nur wenig von der Wahrheit abweichen, und verdienet immer wegen ihrer großen Einfachheit empfohlen zu werden. Auch gewähret die barometrische Höhenmessung vor der schärfern trigonometrischen den Vortheil, daß man die Höhen über unsrer ganzen Erdfläche mit einander vergleichen kann, indem man sie auf die gemeinschaftliche Meeresfläche reduciret. Das im vorigen Paragraph angeführte Beyspiel nach Trembleys Methode berechnet sieht so aus. Die Höhe des Bergs nach Meyers Formel = 375,183 Toisen, Correction nach Trembley $\frac{6\frac{1}{8}}{192}$. 375,183 = 12 Toisen, folglich die corrigirte Höhe des Bergs über Giessen = 363,183 Toisen = 2179,098 paris. Fuß und die Höhe des Bergs über dem Meer = 2751 par. Fuß.

Aus der Höhenmessung durch das Barometer fliesset noch eine Methode, das specifische Gewicht der Luft zu bestimmen. Man messe eine nicht zu große Höhe von 100 — 300 Fuß recht genau trigonometrisch, und beobachte den zu ihr gehörigen Unterschied des Barometerstandes, und sage, das specifische Gewicht der Luft verhält sich zum specifischen Gewicht des Queckfilbers umgekehret wie die Höhe der Queckfilbersäule zur Höhe der Luftsäule. Beyspiel: Aus der angegebenen Formel für die Höhenmessung durch das Barometer folgt das Gewicht einer Queckfilbersäule von 1 Linie Höhe gleich dem Gewicht einer Luftsäule von 78 pariser Fuß sehr nahe. Hieraus hat man 1 : 12 . 12 . 78 wie das

specifische Gewicht der Luft zum specifischen Gewicht des Queckſilbers, daher die Luft 11232mal leichter als Queckſilber; ſetzt man nun das ſpecifiſche Gewicht des Queckſilbers in Vergleichung gegen das ſpecifiſche Gewicht des Waſſers = 13,5 ſo findet man die Luft $\frac{11232}{13,5} = 832$ mal leichter als Waſſer.

62) Anmerkung. Da nach (35) die Siedhitze des Waſſers durch den Grad der Wärme beſtimmt wird, welcher nöthig iſt, dem Waſſerdampf die dem Druck der Atmoſphäre gleiche Expanſivkraft zu geben, ſo folgt umgekehret, daß man aus der beobachteten Siedhitze auf die Expanſivkraft des Waſſerdampfs, oder den dem Druck der Atmoſphäre gleichen Barometerſtand ſchlieſſen könne. Man könnte daher ſtatt des Barometers das leichter transportable Thermometer mit auf die Gipfel der Berge nehmen, den Siedpunct des Waſſers daſelbſt beobachten, und daraus den Barometerſtand herleiten, um auf die Höhe der Beobachtungsorte über der Meeresfläche zu ſchlieſſen. Dieſen Vorſchlag that zuerſt Achard, und kürzlich iſt er von Betancourt und Prony bey Gelegenheit der von Betancourt angeſtellten Beobachtungen über die Expanſivkraft des Waſſerdampfes erneuert worden. Ich habe mich durch wiederholte Beobachtungen verſichert, daß man die Siedhitze des Waſſers nicht wohl genauer, als bis auf $\frac{1}{10}$ Grad der 80theiligen Scale des Thermometers beſtimmen könne. Da nun zu $\frac{1°}{10}$ Unterſchied der Siedhitze ſchon 0,125 Zoll Unterſchied im Barometerſtand gehöret, ſo wird man durch dieſe Beobachtungen der Barometerſtände kaum bis auf eine Linie richtig erhalten, da man doch bey der unmittelbaren Beobachtung des Barometers wenigſtens bis auf $\frac{1}{10}$ einer Linie ſicher ſeyn kann. Es iſt daher die Beobachtung des Barometers der Beobachtung der Siedhitze vorzuziehen. Da man indeſſen in den Fall kommen könnte, auf einem Berg mit einem Thermometer, aber keinem Barometer verſehen zu ſeyn, ſo will ich den Achardiſchen Vorſchlag wenigſtens durch ein Beyſpiel erläutern. Sauſſüre beobachtete auf dem Gipfel des Montblanc die Siedhitze des Waſſers = 69° die Beobachtung bezieht ſich auf ein

De Lucisches Thermometer, dessen Siedpunct bey 27 Zoll Barometerstände graduiret war, reduciret man die Beobachtung auf ein bey 28 Zoll graduirtes Thermometer, so findet man 68,3°. Nun setze man in der Formel (43) für $e = t^{1,4113 + 0,005\,t}$ $t = 68,3$, und berechne den Werth für e durch Logarithmen, so findet man 16,34 Zoll, die unmittelbare Beobachtung des Barometers gab nur 16,08 Zoll. Die erste Zahl giebt die Höhe des Bergs über der Meeresfläche (ohne Rücksicht auf die Correction wegen der Wärme) nach Meyers Formel 10000 log. 28,00 — log. 16,34 = 2339 Toisen nach der unmittelbaren Beobachtung des Barometers 10000 log. 28,00 — log. 16,08 = 2408 Toisen. Dieß zeigt die Größe des Fehlers, welcher die Höhenmessung durch das Thermometer unterworfen ist. Bey kleinern Höhen wird der Fehler noch beträchtlicher.

63) Anmerkung. Wegen der Ungewißheit, die bey den barometrischen Höhenmessungen durch die veränderliche specifische Schwere und Ausdehnung der Luft statt findet, ist der von Hrn. Gerstner (Beobachtungen auf Reisen nach dem Riesengebirge von Jiraset, Haenke, Gruber und Gerstner, Dresden 1791.) gethane Vorschlag, mit der Beobachtung des Barometers die Beobachtung des Manometers zu verbinden, sehr empfehlungswerth. Aus (56.) erhellet, wie man vermittelst des Manometers das specifische Gewicht der Luft zu jeder Zeit finden könne. Gesetzt nun, man habe das specifische Gewicht der Luft am Fuß und auf dem Gipfel eines Berges bestimmt, unten sey es = P, oben = p, so giebt der Ausdruck $\frac{P + p}{2}$ die mittlere specifische Schwere der Luftsäule, ohne merklichen Fehler, wenn auch die Dichte der Luft von oben nach unten nicht gleichförmig, sondern nach irgend einem andern Gesetz, z. B. im Verhältniß der Barometerstände abnähme. Hat man nun den Unterschied der Barometerstände oben und unten ebenfalls aus der Beobachtung = d. so sage man (nach Hydrost. 28.): das specifische Gewicht der Luft zum specifischen Gewicht des Queckfilbers ist wie der beobachtete Unterschied der Barometerstände zur gesuchten Höhe.

Beyspiel. Hr Gerstner fand in Marschendorf am Fuße des Riesengebirgs das specifische Gewicht eines Cubikzolles Luft = 0,348 Gran auf dem Gipfel der Schneekappe = 0,311 Gran, folglich das mittlere Gewicht = 0,33 Gran, das Gewicht eines Cubikzolles von dem zum Barometer gebrauchten Queckfilb=r = 4195¼ Gran, den Unterschied der Barometerstände an beyden Orten = 37 Linien; dieß giebt 0,33 : 4195,25 = 37 Linien (= $\frac{37}{8674}$ Klafter) : 544,4 Klaftern. Die geometrische Messung gab 545 Klafter.

Luftschiffahrt (Aeronautik).

64) Anmerkung. Der ernstliche Gebrauch, welchen die französische Nation kürzlich von ihrer Erfindung der Luftballons (Aerostaten) zur Recognoscirung der feindlichen Läger und Stellungen der Armeen gemacht hat, so wie die Wichtigkeit der Erfindung selbst, verdienet es wohl, daß ich etwas umständlicher davon rede. Die Vermuthung einiger Gelehrten, daß die Erfindung der Luftschiffahrt schon in frühern Zeiten gemacht worden sey, gründet sich blos auf einige unvollkommne nicht zur Ausführung gebrachte Vorschläge zu einer solchen Unternehmung. Mit Uebergehung der fabelhaften Erzählungen des Alterthums, erwähne ich nur der Vorschläge des Franz Lana und P. Galien. Ersterer wollte (Prodromo dell'arte maestra Brescia 1670.) ein Luftschiff durch kupferne luftleere Kugeln heben. Der andere schlug vor, (L'art de naviger dans les airs. Avignon 1755.) einen aus Leinwand mit Theer bestrichenen Ballon, mit Luft aus den höhern Regionen des Hagels zu füllen. Beyde Vorschläge sind theoretisch richtig, aber unausführbar. Der erste, weil eine hohle kupferne Kugel wegen des großen specifischen Gewichtes des Metalles viel zu groß seyn müßte, als daß man sie luftleer machen könnte. Hätte P. Galien statt der Luft aus den höhern Regionen der Atmosphäre eine durch Feuer verdünnte zur Füllung seines Ballons vorgeschlagen, so wäre den neuern Zeiten nur die Ehre der Ausführung geblieben. Die Entdeckung der künstlichen Luftarten, worunter besonders die leichte entzündbare Luft (Wasserstoffgas) sehr viel leichter als die atmosphärische Luft ist, gab Gelegenheit, die Vorschläge zur Luft=

schiffart auf eine leichtere Weise auszuführen. Im Jahr 1782 brachten die Gebrüder Stephan und Joseph Montgolfier, nach einigen vergeblichen Versuchen papierne Säcke mit inflammabler Luft zu füllen, Ballons von Taffet und Leinwand durch Einfüllung einer vermittelst Strohfeuer und anderer verbrennlicher Sachen erhitzten Luft zum steigen. Die Nachricht der Erfindung verbreitete sich schnell und munterte mehrere Personen zur Vervollkommnung derselben auf. Hierunter zeichneten sich, ausser den Erfindern, Pilatre de Rozier, Charles, Robert und Blanchard aus. Der erste machte auf einem nach Montgolfiers Art mit erhitzter Luft gefüllten Ballon die erste Luftreise am 21 Nov. 1783. stürzte aber, nach mehrern glücklichen Luftreisen, bey einer über den Canal von Frankreich nach England im Junius 1785 unternommenen Fahrt mit seinem Ballon und seinem Gefährten Romain herunter. Professor Charles und die Gebrüder Robert zu Paris sind die Erfinder der mit brennbarer Luft gefüllten Ballons, deren sich hierauf Blanchard zu seiner glücklichen Ueberfahrt über den Canal im Januar 1785, und zu seinen häufigen nach der Zeit angestellten Luftreisen bediente. Das Wesentliche der Aerostaten beruht auf den folgenden Gründen.

65) A Fig. 32. sey ein Ballon, dessen cubischer Inhalt = c, das Gewicht eines Cubikfußes der eingeschlossenen Luft = g, das absolute Gewicht der Hülle des Ballons, nebst dem Ballast = p, das specifische Gewicht eines Cubikfußes atmosphärischer Luft = G, so erhält man folgenden Ausdruck. cG ist das Gewicht, welches der Ballon in der Luft verliert, cg + p das Gewicht des Ballons. Soll der Ballon steigen, so muß cg + p kleiner als cG seyn, und

$$cG - cg - p = c(G - g) - p$$

drückt die Kraft aus, womit der Ballon in die Höhe geht.

Beyspiel. Die Maschine, worin Robert und Charles am 1 December 1783 in den Thuillerien aufstiegen, war eine mit brennbarer Luft gefüllte Kugel von 26 par. Fuß im Durchmesser. Hiervon beträgt der kör-

perliche Raum 9198 Cubikfuß. Rechnet man die atmosphärische Luft 840mal leichter als Wasser, so erhält man das Gewicht eines par. Cubikfußes $G = \frac{70}{840} = \frac{7}{84}$ ℔ folglich $cG = 9198 . \frac{7}{84} = 766{,}5$ ℔. Das specifische Gewicht der zum Ballon gebrauchten inflammablen Luft wird (Gehler phys. Wörterbuch Art. Aerostat.) $5\frac{1}{4}$mal leichter als atmosphärische Luft angegeben, hieraus folgt $cg = \frac{766{,}5}{5{,}25} = 146$. Das Gewicht der Maschine nebst dem Ballast p betrug 604,5 ℔, folglich $p + cg = 604{,}5 + 146 = 750{,}5$ ℔ und die Kraft, womit die Maschine in die Höhe gieng $766{,}5 - 750{,}5 = 16$ ℔.

66) Anmerkung. Am angeführten Ort heißt es, vom Ballon sey $\frac{1}{28}$ leer geblieben, wäre dieses, so hätte man $cg = 766{,}5 - \frac{1}{28} . 766{,}5 = 749{,}1$, $cg = 144{,}8$, folglich die Kraft des Ballons $749{,}1 - (604{,}5 + 144{,}8) = 749{,}1 - 749{,}3 = -0{,}2$ ℔. Der Ballon hätte gar nicht steigen können. Es muß also der angegebene Durchmesser des Ballons zu klein oder das specifische Gewicht der inflammablen Luft zu groß angegeben seyn. Die von Gehler angeführten Zahlen für den körperlichen Raum und das Gewicht des Ballons stimmen auch gar nicht mit dem Durchmesser überein.

67) Hat ein Ballon ausser dem Gewicht seiner Hülle keine Last weiter zu tragen, so läßt sich die (65) angegebene Formel auch so ausdrücken. Das Gewicht des Quadratschuhes vom Zeug, aus welchem der Ballon verfertiget ist, heiße q, die Oberfläche des Ballons in Quadratschuhen = S, so hat man für die Kraft des Ballons $c(G - g) - qS$. Soll der Ballon nicht steigen, sondern nur schweben, so ist $cG = cg + qS$. Ist die Gestalt des Ballons kugelförmig, so ist $c = \frac{1}{6}d . S$, wenn d den Durchmesser der Kugel bedeutet. Diesen Werth für c geschrieben, giebt für einen schwebenden Ballon

$$\frac{dSG}{6} = \frac{dSg}{6} + qS.$$

$$\text{oder } \frac{d\,(G-g)}{6} = q, \text{ folglich}$$

$$d = \frac{6\,q}{G-g}.$$

Diese Formel dienet, den Durchmesser eines sich schwebend erhaltenden Ballons aus dem specifischen Gewicht des Zeuges, der atmosphärischen und der eingeschlossenen Luft zu berechnen. Lichtenberg giebt nach dieser Formel im Götting. Magazin 3r Jahrg. 5tes Stück folgende Tafel.

eines schwebenden Ballons	Durchmesser Fuß	Zoll	Linien
aus engl. Seidenpapier	0	5	0
gemeinem Postpapier	0	9	2
französischem Zeichenpapier	1	11	11
Knittergold	2	0	10
englischem Wachstaffet	3	0	4
Kartenpapier	4	1	6
verzinntem Eisenblech	50	6	7

Macht man den Durchmesser der Kugeln größer als die berechneten Zahlen sind, so steigen sie in der Luft in die Höhe. Die Ballons, welche durch eine durch die Hitze ausgedehnte atmosphärische Luft in die Höhe steigen sollen, müssen größer seyn, als die mit inflammabler Luft gefüllten, wie aus folgender Vergleichung erhellet. Nach der Ausdehnung der atmosphärischen Luft zu schließen, nimmt diese Luft bey der Glühehitze ungefähr den dreyfachen Raum ein. Ich lege diese Größe zum Grund, ob man gleich einer in einem Luftballon eingeschlossenen Luft nie diesen Grad der Wärme wird geben können. Die reinste inflammable Luft ist an 13mal leichter als die atmosphärische.

Man

Man setze in der Formel

$$d = \frac{6q}{G - g}; \quad g = \tfrac{1}{3} G, \quad \text{und} \quad g = \tfrac{1}{13} G$$

so erhält man das Verhältniß der Durchmesser eines mit erhitzter atmosphärischer, und eines mit inflammabler Luft gefüllten Ballons bey übrigens gleichen Umständen =

$$\frac{6q}{G - \frac{1}{3}G} : \frac{6q}{G - \frac{1}{13}G} = \frac{9q}{G} : \tfrac{13}{2} \frac{q}{G} = 9 : 6{,}5$$

Für eine mindere Erhitzung der Luft wird der Unterschied noch beträchtlicher. Dieß sowohl als das mit größerer Gefahr verknüpfte Füllen der Ballons mit erhitzter Luft, wo das Feuer unter dem offenen Ballon so lange unterhalten werden muß, als der Ballon in der Höhe schweben soll, sind wohl die Ursache, warum man gegenwärtig den mit inflammabler Luft gefüllten Ballons den Vorzug ertheilet.

68) Die Höhe zu berechnen, zu welcher sich ein Ballon erhebt, wenn seine Größe und Gewicht, nebst dem specifischen Gewicht der eingefüllten Luft gegeben sind. I. Das specifische Gewicht der im Ballon eingeschlossenen Luft wird unveränderlich gesetzt. Man suche die Dichte γ der Luftschichte, worin der Ballon schweben bleibt, aus der Gleichung $c\gamma = cg + p$,

dieß giebt $\gamma = \frac{cg + p}{c}$.

Unter der Voraussetzung, daß sich die Barometerstände, wie die Dichten der Luft, in verschiedener Höhe verhalten, hat man, wenn der Barometerstand unten B oben b heißt $G : \gamma = B : b$. Aus dem gefundenen Barometerstand läßt sich die Höhe nach der Formel für die Höhenmessung durch das Barometer berechnen.

In dem (66) angeführten Beyspiel ist $\gamma = \frac{75^{o},5}{9198} =$ $0,0816$ ℔, G war $= \frac{7}{8}\frac{}{4} = 0,0833$ Aus dem Verhältniß 833 : 816 findet sich der obere Barometerstand aus dem untern, und so die Höhe. Den untern Barometerstand nach Charles Beobachtungen 28,3 Zoll angenommen gäbe den obern 27,76 Zoll und die Höhe nach Mayers Formel $= 10000$ (log. 28,3 — log. 27,76) $=$ 83,669 Toisen $=$ 507 par. Fuß.

Die I gemachte Voraussetzung findet nur Statt, wenn der Ballon aus einer undehnbaren Hülle verfertiget wäre, im Gegentheil wird die in dem Ballon eingeschlossene Luft sich in dem Maaß ausdehnen, wie der Druck der äußern Luft durch die Verminderung ihrer Elasticität in größern Höhen abnimmt. Um die Zerreissung der Hülle durch die vermehrte Ausdehnung der eingeschlossenen Luft zu verhindern, füllt man den Ballon anfänglich nicht ganz, damit für die Ausdehnung der Luft beym Aufsteigen des Ballons der nöthige Spielraum bleibe. Setzt man nun II. voraus, die absolute Elasticitäten der eingeschlossenen und äußern Luft bleiben immer einander gleich, und die Dichte der inflammablen wie der atmosphärischen Luft stehe im Verhältniß der Elasticitäten, so steht auch der Unterschied der Dichten beyder Luftarten in demselben Verhältniß. Es heißen die Dichten der atmosphärischen und inflammablen Luft unten G, g, oben G′, g′, der Barometerstand unten B, oben b, so hat man

$$G - g : G' - g' = B : b$$

Es ist aber für den schwebenden Ballon

$$c\,(G' - g') = p \quad \text{oder}$$

$$G' - g' = \frac{p}{c}, \text{ wo p und c die Bedeutung}$$

(65.) haben. Folglich ist aus der vorstehenden Proportion

$$G - g : \frac{p}{c} = B : b \quad \text{oder}$$

$$(G - g)\, c : p = B : b.$$

Beyspiel. Als Charles in der Pläne bey Nesle aufstieg, wog die Maschine mit aller Last 438 ℔ = p das Gewicht der Luft, welche sie unten aus der Stelle getrieben hatte (c G) wird = 800 ℔ gesetzt. Nimmt man die inflammable Luft $5\frac{1}{4}$mal leichter als atmosphärische, so ist $(G - g)\, c = 800 + \frac{800}{5{,}25} = 648$ ℔.

B war = 28 Z. 4 Linien, dieß giebt b = 19 Z. 2 Linien. Charles fand durch Beobachtung 18 Zoll 10 Linien. Die hierzu gehörige Höhe ist 10000 log. 28 . 4 — log. 18,10 = 1956 Toisen.

69) Anmerkung. Was die Lenkung der Aerostaten betrifft, so muß man die Bewegung derselben in eine horizontale und verticale eintheilen.

Die verticale Bewegung des Ballons hat der Luftschiffer dadurch in seiner Gewalt, daß er, wenn er steigen will, von dem mitgenommenen Ballast auswirft, und wenn er sinken will, vermittelst einer Klappe etwas Luft aus dem Ballon entweichen läßt. Ueber die horizontale Lenkung der Ballons hat man aber bisher wenig oder gar nichts vermocht. Segel lassen sich gar nicht anbringen, weil der in der Luft treibende Ballon sehr bald die Geschwindigkeit des Windes erlangt, und nun keinen Stoß weiter von dem Wind erleidet. Ruder haben deswegen große Schwierigkeiten, weil sie, wegen der großen Dünne der Luft ausserordentlich groß seyn, oder mit einer Geschwindigkeit bewegt werden müßten, welche die menschliche Kraft übersteigt. Zusammengesetzte Maschinen zur Vermehrung der Rudergeschwindigkeit anzubringen, ist wegen der dadurch vermehrten Last nicht rathsam. Bisher hat wenigstens die Erfahrung diese Behauptungen hinlänglich gerechtfertiget. Andere Vorschläge, den Ballons durch den Strom einer Dampfmaschine, von angezündeten Racketen und dergl. eine seitwärts gehende Bewegung zu ertheilen, möchten noch weniger als Ruder ausführbar seyn.

70) Anmerkung. Bisher hat man den Luftballons meistens eine Kugel oder der Kugel ähnliche Ge-

stalt gegeben, obgleich einige, der leichtern Durchschneidung der Luft wegen, die Cylinder- und Kegelform vorgeschlagen haben. Die Kugel bringt den Vortheil, daß sie bey der kleinsten Oberfläche den größten Raum einschliesset, folglich das Gewicht der Hülle so klein wie möglich ausfällt. Die Oberfläche der Kugel aus Stücken einer ebenen Fläche zusammenzusetzen, dienet folgende Verzeichnung. A, B Fig. 33. seyen zwey Pole der Kugeloberfläche, durch sie denke man sich mehrere größte Kreiße A D B, A C B in gleichen Entfernungen von einander so gelegt, daß sie sich in dem gemeinschaftlichen Durchmesser A B schneiden. Das Segment der Kugeloberfläche A D B C, welches zwischen zwey nächsten Kreisen enthalten ist, läßt sich als eine ebene Fläche betrachten, wenn die Kreise nicht weit aus einander liegen, Umgekehret lässet sich unter dieser Voraussetzung das Segment A D B C auf einer ebenen Fläche zeichnen, wenn der Durchmesser der Kugel und das Verhältniß der Linien C D, c d, e f u. s. w. gegeben ist. Dieß Verhältniß zu finden, bedenke man, daß die genannten Linien aliquote Theile von Parallelkreißen sind, wovon der zu C D gehörige Kreis der Aequator der Kugel ist. Die Parallelkreiße und ihre aliquoten Theile verhalten sich wie ihre Halbmesser.

Es ist aber Halbmesser von C D zu Halbmesser von c d, wie rad : cosin. Z V X.

Da nun Bogen Z, X = V W ist, so hat man auch C D : c d = 1 : cosin. V W, den Sin. tot. = 1 gesetzt. Denkt man sich die Parallelkreise in gleichen Entfernungen z. B. ihrer sechs von A bis v, so verhalten sich die Linien C D; c d; e f u. s. w. wie 1 : col. 15° : col. 30° u. s. w. woraus sich die Verzeichnung des Segments ergiebt. Beyspiel: man wollte eine Kugel von 1 par. Fuß Durchmesser aus 10 Segmenten zusammensetzen, so hat man den Umfang des größten Kreißes = 3,14; A B = 1,57; C D = 0,314 Fuß.

1 : cosin. 15° = 0,314 : c d giebt c d = 0,96593 . 0,314.

Auf ähnliche Art findet man die Linien e f u. s. w. Man halbire sie, theile A B in 12 gleiche Theile, richte auf die Theilungspuncte Perpendikel auf, und gebe ihnen die gefundne halbe Länge der Linien C D, c d, e f, so bestimmen sich die Puncte D, d, f; C, c, e und eben

dadurch das Segment. Je mehr man Segmente annimmt und je näher man die Parallelkreiße legt, desto genauer wird die Kugelfläche construiret. In der Ausübung muß man der Breite der Segmente etwas zugeben, weil sie in ihrer Verbindung mit ihren Rändern über einander zu liegen kommen.

71) Anmerkung. Das Zeug, dessen man sich bisher zur Verfertigung der Ballons von brennbarer Luft bediente, war geölter Taffet. Die Erfahrung hat gelehret, daß diese Hülle, wenn sie gleich anfangs den Durchgang der inflammablen Luft verschliesset, doch in der Folge davon durchdrungen wird, weil die Luftbälle, sich selbst überlassen, nach einiger Zeit wieder herunter-sinken. Eine andere Unvollkommenheit war bisher die kostspielige Art, die Luftbälle durch die aus Eisenfeile und Vitriolsäure entbundne inflammable Luft zu füllen, wodurch man überdieß eine unreine Luft erhält, die nicht über fünfmal leichter als die atmosphärische Luft ist. Beyde Hindernisse scheinen die Franzosen in neuern Zeiten glücklich aus dem Wege geräumt zu haben, die erste durch die Erfindung eines Seidenzeugs, welches bey einem geringen specifischen Gewicht doch dicht und undurchdringbar für die inflammable Luft ist, die andere wahrscheinlich dadurch, daß sie ihre Luftbälle durch eine aus zersetzten Wasserdämpfen erhaltne Luft füllen, denn noch ist nichts zuverläßiges darüber bekannt geworden. Die Schwierigkeiten bey der Lenkung der Aerostaten haben sie nur in so fern überwunden, daß sie den Ballon nicht frey in der Luft treiben, sondern durch Pferde fortziehen lassen. Die Möglichkeit einer auf diese Weise zu bewirkenden horizontalen Lenkung erhellet kurz so: a Fig. 34. bezeichne den Ballon, a c die Kraft, womit er zu steigen strebt, a d die Kraft des Windes, a e den Zug nach unten. Man zerlege die letztere Kraft in a f und f e, die erstere wirkt dem Winde, die andere dem Steigen des Ballons entgegen. Für den Zustand des Gleichgewichts muß f a = a d, f e = a c seyn. Die Kraft nach a f wird durch einen schiefren Zug, die Kraft nach f e durch einen mehr senkrechten Zug vergrößert. Da man nun die lothrechte Kraft des Ballons nach a c ziemlich in seiner Gewalt hat, so erhellet, wie man durch Veränderung der Richtung und Stärke des Zugs dem Winde gerade entgegen schiffen könne.

Noch ist zwar die Kunst, in der Luft zu schiffen, in ihrer ersten Kindheit, wenn man indessen bedenkt, wie lange Zeit es erforderte, bis die Schiffahrt auf dem Meere zu der Vollkommenheit gediehen ist, worin wir sie gegenwärtig erblicken, so ist nicht zu zweifeln, daß auch jene dereinst in größerer Vollkommenheit zum Vortheil des Menschengeschlechts wird angewendet werden, wie sie in ihrem Entstehen nur zur Verheerung desselben diente.

IV. Abschnitt.

Die Mechanik
fester Körper.

Allgemeine Begriffe von der Bewegung überhaupt.

1) Ein Körper bewegt sich, wenn er seinen Ort verändert. Man theilet die Bewegung in relative und absolute ein. Die relative Bewegung ist die Veränderung der Lage eines Körpers gegen andere außer ihm befindliche. Die absolute Bewegung ist die Veränderung seines wirklichen absoluten Ortes. Die eine kann ohne die andere Statt finden. Wenn mehrere Personen in einem Schiffe sich zugleich fortbewegen, so ändern das Schiff und die Personen ihren absoluten Ort. Die relative Lage der Personen unter einander kann dieselbe bleiben, wenn sie sich in dem Schiff nicht von der Stelle bewegen. Geschieht dieß, so haben sie auch eine relative Bewegung unter einander.

2) Anmerkung. Eigentlich ist unser Urtheil über jede Bewegung immer relativ. Denn wir schliessen auf die Veränderung des Orts blos aus der Veränderung der Lage gegen äussere Gegenstände. Daher bemerken wir oft eine wirkliche Bewegung nicht, wenn wir keine relative Veränderung der Lage wahrnehmen, und nehmen oft umgekehret eine blos scheinbare Bewegung für eine wirkliche. Z. B. die Erde, und alles was auf ihr ist, bewegt sich in jedem Augenblick mit einer ausser-

ordentlichen Geschwindigkeit fort, und unzählige Menschen wissen es nicht, und keiner wird es unmittelbar gewahr. Blos dadurch, daß die Erde ihren relativen Ort gegen andere Himmelskörper ändert, und in diesen eine scheinbare Bewegung entsteht, haben wir auf die Bewegung unsrer Erde geschlossen. Wären keine Körper ausser unsrer Erde befindlich, so würden wir schwerlich je von der Bewegung unsrer Erde etwas erfahren haben. Ich sage schwerlich, denn es entstehen aus dieser Bewegung auch Veränderungen auf der Erde selbst, wovon in diesem Abschnitt bey der Lehre von dem Pendel etwas erwähnt werden wird. Eine Bewegung heißt blos scheinbar, wenn man aus der Aenderung der relativen Lage zweyer oder mehrerer Körper, dem Körper, welcher keine wirkliche Bewegung besitzt, sie zuschreibt. So ist z. B. die rückwärts gehende Bewegung der Gegenstände am Ufer eines Stromes auf dem man schnell vorwärts fähret, blos scheinbar.

3) Der Weg, welchen ein Körper zurücklegt, kann gerad- oder krummlinicht seyn, daher theilet man die Bewegungen in geradlinichte und krummlinichte ein. Bey jener bleibt die Richtung immer dieselbe, bey dieser ändert sie sich jeden Augenblick.

Eigentlich ist der Weg eines bewegten Körpers keine Linie, sondern ein körperlicher Raum, welcher entsteht, wenn man sich die verschiedenen Oerter, welche der Körper bey seiner Bewegung nach und nach einnimmt, als ein stetiges Ganzes denkt. Wenn aber alle Puncte eines bewegten Körpers eine unter sich parallele Bewegung haben, das ist, wenn die Wege, welche sie bey ihrer Bewegung beschreiben, parallele Linien sind, so erhält man einen deutlichen Begriff von der Richtung der Bewegung des ganzen Körpers, wenn man die Bewegung eines einzigen Punctes desselben, z. B. seines Schwerpunctes betrachtet, und in so fern druckt man den Weg eines bewegten Körpers durch eine Linie aus. Wenn jene Voraussetzung nicht Statt findet, z. B. wenn ein Körper nicht bloß eine fortgleitende, sondern zugleich eine um eine feste Linie (Axe) drehende

Bewegung hat, wie das Fortrollen einer Kugel auf einer Ebene, so hat jeder Punct des Körpers eine besondere Bewegung, und man muß jede derselben einzeln betrachten, um einen bestimmten Begriff von der Bewegung des ganzen Körpers zu erhalten.

4) Anmerkung. Wenn man die Bewegung der Körper als die Bewegung von einzelnen Puncten betrachtet, und auf die bewegten Massen und die davon abhangenden Erscheinungen gar nicht sieht, so läßt sich bey den Bewegungen alles durch Linien construiren und messen, und in so fern gehöret dieser Theil der Mechanik, den man auch Phoronomie nennt, ganz in die reine Größenlehre. Ich werde mich, meiner Absicht gemäß, nicht so streng an diesen Unterschied binden, sondern vielmehr überall, wo es die Umstände erlauben, Anwendungen zu machen suchen.

5) Wenn man den Weg eines bewegten Körpers mit der Zeit vergleicht, binnen welcher er zurückgelegt wird, so erhält man den Begriff von Geschwindigkeit. Eine Bewegung heißt gleichförmig, wenn in gleichen Zeiten gleiche Wege beschrieben werden, oder die Geschwindigkeit immer dieselbe bleibt; ungleichförmig, wenn sich die Geschwindigkeit in jedem Augenblick ändert. Nimmt die Geschwindigkeit zu, so heißt die Bewegung beschleunigt, nimmt sie ab, vermindert. Das Wachsthum, oder das Abnehmen der Geschwindigkeit kann in gleichen Zeiten gleich oder ungleich viel betragen. Im ersten Fall heißt die Bewegung gleichförmig beschleunigt oder vermindert, im andern Fall ungleichförmig beschleunigt oder vermindert. Die ungleichförmig beschleunigte oder verminderte Bewegung nennt man auch eine veränderliche Bewegung, und die Kräfte, welche sie hervorbringen, veränderliche Kräfte.

Jede veränderliche Bewegung kann man in den kleinsten Zeitaugenblicken als gleichförmig ansehen, indem man die Veränderung in der Geschwindigkeit während eines solchen kleinen Zeittheilchens als verschwin-

dend betrachtet, und voraussetzt, die Veränderungen der Geschwindigkeiten geschähen am Anfang eines jeden Zeittheilchens. Dadurch führt man die Untersuchung der veränderlichen Bewegungen auf die Gesetze der gleichförmigen Bewegung zurück. Indessen erhellet, daß wenn jene Voraussetzung sich der Wahrheit nähern soll, man die Zeittheilchen als unendlich klein annehmen und Mittel haben muß, aus dem, was in unendlich kleinen Zeittheilchen geschieht, auf das zu schließen, was in der Summe von unendlich vielen unendlich kleinen Zeittheilchen, das ist, in bestimmten endlichen Zeiten erfolgt. Daher setzt die allgemeine Betrachtung der veränderlichen Bewegung durchgehends Rechnung des Unendlichen (höhere Analysis) voraus. Ich muß mich daher hier auf die Untersuchung der gleichförmigen, und gleichförmig beschleunigt- und verminderten Bewegung einschränken, und nur da, wo es die Anwendung auf practische Gegenstände erfordert, Sätze aus der höhern Mechanik entlehnen, und sie durch die Erfahrung zu erläutern suchen.

Diejenigen, welche sich die nöthigen Vorkenntnisse der höhern Rechenkunst erworben haben, verweise ich, wegen des Studiums der höhern Mechanik, auf Kästners Anfangsgründe dieser Wissenschaft. Man erhält daraus eine gedrängte Uebersicht der Wissenschaft, und wird zugleich in den Stand gesetzt, andere Schriftsteller (wie Eulers Mechanik, Belidor's, Prony's Architectura hydraulica, wovon die beyden letztern sich mehr mit den practischen Gegenständen der Mechanik beschäftigten) zu verstehen und zu benutzen.

Nähere Betrachtung der gleichförmigen Bewegung.

6) Ein Körper A bewege sich in einer gegebenen Zeit = t durch den Raum ab Fig. 1. = s

gleichförmig, so wird er sich in jeder andern Zeit T durch einen Raum S = ac bewegen, der sich zu ab wie t zu T verhält, oder es ist

$$t : T = s : S.$$

Die Räume verhalten sich wie die Zeiten bey gleichförmiger Bewegung. Nennt man irgend eine Zeit, z. B. $t = 1$, so heißt der in dieser Zeit zurückgelegte Raum $= s$, insbesondere die Geschwindigkeit des Körpers $= c$. Da nun

$$T : 1 = S : (s = c),$$

so hat man $c = \frac{S}{T}$. Der Raum, dividiret durch die Zeit, giebt die Geschwindigkeit. Beyde nämlich in Zahlen ausgedruckt, und den Quotient auch als eine Zahl betrachtet, weil man es hier bloß mit Verhältnissen zu thun hat, wo dieß immer verstattet ist. (Arithmetik 90.).

Beyspiel: $S = 50$ Fuß $T = 10$ Secunden giebt $c = \frac{50}{10} = 5$, d. i. der Körper legt in einer Secunde 5 Fuß zurück, oder seine Geschwindigkeit ist $= 5$. Ein anderer Körper lege in der Zeit 20 den Weg 60 zurück, so ist seine Geschwindigkeit $\frac{60}{20} = 3$, dieß drückt man allgemein kurz durch die Gleichung $c = \frac{S}{T}$ oder durch die Proportion

$$c : C = \frac{s}{t} : \frac{S}{T} \text{ aus.}$$

7) Aus der Gleichung $C = \frac{S}{T}$ folgt $S = CT$

oder $T = \frac{S}{C}$. Der Raum ist gleich der Geschwindigkeit multipliciret mit der Zeit, die Zeit gleich dem Raum dividiret durch die Geschwindigkeit.

Beyspiel: $C = 6 = T = 12$ giebt $S = 6$. $12 = 72$ den Raum, oder umgekehret $\frac{72}{6} = 12$ die Zeit. Sind Geschwindigkeiten und Zeiten zweyer gleichförmig bewegten Körper ungleich, so verhalten sich ihre Wege $s : S = ct : CT$ wie die Producte aus den Zeiten in die Geschwindigkeiten, das ist, sie sind in dem zusammengesetzten Verhältniß der Geschwindigkeiten und der Zeiten. (Arithm. 112.)

Da man das Verhältniß von zwey Zahlen auch durch das Verhältniß zweyer Linien, so wie das zusammengesetzte Verhältniß der Producte aus je zwey Zahlen durch das Verhältniß zweyer Rechtecke darstellen kann (Geom. 118.), so ist es verstattet, den Weg einer jeden gleichförmigen Bewegung durch ein Rechteck auszudrucken, dessen eine Seitenlinie die Geschwindigkeit, und dessen andere Seitenlinie die Zeit vorstellt. Diese Methode, die gleichförmige Bewegung geometrisch darzustellen, wird uns insbesondere bey der Betrachtung der gleichförmig beschleunigten und verminderten Bewegung zu statten kommen.

8) Wenn sich zwey Körper mit verschiedenen Geschwindigkeiten ab, ac Fig. 1. von einem gemeinschaftlichen Punct a aus gleichförmig bewegen, so nennt man den Unterschied $ac - ab$ die relative Geschwindigkeit, weil, wenn der eine ruhte, und der andere bloß mit der relativen Geschwindigkeit sich fortbewegte, die Lage der beyden Körper gegen einander dieselbe seyn würde, als wenn sie sich beyde bewegten. Denn die Geschwindigkeit des einen Körpers heiße C, des andern c, so legt der eine in der Zeit t den Weg $S = Ct$, der andere $s = ct$ zurück, folglich ist ihre Entfernung von einander $= Ct - ct = (C - c)t$ gleich dem Product der relativen Geschwindigkeit in die Dauer der Bewegung. Wenn die Richtungen der Bewegungen nach entgegengesetzten Seiten gehen, so erhält man die relative Geschwindigkeit durch die Summe der Geschwindigkeiten $C + c$. Es erhellet, daß sich zwey Körper in diesem Fall bey fortgesetzter Bewegung immer mehr

von einander entfernen, da hingegen in jenem die Körper sich nähern, wenn der geschwindere dem langsamern folgt, bis sich beyde erreicht haben, und sich entfernen, wenn der geschwindere vorausgeht.

Der geschwindere Körper hat den langsamern eingeholet, wenn die zurückgelegten Wege von beyden gleich sind: man fragt, wie verhalten sich die Zeiten T : t? Hier ist $CT = ct$, also $T : t = c : C$, die Zeiten umgekehret, wie die Geschwindigkeiten.

Der langsamere Körper habe einen bestimmten Weg a voraus, wenn der schnellere ihm folgt, man fragt nach der Zeit, wo er ihn einholet. Die Geschwindigkeiten heißen C, c, die Zeit, während sich beyde Körper gemeinschaftlich bewegen t, so hat man vermöge der Gleichheit der Wege $Ct = ct + a$, oder $(C - c)\,t = a$, folglich $t = \frac{a}{C - c}$. Wollte man die Dauer der Bewegung des ersten Körpers = T wissen, so hat man aus der Gleichung $Ct = cT$, $T = \frac{Ct}{c} = \frac{Ca}{c(C-c)}$.

9) Ein Körper a bewege sich in einem Kreis Fig. 2. um den Mittelpunct c gleichförmig, so beschreibt er in gleichen Zeiten gleiche Bögen ab, bd, und gleiche Winkel acb, bcd. Man drückt dieß auch so aus: die Winkelgeschwindigkeit um den Punct c sey immer dieselbe. Wenn sich ein anderer Körper a′ in einem kleinern oder größern Kreis so um den Mittelpunct c gleichförmig bewegt, daß die Winkel a′cb′ den in gleichen Zeiten beschriebenen Winkeln acb gleich sind, so sagt man, die Winkelgeschwindigkeit beyder Körper sey gleich groß. Die in gleichen Zeiten zurückgelegten Bögen ab, a′b′ verhalten sich alsdann, wie die Halbmesser R, r der Kreise. Sind die Winkelgeschwindigkeiten acd, a′cd′, ungleich, so verhalten sie sich allge-

mein wie die zurückgelegten Bögen, dividiret durch die Halbmesser. Denn sie verhalten sich wie die Bögen, dividiret durch die ganzen Kreisumfänge zu denen sie gehören, und die Kreisumfänge verhalten sich wie die Halbmesser. Man heiße die Winkelgeschwindigkeiten a, A, die zurückgelegten Bögen c, C, so hat man

$$\frac{c}{r} : \frac{C}{R} = a : A, \text{ also wenn } a = A$$

$$c : C = r : R$$

wenn $c = C$

$$R : r = a : A$$

die Halbmesser umgekehret, wie die Winkelgeschwindigkeiten.

10) Anmerkung. Es gilt von der gleichförmigen Winkelbewegung alles, was von der gleichförmigen Bewegung in geraden Linien gelehret worden ist.

Beyspiel: a, a′ seyen zwey Planeten, welche sich um die Sonne c (wie ich hier voraussetze) gleichförmig bewegen, die Umlaufszeit von a heiße = P, von a′ = p, beyde Planeten befinden sich beym Anfang ihrer Bewegung in einer geraden Linie von der Sonne nach einer Gegend (in Conjunction von der Sonne gerechnet), man fragt, wann sie wieder in diese Stellung kommen. Die Winkelgeschwindigkeiten $a : A = \frac{4\,\text{Rect.}}{P} : \frac{4\,\text{Rect.}}{P} = P : p$ sind im umgekehrten Verhältniß der Umlaufszeiten.

Die Zeit, welche von einer Conjunction bis zur nächsten verfliesset heiße t, während derselben beschreibe der langsamere Planet den Winkel $B = t \cdot A$, so beschreibt während der Zeit der schnellere den Winkel $= ta = \frac{t.PA}{P}$ welcher vermöge der Conjunction dem ganzen Umfang + dem Winkel B gleich $= 4R + tA$ ist. Also $\frac{tPA}{P} - tA = 4R$

oder $t\,\frac{(P - p)\,A}{P} = 4R$

$$\text{und } t = \frac{4\,R\,p}{(P - p)\,A}$$

Beyspiel: Bey dem Jupiter und der Erde ist sehr nahe $P : p = 12 : 1$
folglich $a : A = 12 : 1$
Dieß giebt die Winkelgeschwindigkeit des Jupiters A in einem Jahr $= 30°$ und die Zeit zweyer nächsten Conjunctionen $= \frac{360 \,.\, 1}{(12 - 1) \,.\, 30} = \frac{12}{11}$ Jahre; in zwölf Jahren erfolgen 11 Conjunctionen des Jupiters und der Erde.

11) Vermöge der Trägheit erfordert jeder ruhende Körper, welcher bewegt, oder jeder bewegte, welcher zur Ruhe gebracht werden soll, eine gewisse Kraft, welche ganz dazu verwendet wird, diese Wirkung in dem Körper hervorzubringen. Man kann sich daher vorstellen, es widerstehe der Körper vermöge seiner Trägheit eben so stark als die bewegende Kraft ist, die in ihm wirkt. Die Größe der bewegenden Kraft, oder der ihr widerstehenden Trägheit ist in dem zusammengesetzten Verhältniß der bewegten Masse und der Geschwindigkeit, womit sie bewegt wird. Eine träge Masse $= 1$ durch den doppelten Raum in derselben Zeit fortzuführen, erfordert noch einmal so viel Kraft als sie durch den einfachen Raum zu bewegen. Verhalten sich die trägen Massen wie $1 : 2$ und ihre Geschwindigkeiten sind gleich, so erfordert die doppelte Masse die doppelte Kraft. Man nenne die bewegenden Kräfte p, P, die Massen m, M, die Geschwindigkeiten c, C, so hat man allgemein $p : P = mc : MC$

für $m = M, p : P = c : C$

$c = C, p : P = m : M.$

Beyspiel: Eine 48pfündige Kugel werde aus einer ganzen Karthaune mit einer Geschwindigkeit von 600 Fuß in einer Secunde geschossen, ein Stein von einem Centner aus einem Wurf- oder Schleudergeschütz mit einer Geschwindigkeit von 30 Fuß in einer Secunde

wie verhalten sich die bewegenden Kräfte? Antwort: wie 48 . 600 : 30 . 100 = 48 . 6 : 30 = 48 : 5 = $9\frac{3}{5}$: 1. Die bewegende Kraft der Kanonenkugel ist über $9\frac{1}{2}$ mal grösser als die bewegende Kraft des Steins. Eben die Kraft, welche nöthig ist, eine ruhende Masse mit einer gewissen Geschwindigkeit in Bewegung zu setzen, wird erfordert, die bewegte Masse zur Ruhe zu bringen. Es geschieht in beyden Fällen der Größe nach einerley, nur entgegengesetzte, Wirkung. In dem ersten Falle wird Bewegung mitgetheilet, in dem andern die mitgetheilte aufgehoben.

12) Anmerkung. Die in dem vorstehenden Paragraph vorgetragene Käſtnerische Darstellung von den Erscheinungen der Trägheit, als einem blos leidenden Widerstand, der jederzeit der in ihn wirkenden Kraft gleich ist, hebt alle Schwierigkeiten, welche sich mehrere Naturforscher bey der Lehre von der Trägheit machten. Sie rührten blos daher, daß einige die Trägheit irriger Weise sich als eine wirkliche Kraft dachten, andere sie ganz verwarfen, und noch andere sie mit der Schwere, Undurchdringlichkeit und andern Eigenschaften der Körper verwechselten. Wäre die Trägheit eine wirkliche Kraft, so müßte sie sich auch thätig, nicht blos leidend, äussern. Wäre sie gar nicht vorhanden, so müßte einerley Kraft ungleichen Massen gleiche Geschwindigkeiten geben, da vielmehr die Geschwindigkeiten in dem umgekehrten Verhältnisse der Masse stehen. Daß sie nicht mit der Schwere verwechselt werden darf, erhellet sehr leicht daraus, weil der Widerstand der Trägheit sich auch äussert, wenn man einen Körper nach unten der Richtung der Schwere gemäß nur mit einer größern Geschwindigkeit, als er vermöge dieser Kraft allein erhalten würde, bewegen will. Undurchdringlichkeit wird freylich bey den Wirkungen der Trägheit vorausgesetzt, weil man sich ohne dieselbe nicht wohl einen Widerstand gegen eine äussere Kraft denken kann, sie ist aber deswegen nicht mit der Trägheit zu verwechseln, weil man sich auch Undurchdringlichkeit ohne Trägheit vorstellen könnte, da die schon erwähnten Erscheinungen Statt finden würden. Uebrigens können wir, meiner Ueberzeugung nach, die Ursachen der Trägheit eben so wenig als das Wesen der Kräfte bestimmen. Das folgende Beyspiel mag dazu dienen, Anfängern die Eigenschaften der Trägheit näher zu erläutern.

Wenn

Wenn man gegen eine offene in ihren Angeln leicht bewegliche Thür mit einer Flintenkugel schiesset, so schlägt die Kugel ein Loch durch das Holz, ohne die Thür von der Stelle zu bewegen, welches doch erfolgt, wenn man mit einer mäßigen Kraft gegen die Thür drückt. Die Kugel trifft mit einer großen Geschwindigkeit, und folglich mit einer Kraft, die aus der Masse der Kugel multipliciret in ihre Geschwindigkeit geschätzt werden muß, auf die Thür. Sollte die ganze Masse der ruhenden Thür plötzlich ausweichen, so widersteht sie mit einer der bewegten Kugel gleichen Kraft, ist nun die Cohäsion des Holzes geringer als diese Kraft, so schlägt die Kugel ein Loch durch die Thür, und die Thür bleibt vermöge ihrer Trägheit an ihrer Stelle.

Drückt man hingegen mit einer mäßigen Kraft gegen die Thür, so ist der Widerstand vermöge der Trägheit nicht größer, und kann leicht kleiner seyn als die Cohäsion der Holztheilchen, welche unmittelbar von der drückenden Kraft getroffen werden. Es muß also nun die ganze Masse der Thür ausweichen, mit einer Geschwindigkeit, welche aus der Größe der bewegenden Kraft dividiret, durch die Masse der Thür beurtheilet wird, Friction und Widerstand der Luft bey Seite gesetzt. Man findet in den Compendien der Naturlehre mehrere dergleichen Erscheinungen erwähnt, welche sich auf ähnliche Weise erklären lassen.

Von der gleichförmig beschleunigten Bewegung.

13) Die Geschwindigkeit fängt bey der gleichförmig beschleunigten Bewegung mit o an, und wächset in jedem gleichen Zeittheilchen gleichviel, folglich verhält sie sich nach Verlauf einer jeden bestimmten Zeit, wie die Zeit. Man nenne t, T zwey bestimmte Zeiten von verschiedener Größe, die zugehörigen Geschwindigkeiten c, C, so hat man $c : C = t : T$. Die Wege s, S, welche ein Körper während den bestimmten Zeiten t, T mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit zurücklegt, verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten, oder es ist $s : S = t^2 : T^2$. Dieß erhellet folgen-

dermaßen. Man denke sich die bestimmten Zeiten in sehr viele kleine Zeittheilchen getheilet, und sehe die Geschwindigkeit während eines Zeittheilchens als gleichförmig an, und lasse sie am Anfang eines jeden Zeittheilchens um gleiche Größen wachsen; so läßt sich der zurückgelegte Weg folgendermaßen construiren. Auf die unbestimmte Linie a b Fig. 3. trage man lauter gleiche Theile a 1; 1, 2; 2, 3; u. s. w., welche die kleinen Zeittheilchen vorstellen. Die Geschwindigkeit während des ersten Zeittheilchens sey a o, während des zweyten 1 I, während des dritten 2 II u. s. w., deren Unterschiede immer gleich sind, und folglich im Verhältniß der Zeit wachsen: so stellen die kleinen Rechtecke aus a o, a 1, 1, 2; 1 I, 2, 3; 2 II, u. s. w., die in jedem Zeittheilchen zurückgelegte Wege vor, folglich die Summe aller Rechtecke den während der bestimmten Zeit a b zurückgelegten Weg. Man lasse die Zeittheilchen und zugehörigen Geschwindigkeiten in der bestimmten Zeit a b immer kleiner und ihrer immer mehrere werden, so verwandelt sich die Summe aller kleinen Rechtecke in die Fläche des Dreyecks a b c, welche also genau den während einer bestimmten Zeit a b mit gleichförmig beschleunigter Bewegung zurückgelegten Weg vorstellet. Während irgend einer andern bestimmten Zeit a d ist der zurückgelegte Weg a d e, und die in zwey bestimmten Zeiten a d, a b zurückgelegten Wege verhalten sich gegen einander wie die Dreyecke

$$ade : abc = ad^2 : ab^2 \quad \text{oder}$$

$$s : S = t^2 : T^2$$

14) Anmerkung. Der vorstehende wichtige Lehrsatz von der gleichförmig beschleunigten Bewegung läßt sich arithmetisch auch so darthun. Man nenne den während des ersten unendlich kleinen Zeittheilchens zurückgelegten Weg = 1, den während des zweyten = 2, während des 3ten = 3 u. s. w. Bedeutet nun n eine unbestimmt große Zahl, 2 n die doppelt so große Zahl, t die Zeit, welche zur Geschwindigkeit n, 2 t die Zeit,

welche zur Geschwindigkeit 2 n gehöret: so drücken die Glieder der folgenden arithmetischen Reihe die während diesen Zeiten zurückgelegten Wege aus

1 2 3 4 . . . . n . n + 1 . . . 2 n

Die Summe aller Glieder bis n giebt den Weg s für die Zeit t, bis 2 n den Weg S für die Zeit 2 t.

Es ist aber $s = (n + 1) \cdot \frac{n}{2}$ und

$$S = (2n + 1)\frac{2n}{2} = (2n + 1)\,n$$

Setzt man nun für n eine sehr große Zahl, so kann man ohne merklichen Fehler für n + 1, n, und für 2 n + 1; 2 n schreiben. Man setze z. B. n = 1000000 so fehlet man nur um den millionsten Theil, wenn man in der Summe n + 1, t weglässet, wird n noch grösser, so wird der Fehler immer kleiner, und n unendlich groß gesetzt, verschwindet er völlig. Dieß giebt

$$s : S = \frac{n^2}{2} : 2n^2 = 1 : 4 = 1^2 : 2^2$$

Die Zeiten verhalten sich wie 1 : 2 folglich die Wege wie die Quadrate der Zeiten.

15) Aus den Proportionen

$s : S = t^2 : T^2$ und

$c : C = t : T$ folgt

$s : S = c^2 : C^2$ oder

die Wege wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

Daher auch

$\sqrt{s} : \sqrt{S} = t : T = c : C$

die Quadratwurzeln aus den Wegen wie die Zeiten oder wie die Geschwindigkeiten. Wenn von der Geschwindigkeit bey einer beschleunigten Bewegung die Rede ist, so muß man darunter bloß die Geschwindigkeit während eines unendlich kleinen Zeittheilchens verstehen, weil sie bloß während eines solchen als gleichför-

mig angesehen werden kann, oder man muß sich vorstellen, die Beschleunigung höre in dem Augenblick, wo man die Geschwindigkeit messen will, auf, und der Körper gehe nun, vermöge der schon erlangten Geschwindigkeit mit gleichförmiger Bewegung fort. Fragt man, unter dieser Voraussetzung, wie groß ist der Weg, welchen ein Körper vermöge der erlangten Geschwindigkeit C, nach einer Beschleunigung während der Zeit T, in der folgenden gleichen Zeit zurücklegen wird? so giebt das Gesetz der gleichförmigen Bewegung den Weg $= CT$. Oder er ist dem Rechteck bfgc Fig. 3. gleich, dieß ist aber doppelt so groß als der Triangel abc, als der Weg, welchen der Körper mit beschleunigter Geschwindigkeit in derselben Zeit zurückgelegt hat; oder es ist $CT = 2S$. Für eine andere Zeit t, Geschwindigkeit c, hat man eben so $ct = 2s$. Man nenne die Zeit $t = 1$, eine Secunde, Minute u. dgl., so hat man $c = 2s$, die Geschwindigkeit nach Verlauf der Zeiteinheit ist der doppelten Beschleunigung während der Zeit gleich. Da nun vermöge (14) $c : C = t : T$, so hat man die Geschwindigkeit C nach jeder andern gegebenen Zeit $T = T \,.\, ct = T \,.\, 2s$, weil $t = 1$ ist.

Dieses dienet dazu, die bewegende Kraft einer während einer bestimmten Zeit beschleunigten trägen Masse zu schätzen.

Beyspiel: Eine Masse $M = 100$ lege mit gleichförmig beschleunigter Bewegung in einer Secunde den Weg $= 60$ zurück, so ist ihre Geschwindigkeit am Ende der Zeit $= 2 \,.\, 60 = 120$, nach einer Beschleunigung von 5 Secunden würde die Geschwindigkeit $C = 5 \,.\, 120 = 600$ und die bewegende Kraft $= C \,.\, M = 600 \,.\, 100 = 60000$ seyn. Wären nicht die Zeiten der Beschleunigungen, sondern die Beschleunigungen selbst gegeben, und man sollte daraus die am Ende erlangten Geschwindigkeiten bestimmen, so bedenke man, daß $\sqrt{s} : \sqrt{S} = c : C$, und da $c = 2s$ so ist $C = \frac{2s\sqrt{S}}{\sqrt{s}} =$

$$\frac{2\sqrt{s} \,.\, \sqrt{s} \,.\, \sqrt{S}}{\sqrt{s}} = 2\sqrt{s} \,.\, \sqrt{S} = 2\sqrt{s} \,.\, S.$$

Vom freyen Fall schwerer Körper.

16) Die Erfahrung lehret, daß Körper, welche man frey lothrecht herabfallen läßt, mit einer zunehmenden Geschwindigkeit zur Erde fallen. Nach welchem Gesetz die Zunahmen der Geschwindigkeit erfolgen, mußte ebenfalls durch Erfahrung ausgemacht werden. Galilei hat auf diese Art zuerst erwiesen, daß es eine gleichförmig beschleunigte Bewegung sey, mit welcher die Körper lothrecht zur Erde fallen.

Die von Galilei angestellten Experimentalunterſuchungen hierüber waren freylich noch unvollkommen, das von ihm aufgestellte Gesetz des Falles freyer Körper ist aber durch nachfolgende genauere Versuche vollkommen bestättiget worden. Bloß als Erläuterung führe ich hier Dechales Versuche an, der kleine Kieselsteine lothrecht herabfallen ließ, und die Zeit durch ein Pendelmaß, welches halbe Secunden schlug. Er fand

1	2	3	4	5	6	Zeiten in halben Sec.
$4\frac{1}{4}$	$16\frac{1}{2}$	36	60	90	123	Fallhöhen in Fußen
$4\frac{1}{4}$	17	$38\frac{1}{4}$	65	$106\frac{1}{4}$	153	nach Gal. Gesetz.

Die Abweichungen sind dem Widerstande der Luft zuzuschreiben. Viel genauer hat man die Fallhöhe in einer Secunde aus spätern Beobachtungen des Pendels hergeleitet, welches erst unten erklärt werden kann. Man fand diese Höhe = 15,625 rheinländische oder 15,095 pariser Fuß.

Schreibt man hiervor die runde Zahl 15, so fällt ein schwerer Körper im leeren Raum in

1	2	3	Secunden
15	4 . 15	9 . 15	pariser Fuß
15	60	135	————

Allgemein findet man aus der gegebenen Zeit die Höhe des Falles, wenn man das Quadrat der Zeit in Secunden ausdrückt, und mit der Fallhöhe in einer Secunde multipliciret.

Man nenne die Fallhöhe in einer Secunde = g, so hat man $S = T^2 g$, und $T = \sqrt{\frac{S}{g}}$. Jene Formel dienet, aus der Zeit die Fallhöhe, diese aus der Fallhöhe die Zeit zu finden.

Beyspiele: Wie tief fällt ein Körper in 10 Secunden? $10^2 . 15{,}625 = 1562{,}5$ rhein. Fuße. Wie lang braucht ein schwerer Körper durch 1000 rhein. Fuß zu fallen? $\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{15{,}625}} = \frac{\sqrt{1000 . 1000}}{\sqrt{15625}} = \frac{1000}{125} = 8$ Secunden weil $125^2 = 15625$. Man erspart daher eine doppelte Wurzelausziehung, wenn man die gegebene Fallhöhe in Tausendtheilen des rheinländischen Fußes ausdrückt.

Fragt man nach der am Ende einer gewissen Zeit, oder Fallhöhe, durch den Fall erlangten Geschwindigkeit, so erhält man dieselbe durch die Formeln $C = T . 2g$ oder $C = \sqrt{\frac{S}{g}} . 2g = 2\sqrt{gS}$

Beyspiele: Wie groß ist die Geschwindigkeit, wenn ein Körper durch 1000 Fuß oder während 8 Secunden gefallen ist? $8 . 2 . 15{,}625 = 250$ Fuß; eben das giebt die Formel $C = 2\sqrt{15{,}625 . 1000} = 2 . 125$.

17) Auf die Masse des schweren Körpers kommt, wenn bloß von der Geschwindigkeit durch den Fall die Rede ist, gar nichts an, weil alle Theilchen der Masse gleich schwer sind, oder gleich stark beschleunigt werden. In der Luft fallen kleinere Massen von größerm Umfang (specifisch leichtere Körper) bloß wegen des Widerstandes der Luft langsamer. Die gesammte Kraft eines fallenden Körpers oder seine bewegende Kraft ist dem Produkt seiner Masse in die erlangte Geschwindigkeit gleich. Man unterscheidet hiervon die Kraft eines jeden einzelnen Massentheilchens, welche man erhält, wenn man die bewegende Kraft durch die Masse dividiret, und heißt sie beschleunigende Kraft. Die beschleunigende Kraft

sey gleich V, bewegende Kraft P, Masse M, so hat man $V = \frac{P}{M}$.

Die Begriffe von bewegender und beschleunigender Kraft schränken sich nicht bloß auf bewegte schwere Massen ein, sondern gelten überhaupt von trägen Massen, in welche Kräfte wirken. Man lasse eine hölzerne und eine metallene Kugel von gleichem absolutem Gewicht in freyer Luft herabfallen. Das specifische Gewicht der metallenen Kugel sey 8 mal größer als der hölzernen, so verhalten sich die körperlichen Räume beyder Kugeln = 1 : 8; die Durchschnitte oder größten Kreise = 1 : 4. In dem letzten Verhältniß widersteht die aus der Stelle getriebene Luft, alles übrige gleichgesetzt. Da nun die bewegende Kraft bey beyden Kugeln gleich, der Widerstand der Luft bey der hölzernen Kugel 4 mal größer als bey der metallenen ist, so muß jene gegen diese nothwendig zurückbleiben.

18) Es werde eine schwere Masse M durch eine beschleunigende Kraft V mit gleichförmiger Geschwindigkeit C lothrecht in die Höhe getrieben, indeß ihr die Schwere jeden Augenblick eine Beschleunigung nach unten giebt; man fragt, welche Geschwindigkeit = c hat die schwere Masse nach jeder gegebenen Zeit = t, und wie hoch ist sie während dieser Zeit gestiegen? Die Schwere wirkt in die aufwärts steigende Masse eben so, wie in die ruhende. Man ziehe daher von der Wirkung der aufwärts gerichteten Kraft die Beschleunigung der Schwere ab, so bleibt die vermöge beyder erfolgte Wirkung übrig. Nennt man nun die Beschleunigung der Schwere in einer Secunde = g = 15,625 Fuß. Die von ihr herrührende Geschwindigkeit = 2g, so hat der aufwärts steigende Körper nach Verlauf einer Seeunde

eine Geschwindigkeit	=	C — 2g
nach zwey Secunden		C — 2 . 2g

nach drey Secunden $C - 3 . 2g$
nach t Secunden $C - t . 2g$
das ist, der Körper steigt mit gleichförmig verminderter Geschwindigkeit aufwärts. Den Weg des Körpers findet man, wenn man von dem, vermöge der gleichförmigen Bewegung zurückgelegten Weg, den vermöge der Schwere zurückgelegten abzieht, er ist also $= Ct - gt^2$.

Beyspiel: Die Geschwindigkeit C womit der Körper zu steigen anfängt, sey = 250 Fuß in einer Secunde, wie hoch ist er nach 4 Secunden gekommen, und was ist seine Geschwindigkeit? $4 . 250 - 16 . 15{,}625 = 1000 - 250 = 750$ Fuß, zurückgelegter Weg, $250 - 4 . 2 . 15{,}625 = 125$ Geschwindigkeit.

19) Vermöge des vorstehenden Paragraphs vermindert sich die Geschwindigkeit einer aufwärts steigenden schweren Masse in jedem Augenblick, sie muß daher endlich ganz vernichtet werden. Man fragt, wann dieses geschieht, und wie hoch die Masse während der Zeit gestiegen ist? Die Zeit heiße T, so hat man die Geschwindigkeit $C - T . 2g = 0$, folglich $C = T . 2g$ und $T = \frac{C}{2g}$. Der zurückgelegte Weg ist $CT - T^2 . g$, setzt man für C in diesem Ausdruck den Werth $T 2g$, so erhält man für den zurückgelegten Weg $T^2 . 2g - T^2 g = T^2 g$ eben den, welchen der Körper in der Zeit T durchfallen haben würde. Die Wirkung der mit gleichförmiger Geschwindigkeit aufwärtstreibenden Kraft ist also doppelt so groß als die Wirkung der Schwere, damit, diese von jener abgezogen, noch eine der Schwere gleiche Wirkung übrig bleibt. Man drückt diesen Satz auch so aus: Eine Kraft, welche eine schwere Masse zu einer gegebenen Höhe aufwärts treiben soll, muß ihr im Anfang der Bewegung eine Geschwindigkeit C geben, vermöge welcher sie den doppelten Weg in derselben Zeit zurücklegen würde. Wenn die aufwärts steigende Masse vermöge der Wirkung der Schwere zur Ruhe gekommen

ist, so dauert diese Ruhe nur einen Augenblick, indem die Beschleunigung der Schwere sie niedertreibt, und zwar in derselben Zeit, in welcher sie aufgestiegen war. Am Ende der Zeit T hat sie vermöge des Falles die Geschwindigkeit $T \cdot 2g = C$ erhalten, welche so groß ist als die, womit sie zu steigen anfieng.

Im Beyspiel des vorigen Paragraphs ist $T = \frac{250}{2 \cdot 15{,}625} = 8$ Secunden der zurückgelegte Weg

$8 \cdot 250 - 8^2 \cdot 15{,}625 = 2000 - 1000 = 1000$

Fuß eben so groß als der lothrechte Fall eines schweren Körpers in gleicher Zeit.

Vom Fall auf der geneigten Ebene.

20) Ein schwerer Körper A befinde sich auf der geneigten Ebene acb, Fig. 4. so wirkt in ihn die relative Schwere A sin. acb. Die Beschleunigung, welche er in jedem Augenblicke von der relativen Schwere erhält, verhält sich zu der Beschleunigung durch den lothrechten Fall, wie

$$A \text{ sin. } acb : A = \text{sin. } acb : 1 = ab : ac.$$

Der Körper legt daher auf der geneigten Ebene in jeder bestimmten Zeit T einen Weg ac zurück, welcher sich zu dem Weg S durch den lothrechten Fall in gleicher Zeit verhält $= ab : ac$ oder $S = \frac{ac}{ab} \cdot ac.$

Man fälle von c aus auf ac das Perpendikel cd, welches von der verlängerten ab in d geschnitten wird, so ist wegen der Aehnlichkeit der rechtwinklichten Dreyecke abc, acd

$$ab : ac = ac : ad$$

oder $ad = \frac{ac^2}{ab}$ ist der in der Zeit t erfolgte loth-

rechte Fall, während der Weg auf der geneigten Ebene durch a c ausgedruckt wird. Eben so sind a e, a f; a h, a b zusammen gehörige Wege auf der geneigten Ebene und durch den lothrechten Fall.

21) Anmerkung. Man kann sich die Wirkung der Schwere auf der geneigten Ebene, als die Wirkung einer gleichförmig beschleunigenden Kraft von geringerer Größe, als die Schwere, als eine Schwere anderer Art vorstellen. Wenn der Neigungswinkel der schiefen Ebene 30° ist, so ist die Beschleunigung der Schwere halb so groß, als bey dem lothrechten Fall. Der Körper wird in jeder gegebenen Zeit auf der geneigten Ebene halb so viel Weg zurücklegen, als durch den lothrechten Fall, übrigens bleiben die Gesetze des Falles auf der geneigten Ebene dieselben wie bey dem freyen Fall; die zurückgelegten Wege verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten, die Geschwindigkeiten wie die Zeiten. Dieß dienet, die Gesetze frey fallender Körper, aus den auf schiefen Ebenen herabfallenden, welche wegen ihrer langsamern Bewegung genauer beobachtet werden können, herzuleiten. Schon Galiläi bediente sich daher zur Untersuchung der Gesetze des Falles einer schiefen Ebene, deren Höhe sich zur Länge wie 1 : 24 verhielt.

22) c b Fig. 5. sey eine willkührlich gezogene Sehne eines Kreises, a c dessen Durchmesser, so sinkt ein schwerer Körper auf der geneigten Sehne b c in derselben Zeit, in welcher er durch den Durchmesser a c lothrecht herabfällt. Denn man ziehe die Linien a b, b d, c d, wovon die zuletzt genannten Höhe und Grundlinie der schiefen Ebene b c vorstellen, so findet man nach (20) aus dem Fall b c auf der geneigten Ebene, den in derselben Zeit erfolgten lothrechten Fall durch die Proportion $bd : bc = bc : Ges. = \frac{bc^2}{bd}$.

Wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke a c b, b c d ist aber $bd : bc = bc : ac$, folglich $ac = \frac{bc^2}{bd}$ der

der vorhin gefundene Weg für den gleichzeitigen lothrechten Fall. Eben so wird der Beweis für jede andere Sehne c f geführet. Daher fällt ein schwerer Körper durch jede von dem Punct c aus gezogene Sehne eines Kreises in derselben Zeit, in welcher er durch den lothrechten Durchmesser a c fällt.

23) Wenn ein schwerer Körper den Weg a c auf der geneigten Ebene Fig. 4. zurückgelegt hat, so ist seine Geschwindigkeit so groß, als wenn er durch die Höhe a b lothrecht gefallen wäre. a f sey der lothrechte Fall in einer Secunde = g, so ist a e der zugehörige Fall auf der geneigten Ebene, die in einer Secunde erhaltene Geschwindigkeit = 2 . a e. Da sich die Geschwindigkeiten wie die Zeiten, oder die Quadratwurzeln der Fallräume verhalten, so hat man die Geschwindigkeit durch den Fall a c

$$\sqrt{ae} : \sqrt{ac} = 2ae : Ges. = \frac{2ae\sqrt{ac}}{\sqrt{ae}} = 2\sqrt{ae} \cdot \sqrt{ac}.$$

Die Geschwindigkeit durch den lothrechten Fall von a b

$$\sqrt{g} : \sqrt{ab} = 2g : Ges. = 2\sqrt{g}\,\sqrt{ab}$$

Wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke a b c, a f e ist

$$ae : af = ab : ac \text{ oder}$$
$$ae : g = ab : ac \text{ und}$$
$$\sqrt{ae} : \sqrt{g} = \sqrt{ab} : \sqrt{ac}.$$

Dieß giebt $\sqrt{ae} = \frac{\sqrt{g}\,\sqrt{ab}}{\sqrt{ac}}$.

Setzt man diesen Werth von $\sqrt{ae}$ in dem Ausdruck für die durch den Fall a c erlangte Geschwindigkeit, so

erhält man dafür $\frac{2\sqrt{g}\,\sqrt{ab}}{\sqrt{ac}} \cdot \sqrt{ac} = 2\sqrt{g}\,\sqrt{ab}$,

die Geschwindigkeit durch den lothrechten Fall a b.

Beyspiel: Es sey a c = 2 a b, a b = 15 par. Fuß, gleich dem Fall in einer Secunde, so fällt der Körper auf der schiefen Ebene unter dieser Voraussezzung $7\frac{1}{2}$ Fuß, folglich 30 Fuß = a c = 4 . $7\frac{1}{2}$ Fuß in 2 Secunden, seine dadurch erlangte Geschwindigkeit in einer Secunde ist = $\frac{60}{2}$ = 30 Fuß, eben so groß als die durch den lothrechten Fall a b von 15 Fuß erhaltene.

Von der krummlinigen Bewegung.

24) Wenn ein Körper nur den ersten Augenblick oder beym Anfang seiner Bewegung der Wirkung einer Kraft ausgesetzt ist, so geht er mit gleichförmiger Geschwindigkeit in geradliniger Richtung beständig fort. Wirkt die bewegende Kraft auch während der Bewegung, aber immer nach einerley Richtung in den Körper, so ist die Bewegung zwar beschleunigt, aber noch geradlinig. Soll der bewegte Körper eine krumme Linie beschreiben, so müssen wenigstens zwey Kräfte in ihn wirken, deren Richtungen einen Winkel mit einander machen, und wovon die eine Kraft während der Bewegung stets fortwirkt, und seine Richtung in jedem Augenblick ändert. Dieß wird die folgende Betrachtung erläutern. a b, a d Fig. 6. stellen die Richtungen und Größen zweyer Kräfte in der bestimmten Zeit t vor, welche in den Punct oder Körper a zu gleicher Zeit wirken, so wird der Körper vermöge der Zusammensetzung der Kräfte in der Zeit t die Diagonale des Parallelogramms a e beschreiben. Wirkte nun keine Kraft weiter in ihn, so würde er vermöge der erlangten Geschwindigkeit in der folgenden Zeit t den Weg e α = a e in derselben Richtung und mit gleicher Geschwindigkeit zurücklegen. Soll er von dieser Richtung nach e f abgelenkt werden, so muß am Anfang der zweyten Zeit t eine Kraft e g in ihn wirken, welche, verbunden mit e α, den Körper die Diagonale e f beschreiben macht. Eben so muß am Anfang der dritten Zeit t eine Kraft = f i in den Körper wirken, wodurch er, verbunden

mit $fe = fe$, während der dritten Zeit die Diagonale fh beschreibt u. s. w. Es erhellet, daß die gebrochene Linie $aefh$, oder der Weg des Körpers a sich in eine zusammenhängende stetige krumme Linie verwandelt, wenn man die Zeiten t unendlich klein annimmt, das ist, den Körper in jedem Augenblick von seiner geradlinigen Richtung ab, $e\alpha$, $f\varepsilon$ ablenken läßt. Gehen die Ablenkungen nach einem gemeinschaftlichen Mittelpunct c, so heißt die ablenkende Kraft auch Centripetalkraft. Die erste stoßende Kraft ab heißt Tangentialkraft, weil sie entweder selbst in einer Tangente der krummen Linie aefh liegt, oder doch in zwey Kräfte zerlegt werden kann, wovon die eine mit der Richtung der Tangente ab, die andere mit einer auf die Tangente senkrechten Linien zusammenfällt. Jener Theil kommt hier nur als Tangentialkraft in Rechnung. Die Größe $ad = be$, um welche die Tangentialkraft den Körper von dem Mittelpunct der Bewegung zu entfernen strebt, heißt Centrifugalkraft, Schwungkraft; sie ist der Centripetalkraft gleich, wenn der Körper eine in sich selbst zurückkehrende krumme Linie beschreibt. Beyde Kräfte, die Tangential- und Centripetalkraft, heißen zusammen auch Centralkräfte. Sind die Richtungen der Centripetalkraft ad, eg, fi jederzeit auf die krumme Linie senkrecht, so heißen sie auch Normalkräfte. Der Punct c heißt der Mittelpunct der Kräfte.

25) Anmerkung. Aus der Anschauung von Fig. 6. erhellet, daß die krumme Linie, welche ein Körper vermöge der Wirkung zweyer Centralkräfte beschreibt, jederzeit gegen den Mittelpunct der Kräfte hohl ist. Je stärker die Centripetalkraft gegen die Tangentialkraft ist, desto gekrümmter wird die Linie. Es kommt also blos auf das Verhältniß dieser beyden Kräfte an, was der Körper für eine krumme Linie um den Punct c beschreiben soll, ob er sich nach Vollendung eines ganzen Umlaufs wieder im Punct a wovon er ausgieng befinden soll, d. i. ob die krumme Linie eine in sich selbst zurückkehrende, oder eine Spirallinie werden soll, und

im letztern Falle, ob die Spirallinie sich dem Mittelpunct der Bewegung nähern, oder sich von ihm entfernen soll. Die allgemeine Theorie der krummlinigen Bewegung setzt Kenntniß der höhern Geometrie voraus. Ich werde mich daher hier blos auf einige leichtere Fälle und insbesondere auf die Bewegung im Kreiße einschränken müssen.

26) Eine von dem Mittelpunct der Bewegung nach dem bewegten Körper in irgend einer Stelle seiner Bahn gezogene gerade Linie heißt radius vector. Es läßt sich allgemein erweisen, daß bey jeder krummlinigen, durch Centralkräfte erzeugten Bewegung, die von den radiis vectoribus in gleichen Zeiten durchstrichene Räume gleich sind. ae, ef, fh Fig. 6. seyen die in gleichen sehr kleinen Zeiten zurückgelegten Bögen der krummen Linie; ace, ecf, fch die zu ihnen gehörigen von den radiis vectoribus durchstrichenen Räume. Jene lassen sich wegen ihrer Kleinheit als gerade Linien, diese als Dreyecke betrachten. Alle diese Dreyecke sind einander gleich, weil aec = ecα, ecα = efc, jene als Dreyecke von gleichen Grundlinien und einer gemeinschaftlichen Spitze, diese weil sie eine gemeinschaftliche Grundlinie haben und zwischen zwey Parallellinien stehen. Hieraus folgt aec = ecf. Eben so läßt sich die Gleichheit zwischen ecf und fch erweisen. Wenn aber die in sehr kleinen gleichen Zeiten durchstrichene Räume gleich sind, so sind auch die in gleichen größern Zeiten zurückgelegten Räume als gleiche Summen gleicher Größen gleich, oder allgemein: die von den radiis vectoribus durchstrichenen Räume verhalten sich wie die Zeiten, binnen welchen sie beschrieben worden sind.

27) Wenn sich ein Körper in einem Kreis bewegt und der Mittelpunct der Kräfte der Mittelpunct des Kreises ist, so bewegt sich der Körper in dieser krummen Linie mit gleichförmiger Geschwindigkeit, das ist, er legt in gleichen Zeiten gleiche Bögen zurück, oder die

zurückgelegten Bögen verhalten sich wie die Zeiten. a b, b c, c d Fig. 7. seyen in gleichen Zeiten zurückgelegte Bögen, so sind die durchstrichenen Räume a e b, b e c, c e d, vermöge des vorhergehenden Paragraphs gleich, also auch die zu den gleichen Kreisausschnitten gehörige Bögen gleich. Die Zeit, welche ein Körper braucht den ganzen Umfang des Kreises (oder der krummen Linie) zurückzulegen, heißt die Umlaufszeit auch periodische Zeit, der Weg a b, welchen er in der Zeiteinheit zurücklegt, die Geschwindigkeit. Bey der gleichförmigen Bewegung im Kreise stehen die Umlaufszeiten in dem zusammengesetzten Verhältnisse der Umfänge oder Durchmesser, und dem umgekehrten der Geschwindigkeiten.

28) Anmerkung. Als eine Anwendung des 27 Satzes bringe ich hier etwas von der Bewegung in Ellipsen historisch bey, wegen der Wichtigkeit dieser Lehren in der physischen Astronomie, da alle Bewegungen der Himmelskörper, welche wir bis jetzt erforscht haben, in elliptischen Bahnen erfolgen. a d b c Fig. 8. sey eine Ellipse, a b der längste Durchmesser derselben heißt die große Axe, der aus ihrer Mitte senkrecht aufgerichtete kleinste Durchmesser c d die kleine Axe, ihr gemeinschaftlicher Durchschnitt e der Mittelpunct der Ellipse. In der großen Axe giebt es zwey Puncte F, f die Brennpuncte, von welchen aus die Summe der Linien F g + f g nach jedem beliebigen Punct g des Umfangs der Ellipse der großen Axe a b gleich ist. Die Brennpuncte stehen gleich weit von dem Mittelpunct e ab. Ihre Entfernung F f heißt die doppelte Eccentricität der Ellipse, und ist desto größer, je länger und schmäler die Ellipse ist, und verschwindet, wenn sich die Ellipse in einem Kreis verwandelt. Einer der Brennpuncte f sey der Mittelpunct der Kräfte für den in der Ellipse laufenden Körper a; so sind vermöge (26) die in gleichen Zeiten durchstrichenen elliptischen Ausschnitte a f g, h F b gleich. Wenn die Zeiten sehr klein sind, so lassen sich die kleinen Bögen a g, b h ohne merklichen Fehler als gerade Linien, und die elliptischen Ausschnitte als Dreyecke betrachten. Da sich nun die Grundlinien

von gleichen Dreyecken umgekehret wie ihre Höhen verhalten, so ist a g : b h = F b : f a.

Die in sehr kleinen gleichen Zeiten beschriebene elliptische Bögen verhalten sich umgekehret wie die Entfernung vom Mittelpunct der Kräfte.

Ein Körper, welcher sich in einer Ellipse bewegt, beschreibt den Umfang derselben mit ungleichförmiger Geschwindigkeit, und die Geschwindigkeit an jeder Stelle seiner Bahn steht im umgekehrten Verhältniß der Entfernung des Brennpunctes, welcher der Mittelpunct der Kräfte ist. Hieraus fliesset, daß die Zeit, welche der Körper braucht, den halben Umfang der Ellipse c b d, in welchem der Mittelpunct der Kräfte nicht liegt, zu beschreiben, größer ist, als die Umlaufszeit durch die andere Hälfte c a d. Der Unterschied ist desto beträchtlicher, je größer die Eccentricität der Ellipse ist, und verschwindet, wenn sich die Ellipse in einen Kreis verwandelt. Wenn man zwischen der größten und kleinsten Geschwindigkeit in a und b eine mittlere Geschwindigkeit sucht, die welche der Körper um c und d hat, und sich einen Kreis beschrieben denkt, dessen Inhalt dem Inhalt der Ellipse gleich ist, so würde der Körper mit der mittlern Geschwindigkeit diesen Kreis in derselben Zeit gleichförmig durchlaufen, in welcher er mit ungleichförmiger Geschwindigkeit die Ellipse beschreibt. Den Halbmesser dieses Kreißes nennt man die mittlere Entfernung des in der Ellipse sich bewegenden Körpers. Diese Vorstellung dienet dazu, die elliptische Bewegung auf die Bewegung im Kreiße zurückzubringen.

29) Die Centrifugalkraft eines im Kreise laufenden Körpers steht im directen Verhältniß des Quadrates der Geschwindigkeit und im umgekehrten des Durchmessers des Kreises. Der kleine Bogen a e Fig. 9. drucke den in der Zeiteinheit zurückgelegten Weg oder die Geschwindigkeit aus, so ist d e = a f die Centrifugalkraft. Man ziehe die Sehnen a e, e g, wovon die erstere mit ihrem kleinen Bogen verwechselt werden kann. In den ähnlichen rechtwinklichten Dreyecken a f e, a e g ist a f : a e = a e : a g. Die Centrifugal-

kraft

kraft heiße v, der Bogen ae oder die Geschwindigkeit = c, der Halbmesser gleich r, so giebt dieß

$$v : c = c : 2r \text{ oder } v = \frac{c^2}{2r}.$$

Wenn für einen andern Kreis V, C, R ähnliche Dinge bedeuten, so hat man eben so

$$V = \frac{C^2}{2R}, \text{ folglich}$$

$$V : v = \frac{C^2}{2R} : \frac{c^2}{2r},$$

woraus der Satz fließet.

Für gleiche Halbmesser verhalten sich die Centrifugalkräfte, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, für gleiche Geschwindigkeiten umgekehret, wie die Halbmesser.

Beyspiel: ca Fig. 10. sey der Halbmesser der Erde in der Gegend des Aequators = R, de der Halbmesser eines Parallelkreises = r. Da beyde ihren Umlauf in gleichen Zeiten vermöge der Umdrehung der Erde um ihre Axe vollenden, so verhalten sich die Geschwindigkeiten zweyer Puncte in diesen Kreisen, wie ihre Umfänge, wie die Halbmesser. Man hat also

C : c = R : r folglich

$$V : v = \frac{R^2}{2R} : \frac{r^2}{2r} = \frac{R}{2} : \frac{r}{2} = R : r$$ d. i. die

Centrifugalkräfte eines Punctes im Aequator und in einem Parallelkreis verhalten sich gegen einander, wie die Halbmesser des Aequators und Parallelkreises.

Da de : ce = Sin. dce : 1 ist, so hat man r = R Sin. dce = R cosin. eca folglich

C : c = R : R cosin. eca.

Man darf nur die Schwungkraft unter dem Aequator mit dem Cosinus des Abstandes vom Aequator multipliciren, um die Schwungkraft in jedem Parallelkreis zu finden. Wären die Schwungkräfte an verschiednen

Stellen der Erde durch Beobachtungen gegeben, so könnte man daraus auf das Verhältniß der Halbmesser der zugehörigen Parallelkreise, folglich auf die Gestalt der Erde schließen. Hiervon soll bey dem Pendel weiter geredet werden. Der Durchmesser des Aequators sey 6543588 französische Toisen, der Umfang 20546867 Toisen, diese Zahl durch 86400 Secunden = 24 Stunden dividiret, giebt die Geschwindigkeit eines Punctes im Aequator in einer Secunde = 237,8 Toisen. Hiervon das Quadrat, dividiret durch den Durchmesser des Aequators, giebt die Schwungkraft desselben in einer Secunde beynahe 0,00864 Toisen = 0,05184 par. Fuß. Dividirt man diese Zahl in 15,095 so findet man die Schwungkraft unter dem Aequator = $\frac{1}{291}$ der Schwere In einem Parallelkreis d e, welcher 60° vom Aequator absteht, würde die Schwungkraft, unter der Voraussezzung, daß die Erde eine vollkommne Kugel sey, halb so groß als unter dem Aequator seyn, weil cosin. 60° = $\frac{1}{2}$ ist.

30) Wenn sich die Quadrate der Umlaufszeiten zweyer in Kreisen schwingenden Körper wie die Würfel der Halbmesser verhalten, so sind die Schwung- oder Centrifugalkräfte in dem umgekehrten Verhältniß der Quadrate der Halbmesser, oder der Entfernungen von dem Mittelpuncte der Bewegung. Es seyen die Umlaufszeiten t, T, Halbmesser r, R, Geschwindigkeiten c, C, Schwungkräfte v, V. Vermöge der Voraussetzung ist

$$t^2 : T^2 = r^3 : R^3.$$

Ferner ist $v : V = \frac{c^2}{2r} : \frac{C^2}{2R}$

und $c : C = \frac{r}{t} : \frac{R}{T}$, weil die Geschwindigkeiten im directen Verhältniß der Umfänge oder der Halbmesser, und dem verkehrten der Zeiten sind, also

$$c^2 : C^2 = \frac{r^2}{t^2} : \frac{R^2}{T^2}$$

für $t^2 : T^2$, $r^3 : R^3$ geschrieben,

giebt $c^2 : C^2 = \frac{r^2}{r^3} : \frac{R^2}{R^3} =$

$\frac{1}{r} : \frac{1}{R} = R : r,$

folglich $v : V = \frac{R}{2r} : \frac{r}{2R} =$

$2R^2 : 2r^2 = R^2 : r^2.$

31) Anmerkung. Diesen Satz, welcher sich nicht blos auf die Schwungbewegung im Kreise einschränkt, hat Kepler zuerst aus Beobachtungen über die Bewegungen der Planeten um die Sonne hergeleitet, und Newton hat hierauf seine Lehre von der allgemeinen Gravitation angewendet, und gezeigt, wie, wenn die anziehende Kraft der Sonne gegen die Planeten (die Centripetalkraft) sich umgekehret wie das Quadrat der Entfernung verhält, hieraus das Keplerische Gesetz, daß sich die Quadrate der Umlaufszeiten wie die Würfel der mittlern Distanzen von der Sonne verhalten, fließe. Wenn ein Planet sich in einer Ellipse um die Sonne bewegt, und ungleiche Entfernungen von derselben in den verschiednen Stellen seiner Bahn hat, so verhalten sich die Centripetalkräfte an den verschiednen Stellen umgekehret wie die Quadrate der Entfernungen. Auch diesen Satz hat Newton zuerst erwiesen, und so die elliptische Bewegung der Planeten um die Sonne, welche Kepler aus Beobachtungen folgerte, nach dem Gesetz der Gravitation demonstriret. Auf diesen wenigen Sätzen beruht fast die ganze physische Astronomie, welche durch vollkommnere Beobachtungen mit jedem Tag neue Bestättigungen erhält.

Von der Wurfbewegung.

32) Von a aus Fig. 11. werde ein Körper mit einer Geschwindigkeit = a 1 = c in einer horizontalen Richtung geworfen oder geschossen, er würde vermöge dieser Kraft allein mit gleichförmiger Geschwindigkeit die Wege a 1, 12, 23 u. s. w. in gleichen Zeiten

zurücklegen. Vermöge der Schwere allein würde er in denselben Zeiten die Wege ac, ad, ae durchfallen, welche durch g, 4g, 9g ausgedruckt werden, wenn die gleichen Zeiten Secunden sind. Vermöge beyden Kräften zugleich wird die krumme Linie afgh beschrieben, welche durch die Eckpuncte der Parallelogramme geht, deren Seitenlinien die in den Körper wirkenden Kräfte vorstellen. Die krumme Linie ist eine Parabel. Der Punct a heißt der Scheitel, die gerade Linie ae die Axe, der Bogen afgh ein Schenkel der Parabel. Die Linien cf, dg, eh, welche man senkrecht auf die Axe nach dem Umfang zieht, heißen die Ordinaten, ihre Quadrate verhalten sich wie die auf der Axe durch sie abgeschnittenen Theile (Abscissen) ac, ad, ae. Man druckt die Eigenschaften der Parabel durch die Gleichung $y^2 = ax$ aus, wo y die verschiedenen Werthe von cf, dg, eh, und x die zugehörigen Werthe der Abscissen ac, ad, ae bedeuten. a stellt eine unveränderliche Größe vor, welche jederzeit mit der Abscisse multipliciret werden muß, um das Quadrat der Ordinate zu erhalten, man nennt sie den Parameter der Parabel. In der durch den horizontalen Wurf eines schweren Körpers entstehenden Parabel, sind die Werthe von $x = g, 4g, 9g \cdots t^2 g$ die zugehörigen von $y = c, 2c, 3c \cdots tc$. Folglich hat man für diese Parabel die Gleichung

$t^2 c^2 = a t^2 g$ oder

$c^2 = ag$, dieß giebt

$a = \frac{c^2}{g}$, das Quadrat der Geschwindigkeit dividiret durch die Beschleunigung der Schwere für den Parameter der Parabel.

33) Wenn die Geschwindigkeit c des horizontalen Wurfs und die Höhe ae gegeben ist, die Weite eh zu finden. Aus der gegebenen Höhe muß man die für de lothrechten Fall nöthige Zeit t berechnen. Es ist abe

$\sqrt{g} : \sqrt{ae} = 1 : t = \frac{\sqrt{ae}}{\sqrt{g}}$, die Zeit t multipliciret mit der Geschwindigkeit c, giebt die Weite ea.

Beyspiel: Es sey ea = 1000 rheinländische Fuß, so braucht ein schwerer Körper 8 Secunden sie zu durchfallen (17). Die Geschwindigkeit des horizontalen Wurfs sey 600 Fuß in einer Secunde, so erhält man für die Weite ea = 8 . 600 = 4800 Fuß. Suchte man umgekehret aus der Weite des Schusses ea die durch die Schwere bewirkte lothrechte Ablenkung, so dividire man mit der Geschwindigkeit in die gegebene Schußweite um die Zeit zu erhalten, und multiplicire das Quadrat derselben mit der Beschleunigung der Schwere. Beyspiel: die Schußweite sey 300 Fuß, die Geschwindigkeit wie vorhin, so wird dieser Weg in einer halben Secunde zurückgelegt. Dieß giebt für die Ablenkung der Schwere $(\frac{1}{2})^2$. 15,625 = $\frac{1}{4}$. 15,625 = 3,9 Fuß.

34) Wenn ein schwerer Körper in einer gegen den Horizont geneigten Richtung geworfen wird, seine Bahn zu bestimmen. ac Fig. 12. sey die in einer Secunde durch den Wurf erzeugte Geschwindigkeit. Man zerlege sie in zwey Seitengeschwindigkeiten ab, ad, wovon die eine lothrecht, die andere horizontal ist. Bloß der erstern wirkt die Schwere entgegen, vermindert sie gleichförmig, und hebt sie endlich ganz auf, der andere horizontale Theil wirkt immer gleich stark und ungeschwächt auf den Körper. Um daher die Bahn des geworfenen Körpers zu bestimmen, sehe man, wie viel er in der gegebenen Zeit mit gleichförmig verminderter Geschwindigkeit aufwärts gestiegen, und wie weit er mit gleichförmiger Bewegung horizontal fortgerückt sey; aus beyden Wegen beschreibe man ein Parallelogramm, so giebt die dem Punct a gegenüberstehende Ecke desselben den Ort des Körpers.

Beyspiel: Die lothrechte Geschwindigkeit des Wurfs sey der sechsfachen Beschleunigung der Schwere gleich, und die horizontale eben so groß, oder der Rei-

gungswinkel c a d sey = 45°. Die Höhe d g um welche der Körper in der ersten Secunde gestiegen ist, ist = 6 g — g = 5 g, seine wagrechte Entfernung = a d folglich der Körper selbst in g.

Nach zwey Secunden ist die wagrechte Entfernung = 2 a d = a 1 die lothrechte Erhebung h 1 = 12 . g — 4 g = 8 g, nach 3 Secunden die wagrechte Entfernung 3 a d = a 2 die lothrechte Höhe 18 g — 9 g = 9 g = 2 e. Hier hat der Körper den höchsten Punct seiner Bahn erreicht, indem seine Geschwindigkeit aufwärts = 6 g durch die von der Schwere herrührende Geschwindigkeit = 3 . 2 g ganz zernichtet ist. Der Körper befindet sich in dem Punct e seiner Bahn unter denselben Umständen, als wenn er geruht hätte, und ihn eine horizontale Kraft = a d von e aus triebe, indeß er vermöge der Schwere lothrecht herabfällt. Er beschreibt nach (33) den Schenkel der Parabel e i k f, welcher dem aufwärts steigenden a g h e gleich und ähnlich ist, weil die Schwere den Körper niederwärts eben so beschleunigt, wie sie seine Geschwindigkeit aufwärts verminderte. Nach 4 Secunden ist die lothrechte Höhe 3 i = 24 g — 16 g = 8 g = h 1 nach 5 Secunden k 4 = 30 g — 25 g = 5 . g = g d; nach 6 Secunden ist die Höhe = 36 . g — 36 g = 0 oder der Körper befindet sich wieder in der Horizontallinie a f, von welcher er zu steigen anfieng. Die größte Weite a f beträgt in diesem Beyspiel 36 g. Man setze g = 15 Fuß, so ist a f = 540 Fuß e 2 = 135 Fuß.

35) Anmerkung. Man nenne allgemein die Geschwindigkeit a c = C den Neigungswinkel c a d = n so ist a b = C Sin. n, a d = C cosin. n Aus der lothrechten Geschwindigkeit findet man die zur größten Höhe e 2 gehörige Zeit t, wenn man t . 2 g = C Sin. n setzt, folglich $t = \frac{C \text{ Sin. } n}{2 g}$. Die größte Höhe des Wurfs selbst ist $t \cdot C \text{ Sin. } n - t^2 g = \frac{C^2 \text{ Sin. } n^2}{2 g} - \frac{C^2 \text{ Sin. } n^2}{4 g} = \frac{C^2 \text{ Sin. } n^2}{4 g}$. Die größte Weite des Wurfs a f ist $= 2 t \, C \text{ cosin. } n = \frac{2 C \text{ Sin. } n \text{ cosin. } n}{2 g}$

$= \frac{C \text{ Sin. } n \text{ . cosin. } n}{g}$. Bey unveränderter Geschwindigkeit C wird die Weite des Wurfs am größten, wenn $n = 45°$ ist, oder Sin. n = cosin. n. Dieß erhellet daraus, weil über 45°, Sin. n weniger zunimmt als cosin. n abnimmt, und umgekehret unter 45°, folglich ist das Produkt von beyden am größten, wenn die Factoren gleich sind. N, n seyen zwey Neigungswinkel, welche gleichviel über und unter 45° betragen, die Geschwindigkeit C sey für beyde einerley, so ist die Weite des Wurfs für beyde Neigungswinkel dieselbe, die Höhen aber sind verschieden, zur größern Neigung gehöret die größere Höhe. Die Höhen verhalten sich nämlich wie Sin. n^2 ; Sin. N^2, die Weite wie Sin. n cosin. n : Sin. N . cosin. N Das letzte Verhältniß ist das Verhältniß der Gleichheit, weil unter der Voraussetzung Sin. n = cosin. N und Sin. N = cosin. n ist. Fig. 13. erläutert diesen Fall für die Neigungswinkel von 30° und 60°.

36) Anmerkung. Die hier betrachtete parabolische Theorie des Wurfs setzt voraus, daß ausser der Wurfkraft und der Schwere nichts in den Körper wirke. Dieß würde alsdann der Fall seyn, wenn sich der Körper in einem leeren Raum bewegte. Die Luft widersteht dem geworfnen Körper, und vermindert sowohl dessen lothrecht aufwärts gehende als horizontale Geschwindigkeit; der Körper steigt in der Luft nicht so hoch und geht nicht so weit als im leeren Raum. Der Widerstand der Luft wächset und nimmt ab, mit der Geschwindigkeit des geworfnen Körpers; er ist daher bey dem Aufsteigen eine veränderlich abnehmende, beym Niedersinken eine veränderlich zunehmende Kraft, und das Gesetz der Veränderlichkeit ist noch nicht einmal mit Gewißheit ausgemacht, besonders da der Widerstand der Luft nach der verschiednen Beschaffenheit derselben verschieden ist. Dieß alles macht die Theorie der geworfnen Körper mit Rücksicht auf den Widerstand der Luft sehr schwierig. Euler, Lambert in den Denkschriften der Petersburger und Berliner Akademie, Tempelhof in seinem Barbardier prussien, und neuerlich Rode und Hennert haben sich mit Untersuchung der Natur der Wurfslinie (ballistique) beschäftiget, wenn man den Widerstand der Luft in Betracht zieht. Eine

ziemlich vollständige Sammlung der hierher gehörigen Untersuchungen findet sich in Böhms Magazin für Ingenieur, und Artilleristen.

Vom Pendel.

37) An einer geraden Linie ac, einem Faden ohne Schwere Fig. 14., welcher sich um c frey drehen kann, sey ein schwerer Körper a aufgehängt, den man sich als einen physischen Punct vorstellt, so erhält man das einfache Pendel.

Man setzt es dem zusammengesetzten Pendel entgegen, welches entsteht, wenn mehrere schwere Puncte a, α, oder überhaupt ein schwerer Körper ausserhalb dem Schwerpunct unterstützt sind. Das Folgende beschäftigt sich vorerst mit der Betrachtung des Pendels. Wenn der schwere Punct aus seiner lothrechten Lage ca, um einen gewissen Winkel dca (Elongationswinkel) entfernt wird, so kann er in dieser Lage nicht ruhen. Man zerlege die Richtung der Schwere dg in die Seitenkräfte df, da, wovon die erste in die Verlängerung des Halbmessers cd, die andere in eine Tangente des Kreises an der Stelle d fällt. Jene Kraft wird durch die Festigkeit des Fadens aufgehoben, bloß die nach der Tangentr gerichtete Kraft treibt den Körper nach a zu. Die Kraft nach df ist gleich a colin. fdg, die Kraft nach da = a sin. fdg, wenn a das Gewicht oder die schwere Masse des Punctes bedeutet, und weil ∠ fdg = ∠ dca, so ist jene Kraft zu dieser, wie der Cosinus des Elongationswinkels zum Sinus desselben. Da der Sinus mit dem Winkel abnimmt, so nimmt die nach der Tangente wirkende Kraft von d nach a zu immer ab, und verschwindet endlich in a völlig. Der schwere Punct wird von d nach a durch eine veränderlich abnehmende Kraft beschleunigt. Die Geschwindigkeit, welche der Körper durch den Fall in dem Bogen da erlangt hat, läßt sich folgendermaßen beurtheilen. de,

ef, fg, gh, hi Fig. 15. sey eine Reihe an einander gränzender geneigter Ebenen, wovon die mittlere fg eine horizontale Lage habe, und die Neigungen der übrigen de, ef, gh, hi u. s. w. in gleichen Abständen von der Mitte gleich seyen.

Ein schwerer Körper falle von d aus nach der Mitte a zu, so erlangt er durch den Fall von de eine der Höhe dk, durch den Fall von ef eine der Höhe el zugehörige Geschwindigkeit, und kommt in a mit der Höhe dm entsprechenden Geschwindigkeit an. Hier kann er nicht ruhen, sondern steigt vermöge der erlangten Geschwindigkeit auf der entgegengesetzten Seite, bis die Schwere seine anfängliche Geschwindigkeit in = dm ganz zernichtet hat. Alsdann befindet sich der Körper in i wieder eben so hoch als in d, und fällt nun vermöge der Schwere durch den Weg ihga, und steigt auf der entgegengesetzten Seite durch afed, und so geht diese abwechselnd steigende und fallende Bewegung beständig hin und her. Auch ist leicht einzusehen, daß der Körper auf der einen Seite zum Fallen eben so viel Zeit braucht als zum gleich hohen Steigen auf der entgegensetzten Seite, weil die Schwere seine Geschwindigkeit dort eben so beschleunigt, wie sie sie hier vermindert. Soll die Geschwindigkeit des Körpers, indem er von der Ebene de auf die anders geneigte ef kommt, nichts von ihrer Größe verlieren, indem sie ihre Richtung ändert, so muß der Winkel dea sich zweyen Rechten ohne Ende nähern, das ist, die Linie dea darf keine gebrochene, sondern muß eine stetig gekrümmte Linie seyn, wo die Ablenkung in jedem Augenblick unendlich wenig beträgt. Unter der Voraussetzung, daß die Entfernungen der einzelnen Theile der krummen Linie de, ef, von der Mitte a ihren Neigungen die horizontale man gleich sind, ist die krumme Linie ein Kreis, von welchem die kleinen Stücke de, ef u. s. w. Tangenten an den verschiedenen Stellen des Umfangs vorstellen. Es erhellet

daher aus dem Gesagten, daß ein schwerer Körper, welcher durch einen Kreisbogen d a Fig. 14. herabfällt, dadurch an der Stelle a eine der Höhe e a zugehörige Geschwindigkeit erlangt, mit welcher er auf der entgegengesetzten Seite eben so hoch und in derselben Zeit durch den Bogen a b steigt. Man nennt die Bewegung durch den Bogen d a b einen Hingang oder halben Schwung des Pendels, so wie die rückwärts gehende Bewegung einen Hergang, beyde zusammen einen ganzen Schwung des Pendels.

38) Anmerkung. Es ist eine Aufgabe der höhern Mechanik, aus dem gegebenen Elongationswinkel d c a Fig. 14. eines Pendels die Zeit zu finden, welche dasselbe braucht, den Bogen d a zu beschreiben, weil es hierbey auf Summirung der zur Durchlaufung einer unendlichen Reihe von kleinen Bögen, welche mit einer veränderlich abnehmenden Geschwindigkeit beschrieben worden sind, nöthigen Zeittheile ankommt. Ich begnüge mich hier das Resultat der Untersuchung anzuführen, und einige Erläuterungen beyzufügen. Man denke sich mit der Länge des Pendels c a als Halbmesser einen Kreis beschrieben, und heiße den Durchmesser desselben $= D$, so ist die Zeit welche ein schwerer Körper braucht denselben lothrecht zu durchfallen $= \frac{\sqrt{D}}{\sqrt{g}}$ (17) eben so groß, als die Zeit, die er nöthig hat, die Sehne d a zu beschreiben (23). Die Zeit des Falles durch den Bogen d a wird durch folgende Formel ausgedrückt:

$$\frac{\sqrt{D}}{\sqrt{g}} \tfrac{1}{4} \pi \left(1 + \tfrac{1}{4} \frac{ae}{D} + \tfrac{9}{64} \frac{ae^2}{D^2} \ldots\right)$$

wo π das Peripherieverhältniß oder die Zahl 3,14 . . . bedeutet. Wenn der Bogen da folglich die Höhe a e gegen den Durchmesser des Kreises sehr klein ist, so kann man die in dem eingeschlossenen Factor enthaltenen sehr kleinen Brüche bis auf 1 weglassen, und der Ausdruck für die Zeit des Falles durch den kleinen Bogen d a verwandelt sich in $\frac{\sqrt{D}}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{4} \pi$. Sie verhält sich zur Zeit des Falles durch den Durchmesser oder beliebige Sehne d a

$$= \frac{\sqrt{D}}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{4}\pi : \frac{\sqrt{D}}{\sqrt{g}} = \frac{1}{4}\pi : 1$$

wie der vierte Theil des Umfangs zum Durchmesser sehr nahe = 785 : 1000. Die Zeit des Falles durch den kleinen Bogen d a ist kürzer, als die Zeit des Falles durch die kleine Sehne d a. Dieses rühret begreiflich daher, weil die Neigung der Sehne d a in allen Stellen dieselbe, folglich die beschleunigende Kraft der Schwere auf derselben einerley bleibt. Auf dem Bogen ist aber die Neigung an jeder Stelle anders, und in d, doppelt so groß, als auf der Sehne, weil die Tangente in a der Tangente in d in der Mitte der Entfernung d a begegnet, und der Winkel x der Tangenten als ein äusserer Winkel des gleichschenklichten Dreyecks d x a = 2 < d a x ist, folglich wird auch die Beschleunigung der Schwere am Anfang der Bewegung in Bogen d a doppelt so groß als auf der Sehne seyn. Bliebe dieses Verhältniß unveränderlich, so würde der kleine Bogen, welchen man der Sehne gleich setzen kann, in der Hälfte der Zeit beschrieben werden. Weil aber die Beschleunigung im Bogen immer abnimmt, so beträgt der Unterschied in der Zeit zwischen dem Fall im Bogen und der Sehne weniger. Indessen ist doch die Geschwindigkeit an jeder Stelle des Bogens größer, als an jeder zu demselben Halbmesser gehörigen Stelle der Sehne, weil die senkrechte Tiefe jeder Stelle Bogens unter der wagrechten Linie d b größer ist, als jeder Stelle der Sehne, und die Höhe des lothrechten Falles das Maaß der Geschwindigkeit giebt.

a β sey ein kleinerer Bogen als a b, und beyde seyen sehr kleine Theile des ganzen Umfangs, so legt das Pendel, wenn es das eine Mahl um a β, das andere Mahl um a b aus der lothrechten Lage gebracht wird, beyde Bögen in gleichen Zeiten zurück. Dieß erhellet aus dem oben mitgetheilten allgemeinen Ausdruck für die Schwingungszeit in kleinen Kreisbögen, und auch aus folgender Betrachtung. Bey sehr kleinen Bögen kann man ohne merklichen Fehler voraussetzen, daß sie mit einer mittlern gleichförmigen Beschleunigung beschrieben würden. Nun verhält sich die Beschleunigung in b zur Beschleunigung in β wie Sin. a c b : Sin. a c β = a b : a β, und beyde Beschleunigungen nehmen nach einerley Gesetz bis o ab, folglich wird auch die mittlere Beschleu-

nigung von ab zur mittlern Beschleunigung von aβ wie ab : aβ, wie die zurückgelegten Wege seyn, welche daher in einerley Zeit beschrieben werden. Sollten auch ungleiche Bögen von jeder gegebenen Größe in gleichen Zeiten beschrieben werden, so müßte das Pendel, wie die höhere Mechanik lehret, nicht in einem Kreise, sondern in einer Cycloide schwingen.

39) Anmerkung. Weil $\frac{ae}{D}$ ein kleiner Bruch ist, so lange die Elongationswinkeln klein sind, und die höhern Potenzen eines eigentlichen Bruches immer kleiner werden, so kann man in dem (36) mitgetheilten Ausdruck die höhern Potenzen des genannten Bruches weglassen. Dadurch erhält man einen Ausdruck

$\frac{\sqrt{D}}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{4} \pi \left(1 + \frac{1}{4} \frac{ae}{D}\right)$ für die Zeit eines Niedergangs in kleinen Bögen, wenn diese Bögen gleich nicht unendlich klein sind, wie eigentlich der Ausdruck $\frac{\sqrt{D}}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{4} \pi$ voraussetzt. Beyde Ausdrücke unterscheiden sich durch das Glied $\frac{\sqrt{D}}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot \frac{1}{4} \frac{ae}{D}$, welches die Zeit ausdrückt, um wie viel ein Niedergang durch einen kleinen Bogen von bestimmter Größe den Niedergang im unendlich kleinen Bogen übertrifft, ae ist der Sin. vers. des Bogens ad, gleich $\frac{\text{Sehne } ad^2}{2 \cdot ac}$. Für ungleiche zu einerley Kreis gehörige Bögen verhält sich der Ausdruck für die Ueberschüsse der Zeit bey Schwingungen von ungleicher Größe wie das Quadrat der Sehne des Elongationswinkels. Hiernach läßt sich leicht eine Tafel der Verzögerungen eines Pendels von bestimmter Länge durch die Vergrößerung der Elongationswinkel berechnen. Man nennt die doppelte Zeit eines Niedergangs, oder die Zeit eines halben Schwungs auch einen Pendelschlag. Beträgt diese Zeit eine Secunde, so heißt das Pendel ein Secundenpendel. Die folgende Tafel enthält nach La Lande die Zögerungen eines zu Paris beobachteten Secundenpendels nach dem vorstehenden Ausdruck für verschiedene Elongationswinkel, deren Größe durch ihre Chorden gemessen wird. Die Länge

des Secundenpendels wird = 3 Fuß 0 Zoll 8 Linien par. Maaß gesetzt

halber Schwung oder doppelte Sehne des Elongations-Winkels		Verzögerung in einem Tag		
Zoll	Linien	Secunden		
—	8	0,5	—	—
1	0	1,0	—	—
2	0	4,0	—	—
3	0	9,0	—	—

40) Die Schwingungszeiten zweyer Pendel von verschiedener Länge ca, cα Fig. 14. verhalten sich bey gleichen Elongationswinkeln wie die Quadratwurzeln aus den Längen der Pendel = √ca : √cα. Dieser Satz fließt als Folge aus dem allgemeinen Ausdruck (38) für die Schwingungszeiten des Pendels, er läßt sich aber auch folgendermaßen aus den Gesetzen des Falles auf geneigten Ebenen beweisen.

Zwey Pendel von ungleicher Länge ca, cα, welche um gleiche Elongationswinkel aus der lothrechten Lage gebracht werden, fallen während der Zeit ihres Niedergangs durch ähnliche Bögen, da, δα, welche als zwey Reihen gleich geneigter Ebenen von verschiedener Länge anzusehen sind. Da sich nun die Zeiten des Falles schwerer Körper auf gleich geneigten Ebenen von verschiedener Länge wie die Quadratwurzeln der zurückgelegten Räume, das ist, wie die Quadratwurzeln aus den Längen der schiefen Ebenen verhalten, so folgt hieraus, daß sich die Zeiten des Falles zweyer Pendel durch die ähnlichen Bögen da, δα, wie die Quadratwurzeln aus den Bögen, oder, welches dasselbe Verhältniß giebt, wie die Quadratwurzeln der Halbmesser oder der Länge der Pendeln verhalten.

Die Zahl der Schwingungen, welche zwey Pendel in bestimmten Zeiten, z. B. in einem Tag, in einer Stunde machen, verhalten sich umgekehret wie die

Schwingungszeiten der Pendel. Man kann daher den Satz auch so ausdrücken: die Zahl der Schwingungen, welche zwey Pendel von verschiedener Länge in gegebenen Zeiten machen, verhalten sich umgekehret wie die Quadratwurzeln aus den Längen der Pendel.

41) Anmerkung. Der vorstehende Satz dienet dazu, die Länge des Secundenpendels durch Beobachtungen zu finden. Man hänge an einem feinen Faden von Metall (oder einem andern Körper, welcher dem Einfluß der Witterung nicht ausgesetzt ist) eine kleine Kugel von einem specifisch schweren Metall (Bley, Platina oder Gold) so erhält man, ohne merklichen Fehler, ein einfaches Pendel, dessen Länge man der Entfernung des Mittelpuncts der Kugel von dem Aufhängepunct des Fadens gleich setzen kann. (Wegen des Widerstandes der Luft und der Reibung ist es eigentlich vortheilhafter eine etwas größere schwere Masse zum Pendel zu gebrauchen; weil aber dieses schon die Findung des Schwingungspunctes voraussetzt, so kann hievon erst hernach gehandelt werden.) Man zähle die Pendelschläge, welche ein solches Pendel in einer gegebenen Zeit z. B. einer Stunde macht, und vergleiche die gefundene Zahl mit derjenigen, welche es gemacht haben würde, wenn ein jeder Pendelschlag eine Secunde betragen hätte; das umgekehrte Verhältniß der Quadrate dieser Zahlen giebt das Verhältniß der Länge des beobachteten Pendels zur Länge des Secundenpendels.

Beyspiel: Nach Berthoud thut ein Pendel, 30 Fuß lang in einer Stunde 1150 Schläge. Schlüge es Secunden, so würde es 3600 thun. Das Verhältniß der Zahl der Schwingungen ist also $1150 : 3600 = 115 : 360 = 23 : 72$, das umgekehrte Verhältniß der Quadrate dieser Zahlen giebt das Verhältniß der Länge des beobachteten Pendels zur Länge des Secundenpendels (=1). Folglich hat man $72^2 : 23^2 = 30^1 : 1$. Dieß giebt 1 = 3 Fuß 0 Zoll 8,83 Linien. Maire Bouger und de la Caille fanden das einfache Secundenpendel zu Paris 3 Fuß 0 Zoll 8,57 Linien.

Die genaue Beobachtung eines Pendels, um daraus die Länge des Secundenpendels herzuleiten, ist vielen Schwierigkeiten unterworfen, theils wegen des Widerstandes der Luft und der Friction, wodurch die

Schwingungen verzögert und ungleichzeitig werden, theils wegen der Schwierigkeiten, die es hat, die Länge des beobachteten Pendels, und die Zeit, während man beobachtet hat, mit aller Schärfe zu messen. Daher darf man sich nicht wundern, daß man kleine Unterschiede in den Angaben der Länge des Secundenpendels für denselben Ort der Erde findet, je nachdem die angegebene Länge aus andern Beobachtungen hergeleitet worden ist. Die neuesten Bestimmungen über die Länge des Secundenpendels in Paris sind von de Borda im Jahr 1792, sie geben die Länge des pariser Secundenpendels 440,6 Linien, oder 0,99359 Metre (nach dem neuen Maaß). Hr. v. Zach in Gotha hat eine sinnreiche Einrichtung zur Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels angegeben und im 1ten Supplem. B. zu Bodes Sammlung astron. Nachrichten beschrieben. Das Pendel besteht aus einem feinen Aloefaden, welcher oben über eine Rolle geführet, und in einer metallenen Klemme durch eine Druckschraube fest gehalten wird. Der schwere Körper des Pendels besteht aus zwey abgekürzten Kegeln von massivem Silber, welche mit der breiten Grundfläche an einander sitzen, und eben dadurch eine Schneide b b Fig. 16. bilden, welche, indem sie bey dem Schwung des Pendels an einer mit Lichterdampf geschwärzten Metallplatte herstreicht, durch einen äusserst feinen Kreisbogen b b die Länge des Pendels vom Aufhängepunct a angiebt. Diese Länge wird durch einen vortrefflichen Mikrometerstangenzirkel gemessen, dessen Schraube Hunderttheile einer Linie angiebt. Uebrigens ist das Suspensionsgestelle des Pendels so eingerichtet, daß es leicht abgenommen und überall an einer lothrechten Wand befestiget werden kann, wodurch das Pendel auch zu Untersuchungen auf Reisen dienet. Hr. v. Zach fand durch seine Vorrichtung die Länge des einfachen Pendels, welches Secunden der Sternzeit zu Gotha schlägt 438,29 par. Linien, dieß giebt für das nach Sonnenzeit schwingende Secundenpendel 440,693 Linien.

42) Zwey Pendel von gleicher Länge, welche von ungleichen Schweren beschleunigt werden, vollenden ihre Schwingungen in ungleichen Zeiten, deren Quadrate sich umgekehret wie die beschleunigenden Kräfte der Schweren verhalten.

Pendel von gleicher Länge beschreiben bey gleichen Elongationswinkeln gleiche Wege auf gleich geneigten Ebenen. Die Wege, welche in gleichen Zeiten beschrieben werden, verhalten sich wie die Beschleunigungen der Schweren, sie seyen z. B. = 1 : 4, so vollendet das eine Pendel einen ganzen Niedergang, indeß das andere nur den 4ten Theil desselben zurückgelegt hat. Bey einerley Schwere verhalten sich die Wege wie die Quadraten der Zeiten, folglich kommt auf den ganzen Niedergang die doppelte Zeit von der, welche auf den vierten Theil des Niedergangs verwendet wird. Die Zeiten der Niedergänge beyder Pendel durch gleiche Bögen, also auch ihrer Schwingungen, verhalten sich daher = 1 : 2, die beschleunigenden Kräfte = 4 : 1. Allgemein folgt der Satz aus dem Ausdruck (38) für die Zeit des Niedergangs. Es seyen die Beschleunigungen zweyer verschiedener Schweren = g : G die Schwingungszeiten der von ihnen getriebenen Pendel t : T, so hat man $t^2 : T^2 = G : g$, oder auch wenn n, N die Zahl der Schwingungen in einer gegebenen Zeit bedeuten, weil

$$N^2 : n^2 = t^2 : T^2$$

$$N^2 : n^2 = G : g,$$

das ist, die Quadratzahlen der Schwingungen eines Pendels in einer gegebenen Zeit, verhalten sich wie die Schweren, welche das Pendel treiben.

Beyspiel: In einem Tage mittlerer Sonnenzeit zählte Lalande mit Condamins Pendel zu Paris 98891 Schläge, Mallet mit demselben Pendel zu Ponoi in Lappland 98964. Die Quadrate dieser Zahlen geben das Verhältniß der Schweren zu Paris und Ponoi = 1 : 1,00147. Das ist, die Schwere nimmt gegen den Pol hin zu, gegen den Aequator hin ab, wie gehörig, wegen der größern Schwungkraft unter dem Aequator. Die mittelst des Pendels beobachteten Abnahmen der Schweren gegen den Aequator hin betragen indessen mehr als die Vermehrung der Schwungkraft,

wenn

wenn man der Erde, eine vollkommne Kugelgestalt beylegt. Dieß hat die aus unmittelbaren Messungen und andern Gründen hergeleitete Behauptung Newtons von der nach den Polen hin abgeplatteten sphäroidischen Gestalt der Erde gerechtfertiget. Es wirken nämlich zwey Ursachen zur stärkern Verminderung der Schwere unter dem Aequator, die erste ist die stärkere Vermehrung der Schwungkraft, wegen des durch die sphäroidische Gestalt vergrößerten Durchmessers der Erde, die andere ist die Abnahme der Schwere selbst im umgekehrten Verhältniß der Quadrate der Entfernungen vom Mittelpunct der Erde. Aus beyden Ursachen findet man auch die Schwingungen des Pendels auf hohen Bergen länger dauernd als in der Ebene.

Newton hat erwiesen, daß vermöge beyden oben angeführten Ursachen die Schwere auf der sphäroidischen Erde, wie das Quadrat des Sinus der Breite, oder des Abstandes von dem Aequator zunehmen müsse. Aus dem oben angeführten Satz, daß die Quadrate der Schwingungszeiten sich bey einerley Pendel umgekehret wie die beschleunigenden Kräfte der Schwere verhalten fließt auch der: daß sich die Längen gleichzeitiger Pendel bey verschiednen Schweren, wie die Schweren verhalten, weil die Längen der Pendel auch im umgekehrten Verhältniß der Quadrate der Schwingungszeiten stehen. Man darf daher nur die Länge des Secundenpendels an verschiednen Orten der Erde beobachten, um Newtons Satz zu prüfen. Die Beobachtung von Lyons auf Spitzbergen gab unter einer nördlichen Breite von 79° 15′ die Länge des Secundenpendels 441,37, die Beobachtung von Darquier zu Toulouse 440,40. Nach Newtons Satz sollten jene 441,19, diese 440,11 seyn.

43) Anmerkung. Schon Huygen hat den dritten Theil der Länge des Secundenpendels zu einem allgemeinen Fußmaaß vorgeschlagen, und neuerlich hat Whitehurst in England diesen Vorschlag in seiner Schrift: Attempt towar dobtaining invariable measures, wieder erneuert. Da indessen, wie schon erinnert worden ist, die genaue Beobachtung der Länge des einfachen Secundenpendels mit vielen Schwierigkeiten verknüpft ist, und überdieß die Länge dieses Pendels an verschiedenen Stellen der Erde verschieden ist, so würde

in der Bestimmung eines solchen Pendelfußes immer etwas willkührliches bleiben. Nicht zu gedenken, daß die Gestalt der Erde schwerlich je mit der geometrischen Schärfe bestimmt werden wird, welche nöthig ist, wenn die durch Rechnung gefundnen Längen des Secundenpendels für verschiedene Stellen der Oberfläche genau mit den Beobachtungen übereintreffen sollen. Solche Betrachtungen haben unstreitig verursacht, daß man bey der Bestimmung des neuen französischen Maaßes nicht die Länge des Secundenpendels, sondern die Grad-messung eines Meridians der Erde zum Grunde gelegt hat.

44) Aus der gegebenen Länge des Secundenpendels, an einem bestimmten Ort der Erde, die Beschleunigung der Schwere für diesen Ort zu finden.

Aus der allgemeinen Formel (38) für die Zeit eines unendlich kleinen Niedergangs hat man die Zeit eines Pendelschlags

$$\text{oder } 1 \text{ Sec.} = 2\frac{\sqrt{D}}{\sqrt{g}} \cdot \tfrac{1}{4}\Pi = \frac{\sqrt{D}}{\sqrt{g}} \cdot \tfrac{1}{2}\Pi.$$

Man nenne die Länge des Secundenpendels $= l$, so ist $D = 2l$; dieß giebt

$$1 = \frac{\sqrt{2l}}{\sqrt{g}} \cdot \tfrac{1}{2}\Pi, \text{ oder}$$

$$1^2 = \frac{2l}{g} \cdot \tfrac{1}{4}\Pi^2, \text{ daher}$$

$$g = \frac{l\Pi^2}{2},$$

Beyspiel: l nach v. Zachs Beobachtung $=$ 440,693 gesetzt giebt den freyen Fall schwerer Körper in einer Secunde in pariser Fußen

$$= \frac{440{,}693 \cdot 3{,}14 \ldots^2}{2 \cdot 144} = 15{,}102$$

Vom zusammengesetzten Pendel, dem Mittelpunct des Schwunges und dem Momente der Trägheit sich drehender Körper.

45) An einer geraden Linie ohne Schwere Fig. 17, welche sich um c in einer lothrechten Ebene frey drehen kann, seyen mehrere schwere Puncte a, b, d aufgehängt, deren gemeinschaftlicher Schwerpunct in g sey, so erhält man, wenn man die Linie cd aus ihrer lothrechten Lage in eine geneigte cD bringt, ein zusammengesetztes Pendel. Jeder schwere Punct a, b, d, für sich, ohne die übrigen, würde ein einfaches Pendel geben, und jedes der einfachen Pendel würde eine andere Zeit zur Vollendung seiner Schwingungen erfordern, welche sich nach (49) wie die Quadratwurzeln von ca, cb, cd gegen einander verhielten. Hier, wo die einfachen Pendel so mit einander vereinigt sind, daß alle ihre Schwingungen in gleichen Zeiten vollenden müssen, wird das schnellere Pendel ca die Bewegung von cb beschleunigen, das langsamere cd wird sie verzögern. Hieraus erhellet im Allgemeinen, daß, wenn gleich der schwingenden Puncte im zusammengesetzten Pendel noch so viele sind, es immer ein einfaches Pendel ef geben werde, welches seine Schwingungen in gleichen Zeiten mit dem zusammengesetzten cabd vollendet. Oder, mit andern Worten, es giebt einen Punct F innerhalb des zusammengesetzten Pendels, dessen Entfernung cF = ef vom Aufhängepunct so beschaffen ist, daß wenn man sich die ganze schwere Masse des zusammengesetzten Pendels in diesem Punct vereinigt denkt, das daraus entstehende einfache Pendel seine Schwingungen mit dem zusammengesetzten in gleichen Zeiten vollenden würde. Man nennt diesen Punct den Schwingungspunct des zusammengesetzten Pendels.

46) Anmerkung. Es ist nicht nöthig, daß man sich alle schwere Puncte eines zusammengesetzten Pendels in einer geraden Linie denkt, sie können vielerley Lagen

gegen einander haben, oder überhaupt ein schwerer Körper mag eine Gestalt haben, was er für eine will, so bald er ausserhalb seines Schwerpunctes g irgendwo in c unterstützt wird, so bildet er ein zusammengesetztes Pendel. Man kann sich nämlich von jedem schweren Punct des Körpers nach dem Unterstützungspunct eine gerade Linie denken, so erhält man ein einfaches Pendel, und aus der vereinten Wirkung aller einfachen Pendel entsteht das zusammmengesetzte Pendel. Der Schwingungspunct eines jeden zusammengesetzten Pendels läßt sich folgendermassen durch einen Versuch finden. Man hänge neben dem zusammengesetzten Pendel ein einfaches e f auf, und verlängere oder verkürze dieses so lange, bis es seine Schwingungen mit dem zusammengesetzten in gleichen Zeiten vollendet, so giebt die Länge des einfachen Pendels e f, die Entfernung des Schwingungspunctes F vom Aufhängepunct c des zusammengesetzten Pendels. Es läßt sich aber auch die Entfernung des Schwingungspunctes F durch Rechnung finden, und die Gründe dieser Rechnung sollen hier, wegen ihrer Wichtigkeit bey Anwendungen auf die Maschinenlehre, wenigstens berühret werden, wenn gleich die vollständige Ausführung der Rechnung selbst nicht für diese Anfangsgründe gehöret.

47) c d Fig. 18. sey eine um c bewegliche gerade Linie ohne Schwere; an verschiedenen Stellen derselben a, b, d befinden sich die trägen Massen M, m, μ. In e wirke auf die gerade Linie eine bewegende Kraft P senkrecht, welche nach Verlauf einer kleinen Zeit die Linie c d in die Lage c δ bringt, man sucht den Widerstand der einzelnen Massen gegen die Kraft P vermöge ihrer Trägheit. Wenn eine bewegende Kraft in eine träge Masse unmittelbar wirkt, so wird der Widerstand der Masse nach (11) durch das Produkt der Masse multipliciret in die Geschwindigkeit dargestellt. Man nenne die Theile der Kraft P, welche zur Bewegung M, m, μ verwendet werden, P^I, p, π so, daß $P^I + p + \pi = P$ sey, und suche die Kraft, welche von P^I in a, von p in b, von π in d entsteht; diese Kräfte sind nach den Gesetzen des Hebels

$$\frac{P^{I}\,c\,e}{c\,a} = M \,.\, a\alpha$$

$$\frac{p\,c\,e}{c\,b} = m \,.\, b\beta$$

$$\frac{\pi\,c\,e}{c\,d} = \mu \,.\, d\delta$$

Hieraus folgt

$$P^{I} = \frac{M \,.\, a\alpha \,.\, ca}{ce}$$

$$p = \frac{m \,.\, b\beta \,.\, cb}{ce}$$

$$\pi = \frac{\mu \,.\, d\delta \,.\, cd}{ce}$$

Sucht man bloß das Verhältniß der Kräfte P^{I}, p, π gegen einander, so kann man den gemeinschaftlichen Divisor ce weglassen und für die Bögen $a\alpha$, $b\beta$, $d\delta$, die Halbmesser ca, cb, cd schreiben; dieß giebt

$$P^{I} : p : \pi = M \,.\, ca^{2} : m \,.\, cb^{2} : \mu \,.\, cd^{2}.$$

Die von den trägen Massen herrührenden Widerstände verhalten sich wie die Produkte der Massen in die Quadrate ihrer Entfernungen vom Drehungspunct.

Man nennt daher auch das Produkt einer Masse in das Quadrat ihrer Entfernungen vom Drehungspunct das Moment der Trägheit der Masse für diesen Drehungspunct. Sollen die Theile P^{I}, p, π der Kraft P einander gleich seyn, so muß $M\,c\,a^{2} = m\,c\,b^{2} = \mu \,.\, cd^{2}$ seyn, woraus die Proportionen

$$M : m = cb^{2} : ca^{2}$$

$$M : \mu = cd^{2} : ca^{2}$$

fließen. Die Massen verhalten sich umgekehret wie die Quadrate der Entfernungen von dem Drehungspunct; und wenn sie sich so verhalten, so leisten sie der bewegenden Kraft gleichen Widerstand.

Beyspiel: Es sey die der Masse m zugehörige Entfernung cb, und Geschwindigkeit $b\beta = 1$; $ce = 1\frac{1}{2}$, so hat man $P = \frac{2}{3}$, weil $\frac{2}{3} . \frac{3}{2} = 1$ ist. Setzt man nun $ca = \frac{1}{2}$, $M = 4$ so leistet M in a der Kraft P denselben Widerstand, welchen m in b leistet, denn es entsteht von P in a eine Wirkung, welche gleich $\frac{2}{3} . \frac{3}{2} : \frac{1}{2} = 2$ ist, eben so groß als der Widerstand der Masse M vermöge ihrer Trägheit $= 4 . \frac{1}{2} = 2$. Es ist also einerley, ob die Masse m in b, oder die Masse $M = \frac{m . cb^2}{ca^2}$ sich in a befindet. Dieses dienet dazu, träge Massen, welche über einer geraden Linie cd vertheilet sind, sich so in einem beliebigen Punct b vereinigt zu denken, daß sie der bewegenden Kraft P vereinigt eben den Widerstand als einzeln leisten.

48) Anmerkung. Wenn cd Fig. 18. eine wagrechte Linie, und M, m, μ nicht blos träge, sondern schwere Massen oder Gewichte bedeuten, deren gemeinschaftlicher Schwerpunct in e sey, so kann man sich unter P die Summe der Gewichte als bewegende Kraft, und unter M, m, μ blos träge Massen denken, um alle Schlüsse des vorhergehenden Paragraphs auch hierauf anwenden zu können.

49) Unter der Voraussetzung der vorstehenden Anmerkung die von den schweren Massen M, m, μ herrührende Beschleunigung in ihrem gemeinschaftlichen Schwerpunct e zu finden. Man denke sich die Massen in e vereinigt, so erhält man nach (47) für

M in e $\quad \frac{ca^2}{ce^2} \quad M$

m — — $\quad \frac{cb^2}{ce^2} \quad m$

μ — — $\quad \frac{cd^2}{ce^2} \quad \mu$

oder für die Summe der Massen in e

$$\frac{c a^2 M + c b^2 m + c d^2 \mu}{c e^2}$$

Dividiret man diese Masse in die bewegende Kraft $= M + m + \mu$, so erhält man für die Beschleunigung in $e = \frac{ce^2 (M + m + \mu)}{ca^2 M + cb^2 m + cd^2 \mu}$, wenn die Beschleunigung der Schwere $= 1$ gesetzt wird.

Beyspiel. Es seyen die Massen gleich, und ihre Entfernungen unter einander der Entfernung der nächsten Masse vom Drehungspunct gleich. Hier fällt der Schwerpunct e in b, und man hat für die Beschleunigung in $e =$

$$\frac{cb^2\ 3\ M}{\frac{1}{4} cb^2 M + cb^2 M + \frac{2}{4} cb^2 M} = \frac{3}{\frac{1}{4} + 1 + \frac{2}{4}} =$$

$\frac{12}{14} = \frac{6}{7}$ der Beschleunigung der Schwere.

50) cd Fig. 17. sey ein zusammengesetztes Pendel durch die Gewichte a, b, d beschweret, man sucht die Länge des einfachen Pendels ef, welches mit dem zusammengesetzten gleichzeitige Schwingungen macht, oder den Schwingungspunct F des zusammengesetzten Pendels.

Man denke sich die Summe der Gewichte als bewegende Kraft in dem Schwerpunct g vereinigt, und suche die davon herrührende Beschleunigung nach dem vorhergehenden Paragraph. Dieß giebt für die Beschleunigung in

$$g = \frac{cg^2 (a + b + d)}{ca^2 . a + cb^2 . b + cd^2 . d} \quad (I$$

Wird nun das Pendel aus der lothrechten Lage in die geneigte cD gebracht, so kann man sich vorstellen, es wirke in ein einfaches Pendel cG eine Schwere anderer Art, deren Beschleunigung I) ist. Die Zeit eines kleinen Niedergangs oder halben Pendelschlags von cg,

wenn die beschleunigende Kraft unserer Schwere = I darin wirkt, ist nach (38 Anm.) $\frac{1}{4}\Pi \cdot \frac{\sqrt{2cG}}{\sqrt{g}}$, und da sich die Quadrate der Zeiten für einerley Pendel umgekehret wie die Beschleunigungen der Schwere verhalten, so hat man das Quadrat der Zeit des Niedergangs für die Beschleunigung

$$\text{I)} = \left(\tfrac{1}{4}\Pi \frac{\sqrt{2cG}}{\sqrt{g}}\right)^2 : \frac{cG^2(a+b+d)}{ca^2.a+cb^2b+cd^2.d}$$

$$\text{II)} = \tfrac{1}{16}\Pi^2 \frac{2cG}{g} \cdot \frac{ca^2.a+cb^2.b+cd^2.d}{cG^2(a+b+d)}$$

Das Quadrat der Zeit eines kleinen Niedergangs des einfachen Pendels ef ist $= \frac{1}{16}\Pi^2 \cdot \frac{2ef}{g}$ (III

II und III gleich gesetzt, giebt $ef = cF$, die Entfernung des Schwingungspunctes =

$$\frac{ca^2.a \quad cb^2.b+cd^2,d}{cG(a+b+d)}.$$

Man findet den Schwingungspunct eines zusammengesetzten Pendels, wenn man die Summe der Momente der Trägheit der schweren Massen durch die Summe ihrer statischen Momente, oder das Moment ihres Schwerpuncts vom Aufhängepunct des Pendels dividiret.

51) Anmerkung. Die in dem vorstehenden Paragraph gegebene Vorschrift zur Findung des Schwingungspunctes ist allgemein, die Anzahl der schweren Massen mag so groß seyn als sie will, folglich auch noch dann, wenn das zusammengesetzte Pendel ein schwerer Körper oder in allen Puncten mit Gewichten beschweret ist. Die Anwendung des Satzes erfordert alsdann, wegen der Summirung der unzählig vielen Momenten der Trägheit und Schwere, Rechnung des Unendlichen. Ich kann hier nur einige leichte Fälle durchgehen.

1) C B Fig. 19. sey eine dünne und schmale schwere prismatische Stange, in C aufgehängt, man sucht ihren Schwingungspunct F. Man denke sich die Stange in unzählig viele kleine gleiche Querstückchen wie bey A, D u. s. w. getheilet. Das Gewicht eines Querstückchens z. B. A heiße q, so ist sein Moment der Trägheit $CA^2 . q$, sein statisches Moment $CA . q$. Die Summe der Momente der Trägheit ist das Product aus q in die Summe aller CA^2, wo CA von o an bis zu CB wächset. Der Ausdruck $CA^2 . q$ kann durch ein kleines Parallelopipedum construiret werden, dessen Grundfläche CA^2 und dessen Höhe q ist. Denkt man sich alle Momente der Trägheit in CB als kleine Parallelopipeden von gleichen Höhen und immer abnehmenden Grundflächen über einander gelegt, so erhält man eine senkrechte Pyramide, deren Höhe die Summe aller q, das Gewicht der Stange $= P$ und deren Grundfläche der größte Werth von $CA^2 = CB^2$ ist. Der Inhalt der Pyramide, oder die Summe der Momente der Trägheit ist $= CB^2 . \frac{1}{3} P$, die Summe der statischen Momente ist gleich dem Momente des Schwerpunctes $= P . \frac{1}{2} CB$, jene Summe durch diese dividiret giebt für die Entfernung des Schwingungspunctes

$$cF = \frac{\frac{1}{3} CB}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} CB.$$

2) An einem Faden c e Fig. 20. ohne merkliches Gewicht sey ein schwerer Körper aufgehängt, dessen Schwerpunct in a liege, man sucht den Schwingungspunct dieses Pendels für den Aufhängepunct c. Die Rechnung zu erleichtern nehme ich an, ein wagrechter Schnitt durch a theile den Körper in zwey gleiche und ähnliche Hälften, die schwere Masse der einen Hälfte sey in b, der andere in d vereinigt, und es sey $ab = ad$. Man nenne das Gewicht des schweren Körpers $= P$ so ist das Moment der Trägheit der einen Hälfte $= cb^2 . \frac{1}{2} P = (ca - ab)^2 . \frac{1}{2} P$, der andern Hälfte gleich $cd^2 . \frac{1}{2} P = (ca + ab)^2 . \frac{1}{2} P$, beyder Summe $= 2 (ca^2 + ab^2) \frac{1}{2} P = (ca^2 + ab^2) P$, dividiret durch das Moment des Schwerpunctes $= ca . P$ giebt für die Entfernung des Schwingungspunctes von

$$c = \frac{(ca^2 + ab^2) P}{ca \; P} = ca + \frac{ab^2}{ca}$$

Der Schwingungspunct liegt um $\frac{a\,b^2}{c\,a}$ unter dem Schwerpunct. Wenn der schwere Körper eine kreisförmige flache Scheibe vom Halbmesser $a\,e = r$ ist, so giebt die vorstehende Rechnung den Schwingungspunct genau um $\frac{\frac{1}{4}\,r^2}{c\,a}$ tiefer als den Mittelpunct der Scheibe. Wäre hingegen der schwere Körper eine Kugel vom Halbmesser $c\,a = r$, so läge der Schwingungspunct $\frac{\frac{2}{5}\,r^2}{c\,a}$ unter dem Mittelpunct. (Sieh. Kästners höhere Mechan. III. Abschnitt.)

Beyspiel: Der Halbmesser der Kugel sey $\frac{1}{2}$ Zoll $= 0{,}05$ Fuß, $c\,a = 3$ Fuß, so liegt der Schwingungspunct um $\frac{\frac{2}{5}\cdot 0{,}05^2}{3} = 0{,}00033$ Fuß unter dem Mittelpunct der Kugel. Dieß rechtfertiget die (42) gemachte Voraussetzung, daß bey einer kleinen Kugel, deren Durchmesser gegen die Länge des Fadens unbeträchtlich ist, der Schwingungspunct in der Mitte der Kugel liege.

3) Es befinde sich an einer dünnen prismatischen Stange $c\,e$ Fig. 20. eine dünne kreisförmige schwere Scheibe, man sucht den Schwingungspunct des Pendels. Das Gewicht der Stange heiße p, der Scheibe P, so hat man nach 1) das Moment der Trägheit der Stange $= \frac{1}{3}\,C\,e^2.p$ das Moment der Trägheit der Scheibe nach 2) $= (c\,a^2 + a\,b^2).\,P$ und beyder Summe dividiret durch die Summe der Momente der Schwerpuncte von der Stange und Scheibe giebt die Entfernung des Schwingungspuncts vom Aufhängepunct $= \frac{\frac{1}{3}\,c\,e^2.\,p + (c\,a^2 + a\,b^2)\,P}{\frac{1}{2}\,c\,e\,p + c\,a\,P}$. Für $a\,b^2$ kann man $\frac{1}{4}\,r^2$ schreiben, wenn r den Halbmesser der Scheibe bedeutet. Befände sich statt der kreisförmigen Scheibe eine schwere Kugel von dem Halbmesser r an der Stange, so müßte man in dem Ausdruck für den Schwingungspunct statt $a\,b^2 = \frac{2}{5}\,r^2$ schreiben. Die an den Uhren gewöhnlichen Pendel sind prismatische Stangen,

an welchen sich unten ein flaches linsenförmiges Gewicht befindet, das man ohne merklichen Fehler als eine kreisförmige Scheibe betrachten, und dessen Schwingungspunct man nach der obigen Formel berechnen kann.

Beyspiel. Die Länge der Pendelstange betrage 3 Fuß, der Halbmesser der Scheibe = 3 Zoll = 0,3 Fuß, das Gewicht der Stange sey = 6 Loth, der Scheibe = 30 Loth, so hat man für die Entfernung des Schwingungspunctes $\frac{\frac{1}{3}3^2 . 6 + (3{,}3^2 + 0{,}15^2) . 30}{\frac{1}{2}3 . 6 + 3{,}3 . 30} = 3{,}2$ sehr nahe, der Schwingungspunct liegt hier 0,1 Fuß über dem Mittelpunct der Scheibe. Dieß verursacht das Gewicht der Stange. Von der Anwendung des Pendels bey den Uhren wird in der Maschinenlehre geredet.

52) Anmerkung. Die Lehre vom Momente der Trägheit findet nicht blos bey Findung des Schwingungspunctes zusammengesetzter Pendel, sondern überhaupt bey der drehenden Bewegung schwerer oder blos träger Massen ihre Anwendung, und ist daher in der practischen Mechanik von großem Nutzen.

Ich setze zur Erläuterung noch eine Aufgabe her, deren Auflösung in der Maschinenlehre häufig vorkommt.

Das Moment der Trägheit einer sich um ihren Mittelpunct drehenden kreisförmigen Scheibe zu finden. Man denke sich die kreisförmige Scheibe in lauter kleine gleiche Ausschnitte, wie a c b, Fig. 21. getheilet, und suche das Moment der Trägheit eines solchen Ausschnittes, die Summe der Momente der Trägheit der einzelnen Ausschnitte giebt das Moment der Trägheit der Scheibe. Man denke sich den Halbmesser a c eines Ausschnittes in unzählig viele kleine Theile a d getheilet, und führe durch jeden Theilungspunct einen mit a b concentrischen Bogen d e, so ist das kleine Elementchen a b e d als ein Rechteck von der Grundlinie a b und der Höhe a d anzusehen, die verschiednen Rechtecke a b e d, d e f g verhalten sich, bey gleichen Höhen, wie die Grundlinien a b : d e = c a : c d wie die Entfernungen vom Mittelpunct. Man nenne das zunächst am Mittelpunct liegende Element m, die Zahl der Theile in c a = n, so ist das entfernteste Element = n m.

Die Momente der Trägheit des nächsten Elements $= 1^2 . 1 . m$ des entferntesten $= n^2 . nm$. Die Summe aller Momente der Trägheit im Ausschnitt ist folgende Reihe $1^2 . 1\,m + 2^2 . 2\,m + 3^2 . 3\,m \ldots + n^2 . n\,m = m(1^3 + 2^3 + 3^3 \ldots\ldots + n^3)$ Es kommt also darauf an, die Summe aller Würfel von 1 bis n zu finden. Sie ist gleich dem Quadrat der Summe aller Zahlen von 1 bis n. Dieser Satz läßt sich allgemein erweisen; ich begnüge mich, ihn hier durch Induction darzuthun. Das folgende Schema mag dazu dienen.

Würfel.		Summe der Würfel.		
1^3	—	1	$=$	$1^2 = 1^2$
2^3	—	9	$=$	$3^2 = (1 + 2)^2$
3^3	—	36	$=$	$6^2 = (1 + 2 + 3)^2$
4^3	—	100	$=$	$10^2 = (1 + 2 + 3 + 4)^2$

Hiernach ist die Summe der Würfel von 1^3 bis $n^3 =$ Summe $(1 + 2 + 3 \ldots n)$ Quadrat $= \left[(n+1)\frac{n}{2}\right]^2$

Ist n, wie oben vorausgesetzt wird, eine sehr große Zahl, so verschwindet 1 gegen n und die Summe verwandelt sich in $\left(n . \frac{n}{2}\right)^2 = \frac{n^4}{4}$. Folglich das Moment der Trägheit des Ausschnittes $= m . \frac{n^4}{4}$

Da das äusserste Element $= ab . ad = nm$, so ist $ab = \frac{nm}{ad} = \frac{nm}{1}$. Die Masse des ganzen Ausschnittes $M = ab . \frac{1}{2} ac = \frac{nm}{1} \cdot \frac{n}{2} = \frac{n^2 m}{2}$, folglich das Moment der Trägheit des ganzen Ausschnittes $= M . \frac{n^2}{2}$.

Da nun das Moment der Trägheit aller Ausschnitte auf gleiche Art gefunden wird, so ist das Moment der Trägheit des ganzen Kreises, wenn man die Masse desselben $= M^1$ nennt $M^1 . \frac{n^2}{2}$, wo n den Halbmesser der Scheibe bedeutet. Verwandelt sich die Scheibe in einen senkrechten Cylinder, der sich um seine Axe schwingt, so ist

das Moment der Trägheit $C \cdot \frac{n^2}{2}$, wenn C die Masse des Cylinders und n den Halbmesser seiner Grundfläche bezeichnet.

Drehte sich statt eines massiven Cylinders, ein cylindrischer Ring Fig. 22., wie bey Uhrspindeln, Schwungrädern u. dgl. oft der Fall ist, so fände sich das Moment der Trägheit des Ringes, wenn man von dem Momente der Trägheit des vollen Cylinders das Moment der Trägheit des hohlen Cylinders wegnähme, hierzu müßten nöthigen Falls noch die Momente der Trägheit der Aerme c a, und der Axe c gesetzt werden, um das Moment der Trägheit des ganzen Körpers zu finden.

53) Anmerkung. Da das Moment der Trägheit eines jeden Elementes, aus der Masse des Elementes multipliciret in das Quadrat seiner Entfernung vom Drehungspunct besteht, so kann man sich das Moment der Trägheit eines jeden Körpers als das Product von der Masse des Körpers in das Quadrat einer Linie denken, welche die Entfernung der gesammten Masse des Körpers vom Drehungspunct, oder der Axe der Drehung vorstellet. Z. B. bey einer cylindrischen Scheibe, die sich um ihre Axe dreht, ist die mittlere Entfernung der gesammten Trägheitsmasse $= \frac{r}{\sqrt{2}}$, wenn r den Halbmesser des Cylinders bedeutet. Bey einem prismatischen oder cylindrischen Stabe, der sich um einen seiner Endpuncte dreht, ist die mittlere Entfernung der Trägheitsmasse $= \frac{l}{\sqrt{3}}$ vom Drehungspunct, wenn l die Länge des Stabes bedeutet. Man nenne diese mittlere Entfernung allgemein $= d$, so bezeichnet $M d^2$ allgemein das Moment der Trägheit eines Körpers, dessen Masse $= M$ ist.

Die folgenden Sätze enthalten einige Anwendungen von diesen Lehren, auf die Berechnung der beschleunigenden Kraft an Maschinen.

54) An einem physischen Hebel wirken zwey oder mehr bewegende Kräfte, wovon eine die Ueberwucht hat, man sucht die von der Ueberwucht herrührende

Beschleunigung, wenn das Gewicht und die Abmessungen des Hebels, nebst den Massen der bewegenden Kräfte gegeben sind.

R sey das Gewicht des physischen Hebels a b, Fig. 23., dessen Schwerpunct d, c sey die Unterstüzzung des Hebels, ihre Entfernung vom Schwerpunct c d = d, die Länge des einen Hebelarms c a = a, des andern c b = b, die bewegenden Kräfte in a und b seyen P, Q, ihre Massen p, q. Man muß die Massen von den bewegenden Kräften unterscheiden, weil diese nicht nothwendig Gewichte seyn müssen, indem man sich darunter auch die Kraft von Federn, den Stoß einer Flüssigkeit u. dgl. mehr denken kann, in welchem Fall man allgemein die bewegende Kraft durch das Produkt der beschleunigenden Kraft in die Masse erhält. Sind die bewegenden Kräfte Gewichte, so ist die beschleunigende Kraft der Schwere = 1.

Die Ueberwucht liege auf der Seite der Kraft P.

Man suche zuerst die bewegende Kraft an dem Punct a, und hierauf den gesammten Widerstand der Trägheit für denselben Punct, und dividire diesen, als die zu bewegende Masse, in die bewegende Kraft, so erhält man die beschleunigende Kraft für den Punct a.

Die bewegende Kraft in a ist nach den statischen Gesetzen des Hebels $= P - \left(\frac{Q \cdot cb + R \cdot cd}{ac}\right)$

$= P - \left(\frac{Q\,b + R\,d}{a}\right) = \frac{Pa - Qb - Rd}{a}$

Der von den trägen Massen p, q herrührende Widerstand in a ist nach (47) $p + \frac{b^2}{a^2}\,q$, hierzu kommt der von den Momenten der Trägheit der Hebelarme herrührende Widerstand. Man nenne die Masse

des Hebelarms $a = A$, des Hebelarms $b = B$, und setze die mittlere Entfernung der Trägheit von c für den Arm $a = \frac{a}{\sqrt{3}}$, für $b = \frac{b}{\sqrt{3}}$, so ist der von der Trägheit des Hebels herrührende Widerstand in dem Punct $a = \frac{A a^2}{3 a^2} + \frac{B b^2}{3 a^2}$, folglich die zu bewegende träge Massen in $a = \frac{p a^2 + q b^2}{a^2} + \frac{A a^2 + B b^2}{3 a^2}$

$$= \frac{3 (p a^2 + q b^2) + A a^2 + B b^2}{3 a^2}$$

folglich die beschleunigende Kraft

$$F = \left.\begin{array}{l} \dfrac{P a - Q b - R d}{a} \\ \hline \dfrac{3 (p a^2 + q b^2) + A a^2 + B b^2}{3 a^2} \end{array}\right\} =$$

$$\frac{3 a (P a - Q b - R d)}{3 (p a^2 + q b^2) + A a^2 + B b^2}.$$

Aus der beschleunigenden Kraft in a findet man die in $b = \frac{b}{a} F$. Fällt der Schwerpunct des Hebels in den Unterstützungspunct, oder ist $d = o$, und $a = b$; $A = B$, so verwandelt sich der Ausdruck für die beschleunigende Kraft F in

$$\frac{3 a^2 (P - Q)}{3 a^2 (p + q) + 2 a^2 . A} = \frac{P - Q}{p + q + \frac{2}{3} A}.$$

Beyspiel: Das Gewicht des prismatischen Hebels sey = 10 ℔, die Länge der beyden Hebelärme $a = b = 1$ Fuß $P = 101$ ℔, $Q = 100$ ℔, so ist

die beschleunigende Kraft in a $= \frac{1}{201 + \frac{2}{3} \cdot 5} = \frac{1}{204\frac{1}{3}}$ von der beschleunigenden Kraft der Schwere, folglich der in einer kleinen Zeit zurückgelegte Weg ebenfalls $\frac{1}{204\frac{1}{3}}$ von dem freyen Fall schwerer Körper in derselben Zeit.

55) Anmerkung. Wenn der Schwerpunct des physischen Hebels auf der Seite der Ueberwucht liegt, so darf man in der allgemeinen Formel für F nur dem Product R d das Zeichen + geben. Eben das geschieht, wenn sich der Hebel der ersten in einen Hebel der andern Art verwandelt. Uebrigens gilt die Gleichung für beyde Fälle. Liegt bey dem Hebel der andern Art die schwere Masse des Hebels ganz auf der einen Seite der Unterstützung, so wird B = o. und der Ausdruck für F ist $\frac{3a(Pa - Qb + Rd)}{3(pa^2 + qb^2) + Aa^2}$. Darf man die Masse der bewegenden Kraft auf der Seite der Ueberwucht bey Seite setzen, wie wenn die Bewegung der Maschine durch den Stoß des Wassers, Windes, oder den Druck einer Feder hervorgebracht würde, so setze man in der Gleichung für F, p = o. Da bey der Bewegung einer jeden Maschine, wie in der Statik gelehret worden ist, die Reibung einen Theil der bewegenden Kraft verzehret, so muß man unter der Kraft P der Maschine, welche Bewegung hervorbringt, nur das verstehen, was übrig bleibt, wenn man die Größe der Reibung von P abgezogen hat. Es heiße z. B. die Kraft, welche am Hebel in a angebracht werden muß, um die Reibung zu überwinden = f, so muß man für P, P — f schreiben, um die wirklich hervorgebrachte Beschleunigung zu finden. Diese Bemerkung gilt für jede Maschine, und ich verstehe daher im Folgenden unter P jederzeit die um die Reibung verminderte Kraft.

56) Die beschleunigende Kraft an dem Rad mit der Welle zu finden. Der Halbmesser des Rades Fig. 24. heiße R, der Welle r, die schwere Masse oder das Gewicht des Rades M, der Welle m, der Halbmesser der Trägheit des Rades a, der Welle b, die bewegende Kraft P, last Q, beyder Massen p, q.

Aus

Aus ähnlichen Gründen, wie bey dem physischen Hebel hat man die Ueberwucht der bewegenden Kraft in $a = P - \frac{r}{R} Q$. Das Moment des Schwerpunctes der Maschine ist hier $= o$, weil, wenigstens bey einer guten Einrichtung der Schwerpunct in c fällt. Die in a widerstehende Masse ist

$$p + \frac{r^2}{R^2} q + \frac{M a^2}{R^2} + \frac{m b^2}{R^2}$$

folglich die beschleunigende Kraft in a

$$P - \frac{r}{R} Q : p + \frac{r}{R^2} q + \frac{M a^2}{R^2} + \frac{m b^2}{R^2} =$$

$$\frac{R (R P - r Q)}{R^2 p + r^2 q + M a^2 + m b^2}.$$

Beyspiel: $R = 60$ Zoll, $r = 6$ Zoll, $M = 100$ ℔, $m = 50$ ℔, $p = 24$ ℔, $Q = q = 200$ ℔ die zur Ueberwindung der Reibung nöthige Kraft an $a = 1$ ℔, oder $P = 23$ ℔. Ich nehme ferner an, das Moment der Trägheit für Rad und Welle werde wie bey sich um ihre Axe drehenden Cylindern bestimmt, so ist $M a^2 = \frac{M R^2}{2}$, $= m b^2 = \frac{m r^2}{2}$ und die beschleunigende Kraft am Umfang des Rades

$$\frac{60 (60 . 23 - 6 . 200)}{60^2 . 24 + 6^2 . 200 + \frac{100 . 60^2}{2} + \frac{50 . 6^2}{2}} = \frac{108}{2745} =$$

0,0393 der beschleunigenden Kraft der Schwere.

57) Anmerkung. Wäre, alles übrige gleich gesetzt, das Gewicht des Rades und der Welle nur halb so groß, folglich auch ihre Momente der Trägheit nur halb so groß, so würde die beschleunigende Kraft am Umfang des Rades 0,058 von der beschleunigenden Kraft der Schwere, wobey die durch das verminderte Gewicht der Maschine verringerte Reibung noch nicht in Anschlag

gebracht ist. Dieß giebt einen andern Grund, die Maschinen so leicht, als es die erforderliche Stärke zulässet, zu bauen. Ueberhaupt erhellet schon aus dieser Betrachtung, daß zur genauen Bestimmung der Wirkung einer in Bewegung gesetzten Maschine viel mehr erfordert werde, als wenn man die Kräfte blos im Zustande des Gleichgewichts betrachtet.

In der Statik wurde der Satz aufgestellt, daß sich Kraft zu Last umgekehret wie ihre Wege bey erfolgter Bewegung verhalten. Diesen Satz drückte man wohl auch so aus: was man an der Kraft durch eine Maschine gewinnt, das verlieret man an der Zeit. Es leidet aber dieser Satz, sobald von wirklicher Bewegung die Rede ist, theils wegen der Friction und andern Hindernissen der Bewegung, theils wegen dem Widerstande der Trägheit der Maschine mancherley Einschränkungen.

58) Die beschleunigende Kraft an der Rolle zu finden.

I. Wenn die Rolle blos um ihre feste Axe beweglich ist. Der Halbmesser der Rolle heiße = r, ihre schwere Masse = m, die Last Q, Kraft P, die Massen von beyden p, q, so hat man die bewegende Kraft $P - Q$ die widerstehende Masse $p + q + \frac{m r^2}{2 r^2}$ folglich die beschleunigende Kraft $\frac{P - Q}{p + q + \frac{m}{2}}$.

Darf man das Gewicht oder die Masse der Rolle bey Seite setzen, so verwandelt sich dieser Ausdruck in $\frac{P - Q}{p + q}$.

II.) Für die mit der Axe bewegliche Rolle. Hier kommt das Gewicht der Rolle zu der Last, da beyde zugleich bewegt werden. Es heiße die schwere Masse und das Gewicht der Rolle = M, der Halbmesser der Rolle = R, P^I, Q^I Kraft und Last p^I, q^I ihre Massen. Die bewegende Kraft in a Fig. 25. ist $P^I - \frac{Q' + M}{2}$, die widerstehende Masse in a ist

$p^1 + \frac{(q^1 + M)\ c\ b^2}{c\ a^2} + \frac{M}{2} = \frac{M\ c\ b^2}{c\ a^2}$ ist der Widerstand, den die träge Rolle vermöge ihrer aufwärtsgehenden Bewegung $\frac{M}{2}$ der, den sie wegen ihrer Umdrehung leistet $= p^1 + \frac{q^1 + M}{4} + \frac{M}{2} = \frac{4\ p^1 + 3\ M + q^1}{4}$ folglich die beschleunigende Kraft $\left(\frac{2(2\ P^1 - (Q^1 + M)}{4\ p^1 + 3\ M + q^1}\right)$. Setzt man die Masse und das Gewicht der Rolle bey Seite, so verwandelt sich der Ausdruck in $\frac{2\ (2\ P^1 - Q^1)}{4\ p^1 + q^1} = F$. Sucht man aus der beschleunigenden Kraft von P^1 die von Q^1, so ist sie $\frac{c\ b}{a\ c} \cdot F = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\ (2\ P^1 - Q^1)}{4\ p^1 + q^1} = \frac{2\ P^1 - Q^1}{4\ p^1 + q^1}$. Setzt man in diesem Ausdruck $P^1 = P$, $Q^1 = 2\ Q$, $q^1 = 2\ q$, $p^1 = p$, so erhält man für die Beschleunigung der Last an der beweglichen Rolle $\frac{P - Q}{2\ p + q}$.

Die Beschleunigung der Last an der beweglichen Rolle, verhält sich zu der Beschleunigung der Last an der festen Rolle, bey gleicher Kraft und Ueberwucht, das Gewicht der Rollen bey Seite gesetzt

$= \frac{1}{2\ p + q} : \frac{1}{p + q} = p + q : 2\ p + q.$

Nicht wie 1 : 2, nach bloßen Gesetzen des Gleichgewichts, sondern nahe wie 2 : 3, wenn p von q wenig unterschieden ist.

59) Anmerkung. Aus der beschleunigenden Kraft den während einer bestimmten Zeit zurückgelegten Weg zu finden, kommt es auf das Gesetz an, wornach die beschleunigende Kraft während der zur Bewegung verwendeten Zeit gewirkt hat. Ist die Wirkung der beschleunigenden Kraft gleichförmig, wie bey der Schwere, so verhalten sich die zurückgelegten Wege wie die Producte aus den Quadraten der Zeiten in die beschleunigenden Kräfte, also bey gleichen Zeiten wie die beschleunigrnden Kräfte.

Beyspiel: An der Rolle mit der festen Axe sey $P = 100$ *tb*, $Q = 90$ *tb*, die Masse der Rolle gegen die Gewichte unbeträchtlich, so hat man nach dem vorstehenden Paragraph die beschleunigende Kraft $= \frac{10}{190}$ der Schwere, und den von den Gewichten P und Q in einer Secunde zurückgelegten Weg $= \frac{1}{19} . 15{,}625$ rhl. Fuß. In den Fällen, wo die beschleunigende Kraft veränderlich ist, erfordert die Bestimmung des Wegs während einer gegebenen Zeit, Kunstgriffe der höhern Rechenkunst, und die selbst sind unzureichend, wenn das Gesetz der Veränderlichkeit nicht angegeben werden kann. Man muß sich alsdann begnügen, die in sehr kleinen (eigentlich unendlich kleinen) Zeiten beschriebenen Wege mit einander zu vergleichen, wobey man voraussetzt, daß während eines solchen kleiuen Zeittheilchens auch eine veränderliche Kraft gleichförmig beschleunige.

Vom Stoße harter Körper.

60) Wenn ein bewegter Körper auf einen andern trifft, und diesen, um seine Bewegung fortzusezzen, aus der Stelle treiben muß, so sagt man, er stoße den andern Körper. Geht die Linie cC Fig. 26., wornach sich der Schwerpunct des stoßenden Körpers bewegt, zugleich durch den Schwerpunct C des gestoßenen Körpers, so heißt der Stoß centrisch; und gerade oder

senkrecht, wenn die Linie cC senkrecht auf der Ebene ab steht, worin sich beyde Körper berühren. Schiefer und eccentrischer Stoß heißt, wo beyde Bedingungen nicht eintreffen. Vor der Hand rede ich bloß von dem geraden und centrischen Stoß. In dem Schwerpunct kann man sich die ganze Kraft des stoßenden Körpers vereinigt denken, da man sie hemmt, wenn man die Bewegung des Schwerpuncts aufhält. Der Schwerpunct heißt in der Lehre vom Stoß auch Mittelpunct der Masse oder der Trägheit, weil hierbey die Kraft der Schwere nicht nothwendig in Betracht kommt; z. B. wenn sich zwey Körper auf einer horizontalen Ebene stoßen. Ueberhaupt würde alles, was hier von den Gesetzen des Stoßes vorgetragen werden soll, völlig eben so erfolgen, wenn die Kraft der Schwere nicht existirte. Daher verstehe man, wenn in der Folge Massen durch Gewichte bezeichnet werden, immer bloß träge Massen. Um die Lehren einfacher zu machen, setzt man anfänglich voraus, die Körper seyen vollkommen hart (Stat.) und unelastisch, wenn es gleich keine solche Körper in der Natur geben sollte.

61) c, b Fig. 27. seyen zwey harte Körper, deren Massen M, m, ihre Geschwindigkeit $ca = C$, $ba = c$ seyen, in a treffen sie auf einander, man sucht ihre Geschwindigkeit nach dem Stoße $= x$. Die Größe der Bewegung wird aus dem Produkt der Masse in die Geschwindigkeit (12) geschätzt, folglich sind die bewegenden Kräfte beyder Massen vor dem Stosse MC, mc, und da sie einander entgegengesetzt sind, so hebt die kleinere in der größern so viel auf, als sie beträgt, und die bewegende Kraft nach dem Stoße ist $= MC - mc$. Diese Kraft führet die Summe der beyden Massen nach dem Stoße mit der Geschwindigkeit x fort, folglich ist $(M + m)\,x = MC - mc$, woraus

$$x = \frac{MC - mc}{M + m}$$ folgt.

Beyspiel: $M = 8$ ℔, $C = 4$ Fuß, $m = 2$ ℔ $c = 8$ Fuß giebt $x = \frac{4 \cdot 8 - 2 \cdot 8}{8 + 2} = \frac{16}{10} = 1\frac{3}{5}$ Fuß. Wenn die bewegenden Kräfte vor dem Stoße einander entgegengesetzt und gleich sind, oder $MC = mc$ so ist die Geschwindigkeit nach dem Stoße $= 0$, wie gehörig, weil beyde Körper nach dem Stoße ruhen.

Aus $MC = mc$ folgt

$$M : m = c : C,$$

die Massen verhalten sich in diesem Falle umgekehret, wie die Geschwindigkeiten.

62) Zwey Massen M, m bewegen sich nach einer Richtung Fig. 28. mit verschiedenen Geschwindigkeiten $ca = C$, $ba = c$, die geschwindere M holet die langsamere in a ein, man sucht die Geschwindigkeit y nach dem Stoß. Hier sind die bewegenden Kräfte der einzelnen Massen einander nicht entgegengesetzt, sondern wirken vielmehr vereinigt bey dem Stoße auf die Beschleunigung der beyden Massen. Man hat daher die bewegende Kraft nach dem Stoß $MC + mc = (M + m)\,y$, folglich

$$y = \frac{MC + mc}{M + m}.$$

Beyspiel: $M = 4$, $C = 6$, $m = 2$, $C = 3$ giebt $y = \frac{4 \cdot 6 + 2 \cdot 3}{4 + 2} = 5$. Ruhte eine von beyden Massen m, so ist ihre Geschwindigkeit und bewegende Kraft $= 0$ und die Geschwindigkeit nach dem Stoß wäre $\frac{MC}{M + m}$. Dieser Ausdruck fliesset eben sowohl aus der Gleichung für x (69).

63) Anmerkung. Wenn man in (62) die bewegenden Kräfte beyder Massen vor und nach dem Stoße mit einander vergleicht, so erhellet, daß die eine so viel von ihrer Bewegung verlieret, als die andere gewinnt. Denn es ist $MC - My = M(C - y) = M$

$$\left(C - \frac{MC + mc}{M + m}\right) = M\left(\frac{MC + mC - MC - mc}{M + m}\right)$$

$$= \frac{Mm\,(C - c)}{M + m}.$$

Eben das erhält man aus $my - mc$ wenn man von der Bewegung der Masse m nach dem Stoß ihre Bewegung vor dem Stoß abzieht. Denn $my - mc = m(y - c) =$

$$m\left(\frac{MC + mc}{M + m} - c\right) =$$

$$m\left(\frac{MC + mc - Mc - mc}{M + m}\right) =$$

$\frac{mM\,(C - c)}{M + m}$. Die Masse M verlieret also durch den Widerstand der Trägheit von der Masse m während dem Stoß eben so viel, als die Masse m gewinnt, wie gehörig, weil hier die bewegenden Kräfte vor dem Stoße einander nicht entgegengesetzt sind, und sich also nichts in ihnen aufhebt. Nur die Trägheit der Massen veranlasset eine wechselseitige Wirkung in einander und die Größe dieser Wirkung wird durch $m\frac{M\,(C - c)}{M + m}$ dargestellet.

Im obigen Beyspiel ist der Verlust an Bewegung von der Masse $M = 4 . 6 - 4 . 5 = 4$ der Gewinn an Bewegung von der Masse $m = 2 . 5 - 2 . 3 = 4$
Im (61) betrachteten Fall ist der Verlust an Bewegung, welchen M erleidet ebenfalls $= M\,(C - x) =$
$\frac{Mm\,(C + c)}{M + m}$ wenn man für x seinen Werth schreibt.

Das was m an Bewegung gewonnen hat, ist hier aber $= m\,(x + c)$, denn durch den Gewinn von mc hat es die gleich starke Bewegung nach entgegengesetzter Richtung vor dem Stoße verloren, und die Bewegung mx dauert nach dem Stoße fort. Es ist aber $m\,(x + c)$

$= \frac{mM\,(C + c)}{M + m}$ wenn man für x seinen Werth aus

(61) setzt. Folglich ist auch hier Verlust und Gewinn an Bewegung gleich.

64) Anmerkung. Wenn die Körper, welche auf einander stoßen, weich, aber unelastisch sind, so ändert sich dadurch nichts in den Gesetzen des Stoßes, als daß die Wirkung des stoßenden Körpers auf den gestoßenen nicht plötzlich, sondern nach und nach erfolgt. Denn es stoße z. B. ein vollkommen harter auf einen vollkommen weichen Körper, so werden die Theilchen des weichen Körpers, welche den harten Körper zuerst berühren, nachgeben, eben dadurch wird der harte Körper mehrere Theilchen des weichen Körpers treffen, die nun ebenfalls nachgeben, und zugleich ihre erhaltene Bewegung den nicht unmittelbar gestoßenen Theilchen mittheilen, bis nach und nach die Bewegung sich durch den ganzen weichen Körper gleichförmig verbreitet, und dieser zugleich einen verhältnißmäßigen Eindruck von dem harten Körper erlitten hat. Sind beyde stoßende Körper weich, so ändert sich weiter nichts, als daß der Eindruck wechselseitig wird. Da man in der Natur noch eher weiche, als harte Körper von sehr geringer Elasticität antrifft, so bedienet man sich gewöhnlich der weichen, z. B. Kugeln von weichem Thon, Bley u. dgl. um die Gesetze des Stoßes harter Körper dadurch zu erläutern, und die Erfahrung rechtfertiget die obigen Schlüsse.

Vom Stoß elastischer Körper.

65) Anmerkung. Vollkommen elastische Körper sind nach Aerostatik (1.) solche, welche jeden durch äussere Kraft auf ihre Gestalt gemachten Eindruck mit gleicher Kraft, indem sie ihre Gestalt herstellen, erwiedern.

Es stoße ein vollkommen harter auf einen vollkommen elastischen Körper, so wird der harte Körper in dem elastischen einen Eindruck wie in einem weichen Körper hervorbringen, und ihm zugleich seine Bewegung nach und nach mittheilen. Der elastische wird dagegen in dem Maaß, wie er den Eindruck von dem harten Körper erleidet, gegen diesen mit einer gleichen Kraft vermöge seiner Elasticität zurückwirken. Beydes, Eindruck des stoßenden Körpers und Rückwirkung der Elasticität

sticität geschieht zwar zu gleicher Zeit, man kann sich aber zur Erleichterung der Rechnung vorstellen, der Stoß und die Einwirkung des stoßenden Körpers erfolge anfänglich so, als wenn der elastische Körper blos weich wäre, und hierauf wirke die Elasticität mit einer dem gemachten Eindruck gleichen Kraft auf den stoßenden Körper zurück. Sind beyde Körper elastisch, so sind der Eindruck und die Rückwirkung der Elasticität von einem Körper auf den andern wechselseitig.

66) Es bezeichnen M, m Fig. 27. zwey elastische Körper, welche sich mit den Geschwindigkeiten C, c gegen einander bewegen, man sucht ihre Geschwindigkeiten nach dem Stoße. Wenn beyde Körper bloß weich wären, so würden sie nach dem Stoße die Geschwindigkeit x nach der Richtung cb haben. Hierzu setze man die von der Rückwirkung der Elasticität herrührende Aenderung. Der Verlust an Bewegung, welchen M durch den Stoß erlitten hat, ist nach (63) $M(C - x)$, und eben so groß ist sein in m gemachter Eindruck, welchen es durch die Elasticität von m zurück erhält, folglich ist die gesammte Bewegung der Masse M nach dem Stoße $= Mx - M(C - x)$, weil die Wirkung der Elasticität der Richtung von M nach dem Stoße entgegen gehet.

$$Mx - M(C - x) = M(2x - C) =$$

$$M \cdot \frac{2(MC - mc)}{M + m} - C = \frac{M.(M-m)C - 2mc)}{M + m}$$

folglich die Geschwindigkeit von $M = \frac{(M-m)C - 2mc}{M + m}$

wenn man die Größe der Bewegung durch die Masse M dividiret. Die Bewegung von m nach dem Stoße, als weicher Körper betrachtet, ist mx, die Aenderung der Bewegung durch den Stoß $m(x + c)$, eben so groß ist der Eindruck und die Rückwirkung der Elasticität von der Masse M, und weil die Rückwirkung die Bewegung von m nach dem Stoße befördert, die gesammte

Bewegung von m; $mx + m(x + c) = m(2x + c)$ für x seinen Werth (61) geschrieben

$$m \cdot \left(\frac{2(MC - mc)}{M + m} + c \right) =$$

$$m \cdot \frac{(M - m)c + 2MC}{M + m}$$

und die Geschwindigkeit von

$$m = \frac{(M - m)c + 2MC}{M + m}.$$

Beyspiel: Wenn $M = m$ ist, so verwandeln sich die gefundenen Ausdrücke der Geschwindigkeiten.

für M in $-\frac{2mc}{2m} = -c$

für m in $+\frac{2MC}{2M} = +C$

Das Zeichen — vor c zeigt an, daß die Richtung der Bewegung von M der anfänglichen Richtung nach c b entgegengesetzt liege. Beyde Massen springen in diesem Falle nach dem Stoße mit verwechselten Geschwindigkeiten von einander. Ruhete die eine von den gleichen Massen m vor dem Stoße, so ist $c = o$, und M ruht nach dem Stoß, m aber bewegt sich mit der Geschwindigkeit C, nach der Richtung a b, folglich findet hier auch eine Vertauschung der Geschwindigkeit vor und nach dem Stoße statt.

67) M, m Fig. 28. seyen zwey elastische Massen, welche einander mit den Geschwindigkeiten C, c folgen, in a entsteht der Stoß, man sucht die Geschwindigkeiten der Massen nach dem Stoß. Als weiche Körper betrachtet, erhält M die Bewegung M y; m, m y, und die Aenderungen der Bewegung durch den Stoß sind nach (63) M (C — y), und m (y — c), folglich die Rückwirkungen wegen der Elasticität eben so groß. Dieß giebt die Bewegung von M nach dem Stoße $My - M(C - y) = M(2y - C)$
von m $my + m(y - c) = m(2y - c)$.

Substituiret man in diesen Ausdrücken den Werth von $y = \frac{MC + mc}{M + m}$ aus (62.), so erhält man für die

Bewegung der Masse $M = M\left(\frac{(M-m)C+2mc}{M+m}\right)$

Geschwindigkeit $\frac{(M - m)\ C + 2\ m\,c}{M + m}$

für die Bewegung der Masse m

$m \cdot \left(\frac{c\,(m - M) + 2\,M\,C}{M + m}\right)$

Geschwindigkeit $\frac{c\ (\ m - M) + 2\,M\,C}{M + m}$.

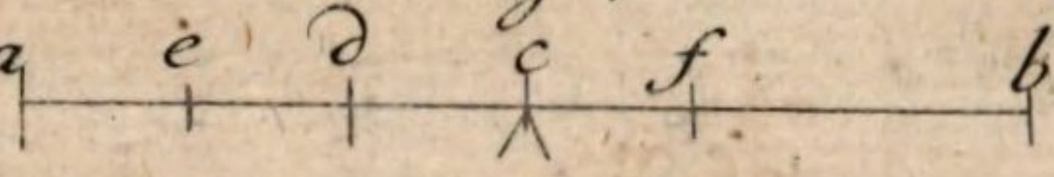
Beyspiel. $M = m$ giebt für die Geschwindigkeiten nach dem Stoß von $M = c$, von $m = C$, die Geschwindigkeiten liegen nach einer Richtung wie vor dem Stoß, sind aber verwechselt. Man setze $M = 2\,m$ und die Masse m vor dem Stoße ruhend, oder $c = 0$, so hat man die Geschwindigkeit der Masse m nach dem Stoß $\frac{2\,M\,C}{M + m} = \frac{4\,m\,C}{3\,m} = \frac{4}{3}\,C$ die ruhende Masse weicht mit $\frac{4}{3}$ der Geschwindigkeit der anstoßenden aus. Denkt man sich eine Reihe von Massen, z. B. 10 Kugeln, deren jede sich zur folgenden $= 2 : 1$ verhält, und läßt die erste mit einer Geschwindigkeit $= 1$ anstoßen, so weicht die zweyte mit einer Geschwindigkeit von $\frac{4}{3}$, die dritte mit $\frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3}^2$, die zehnte mit $\frac{4}{3}^9$ aus. Die Potenz des Bruchs mit Logarithmen berechnet giebt 13/32 Geschwindigkeit für die letzte Kugel.

68) Anmerkung. Aus den vorgetragenen Säzzen über den Stoß elastischer Körper läßt sich herleiten, daß die Summen der Producte der Massen in die Quadrate der Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoß gleich sind, welcher Satz auch unter dem Namen des Gesetzes der Erhaltung lebendiger Kräfte bekannt ist. Hier verbietet der Raum mehr davon zu sagen, ich verweise deßfalls auf Kästners höhere Me-

chanik III. Abschnitt, wo man mehrere aus den Gesetzen des Stoßes sich ergebende lehrreiche Folgen erwähnt findet.

69) Anmerkung. Die Lehre vom schiefen Stoß ist zu verwickelt, als daß sie für diese Anfangsgründe gehörte. Nur ein leichtes Beyspiel mag zur Erläuterung dienen, wie man es bey der Untersuchung des schiefen Stoßes anzufangen habe. c Fig, 29. sey eine ruhende Kugel, gegen sie treffe eine andere a mit der Geschwindigkeit und Richtung a c; ich nehme beyder Kugeln Massen gleich und vollkommen elastisch an. d b bezeichne die Ebene, in welcher sich beyde Kugeln berühren, man zerlege die Kraft nach a c in zwey Kräfte e c, a e, wovon e c senkrecht auf die berührende Ebene, a e mit ihr parallel ist, blos der senkrechte Stoß e c wirkt auf die ruhende Kugel, und vermöge desselben geht sie nach dem Stoße mit der Geschwindigkeit c f = e c fort, indeß die anstoßende in c ruhen würde, wenn sie blos durch die Kräfte e c wäre getrieben worden; weil aber die Kraft nach a e ungeschwächt fortdauert, so befindet sich die anstoßende Kugel nach dem Stoß in d, während die angestoßene in f ist, oder beyde Kugeln entfernen sich unter einem rechten Winkel d c f von einander. Diese Betrachtung schränkt sich blos auf die Bewegung der Kugeln als physischer Puncte, oder auf die Bewegung ihrer Schwerpuncte ein, übrigens entsteht durch den schiefen Stoß a c, welcher zugleich eccentrisch ist, ein Umdrehen der Kugel c um ihren Mittelpunct der Masse.

Fig. 4.



3.

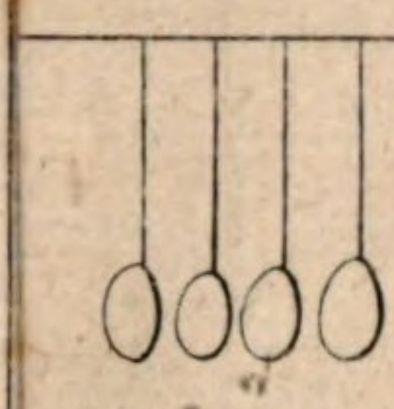


Fig. 5.

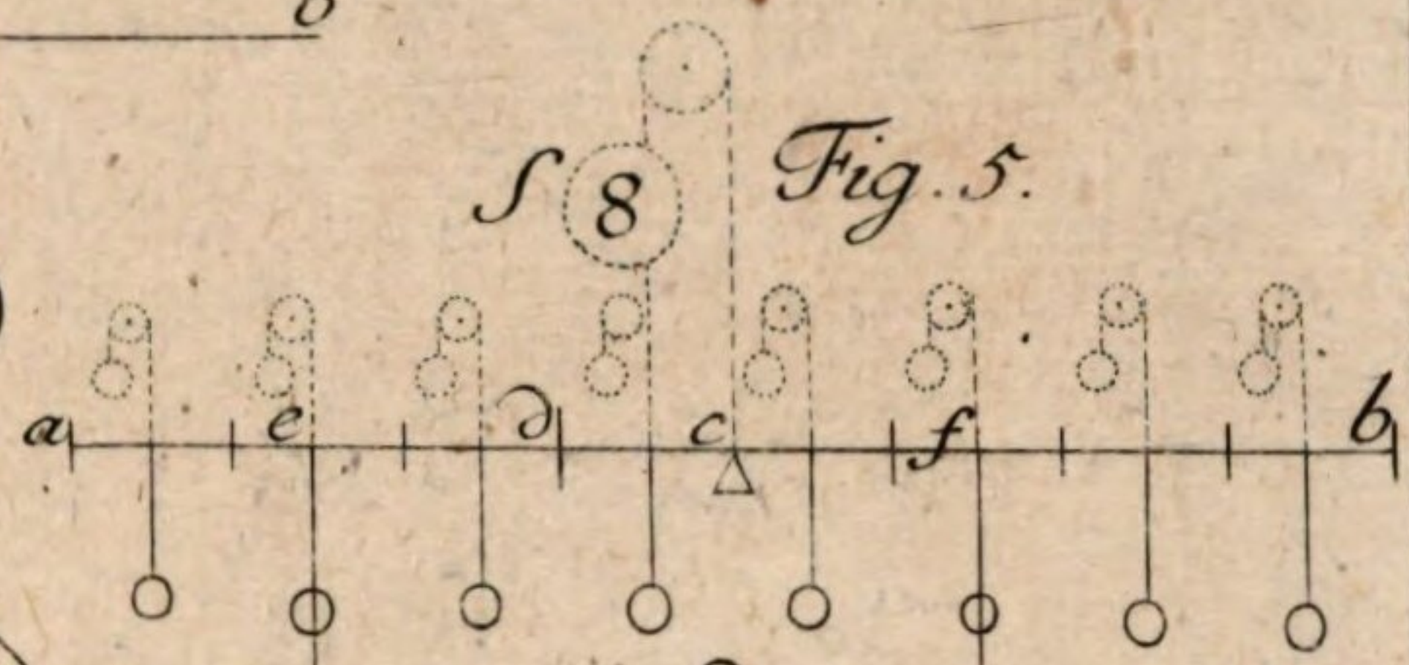
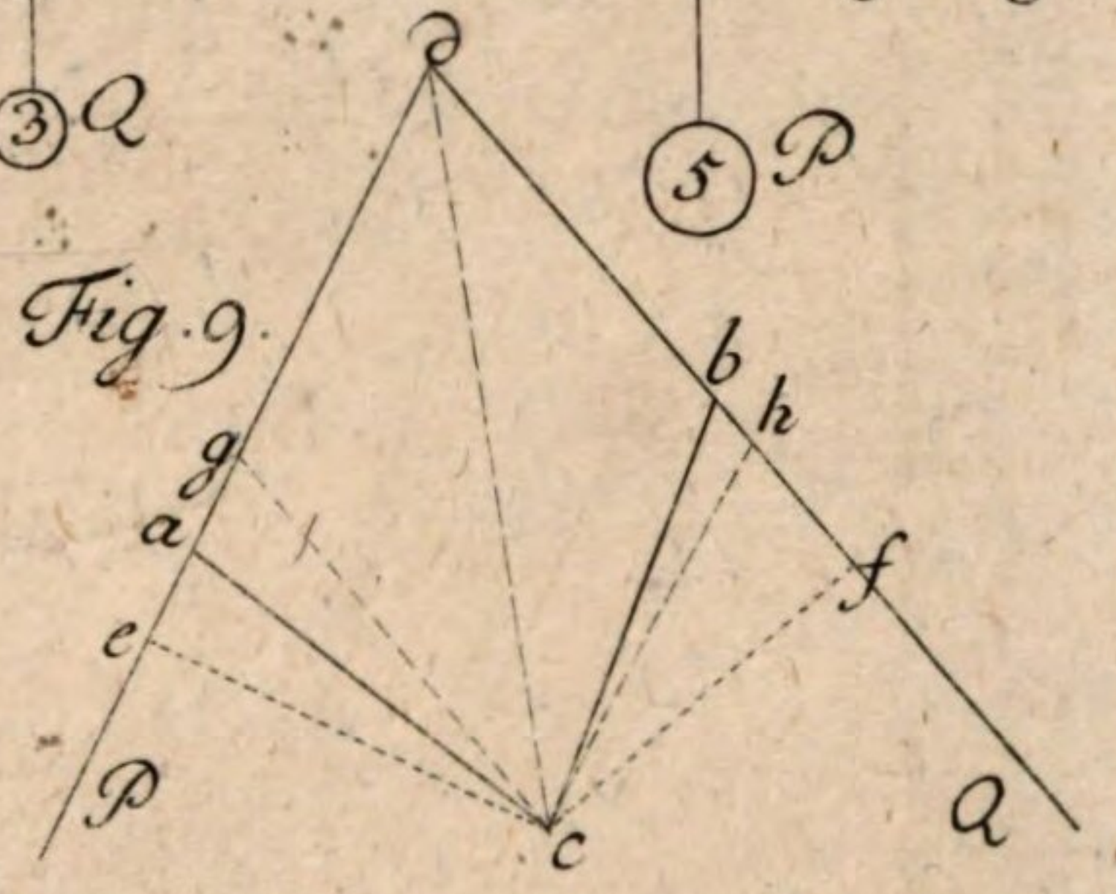


Fig. 9.



12.

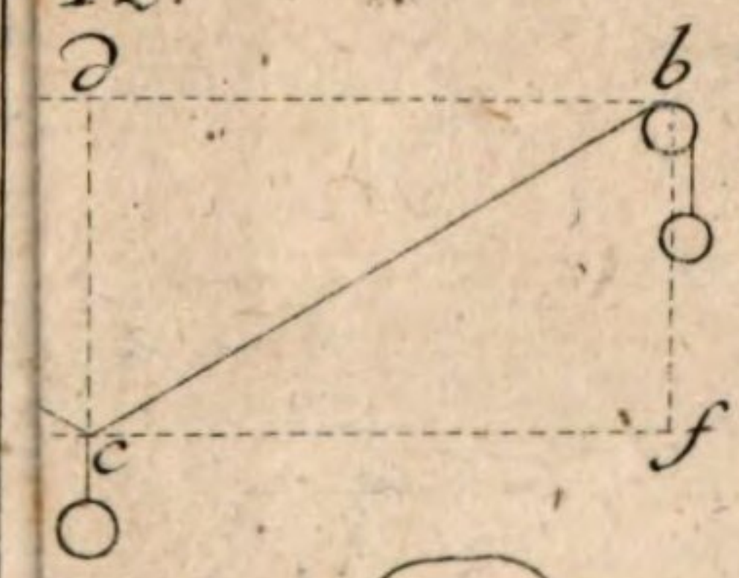


Fig. 13.

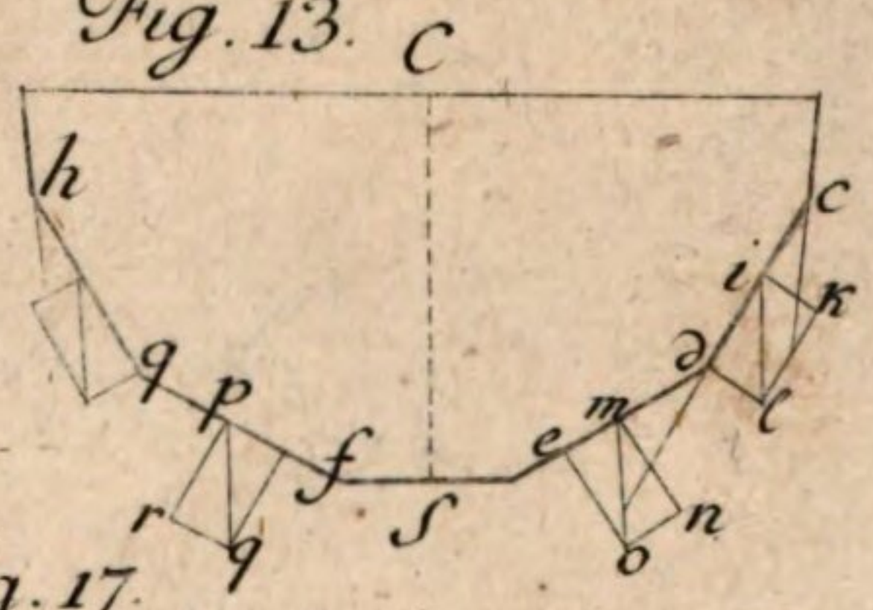


Fig. 17.

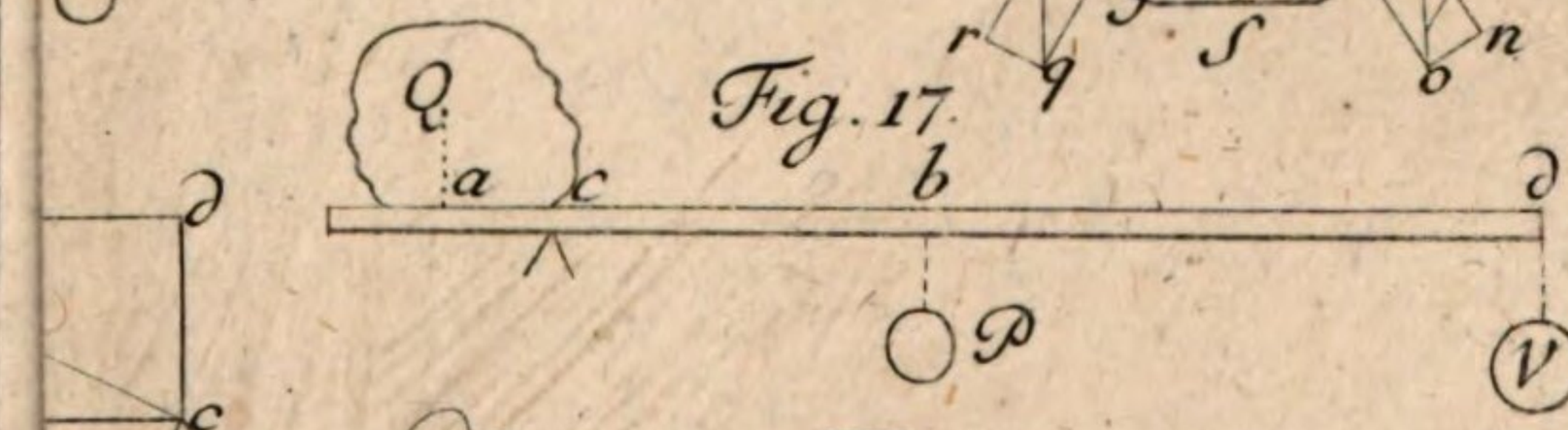


Fig. 17*.

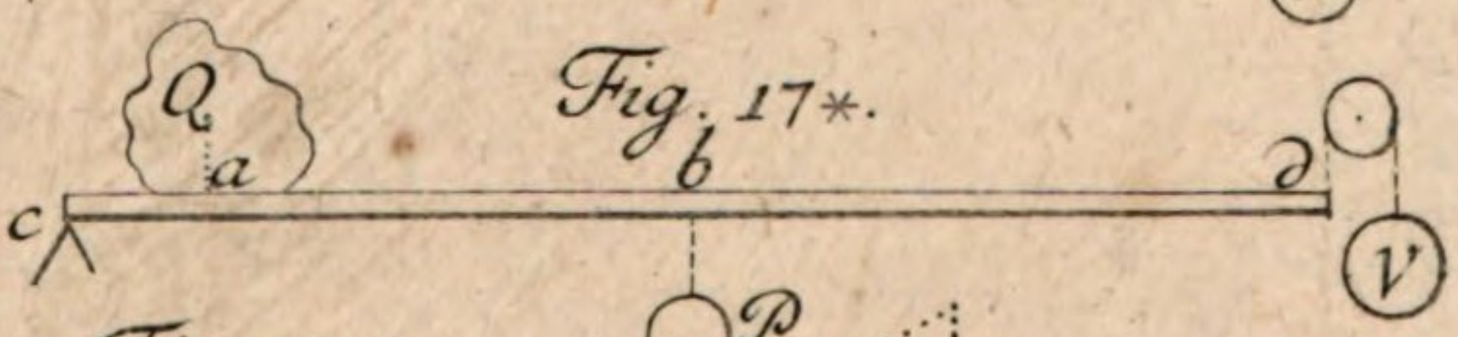
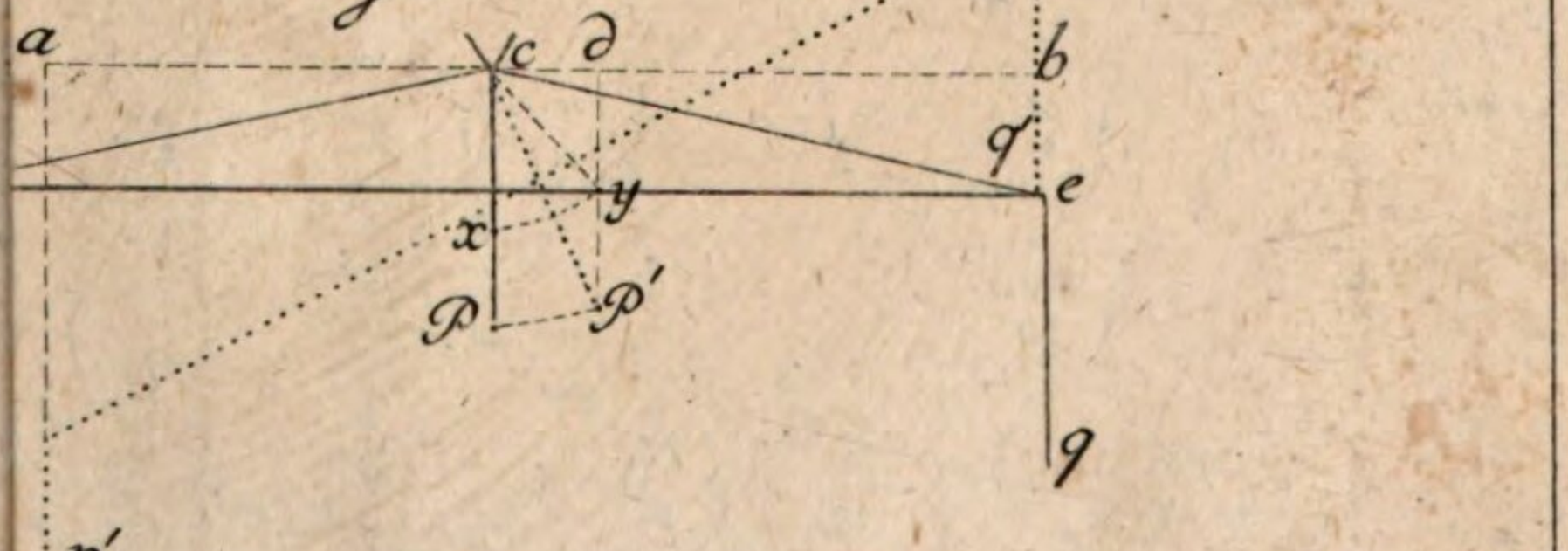


Fig. 20.*



Sta

Tab. II.

Fig. 25.

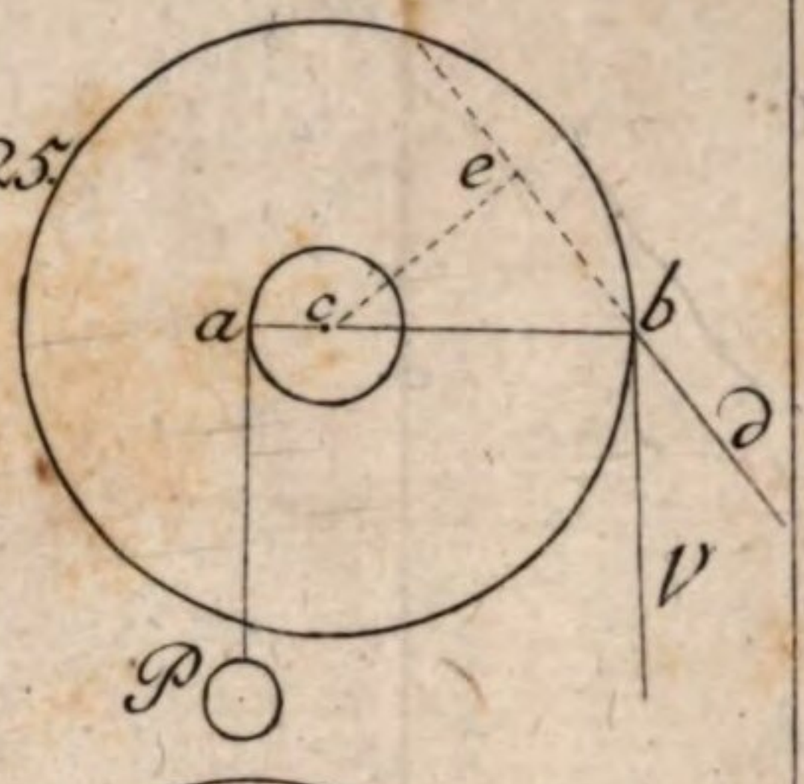


Fig. 26.

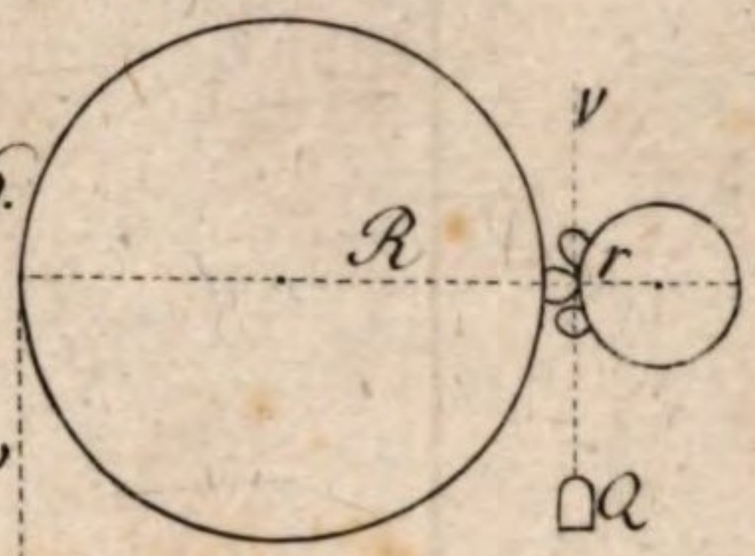


Fig. 26.*.

Fig. 30.

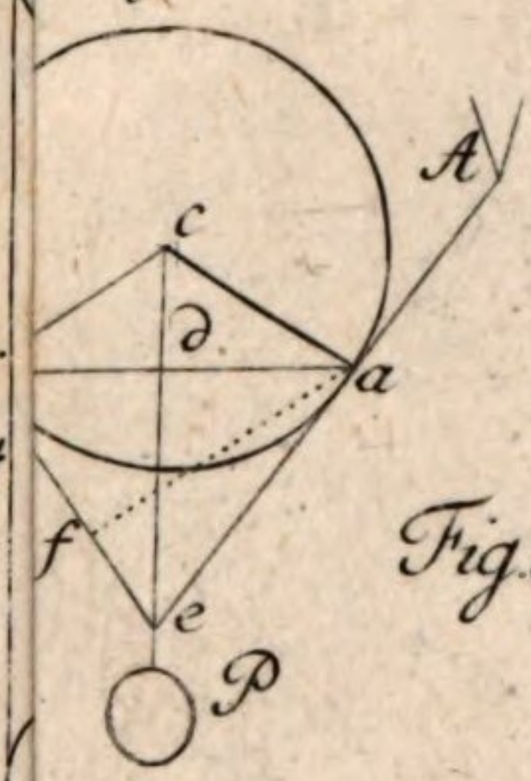


Fig. 32.

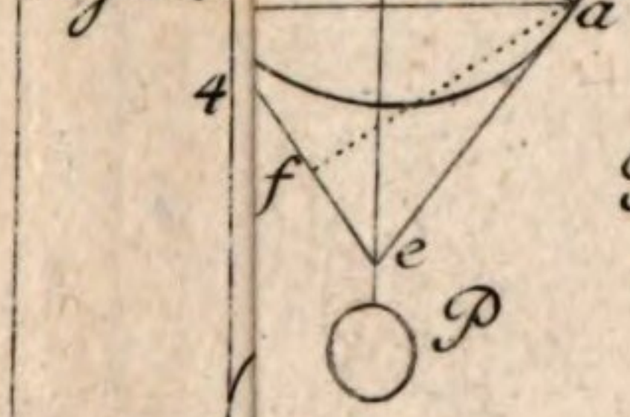


Fig. 35.

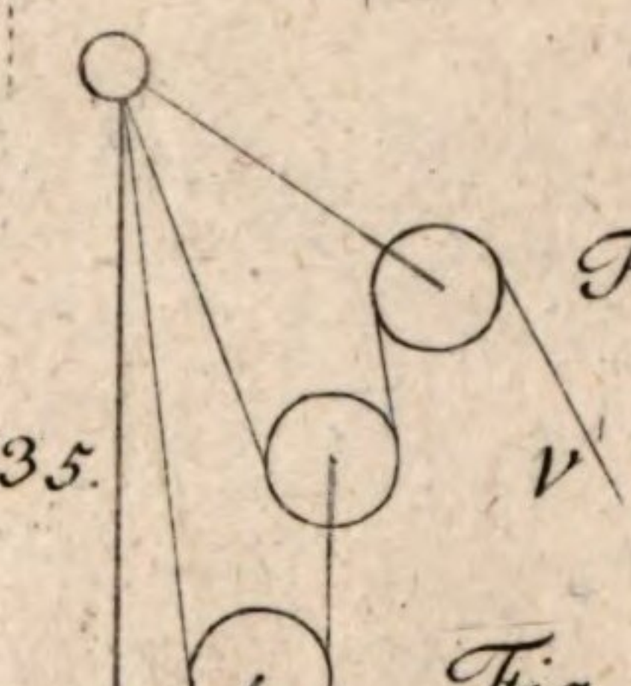


Fig. 34.

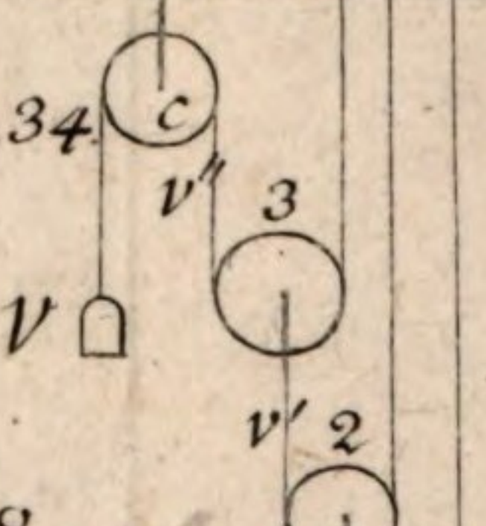
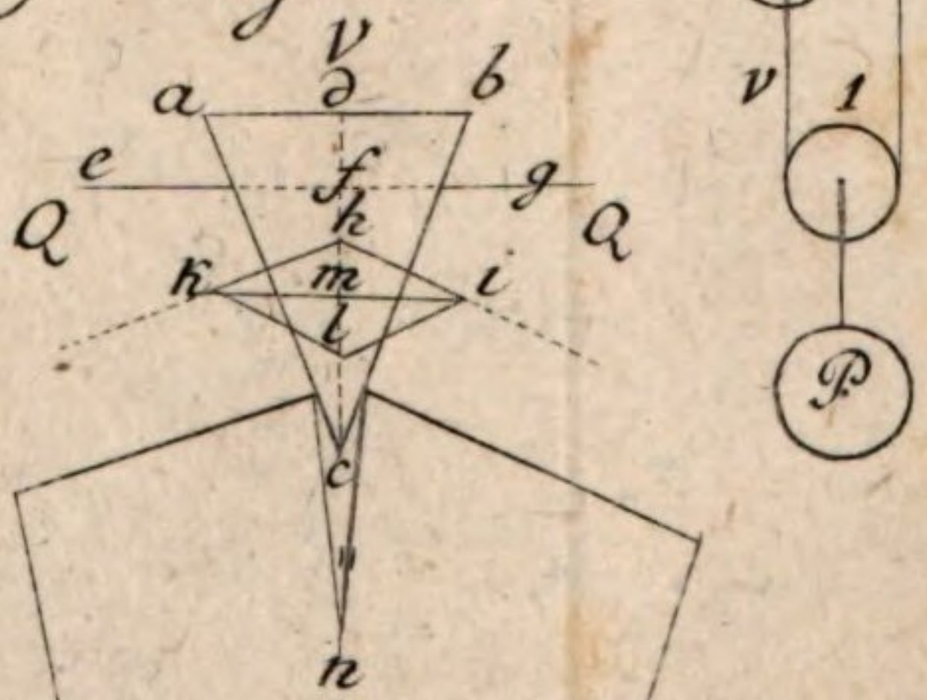


Fig. 38.



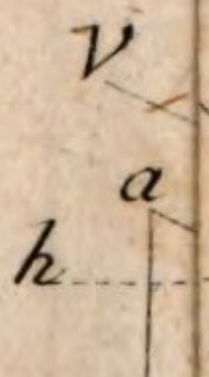


Fig. 45.

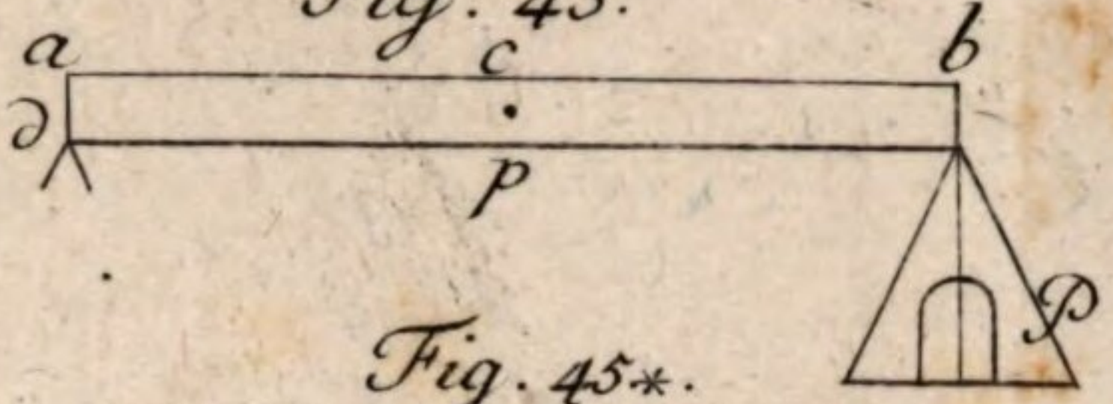


Fig. 45*.

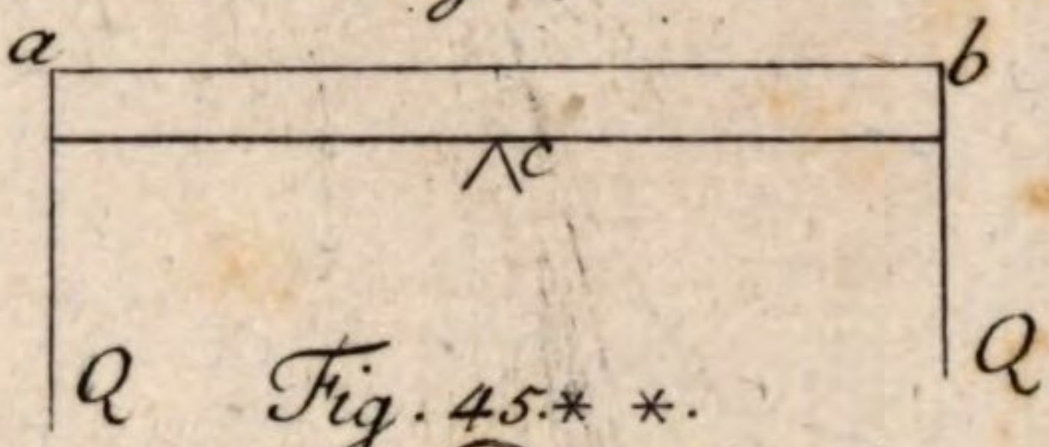


Fig. 45**.

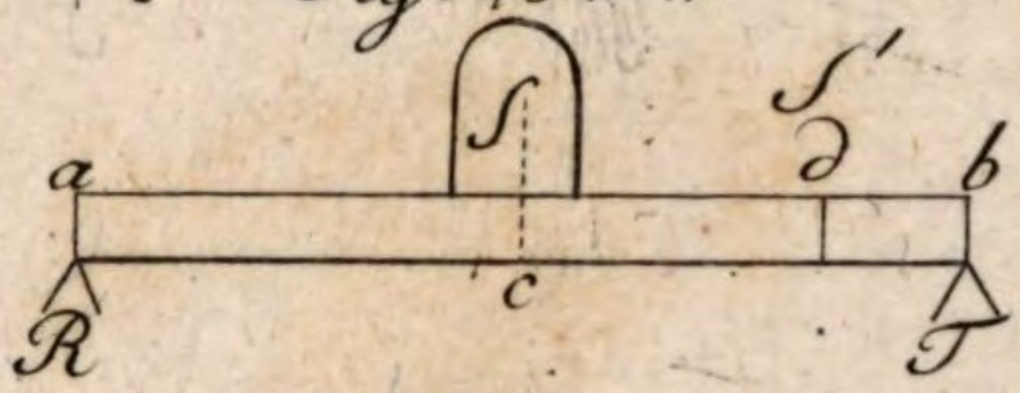


Fig. 44.

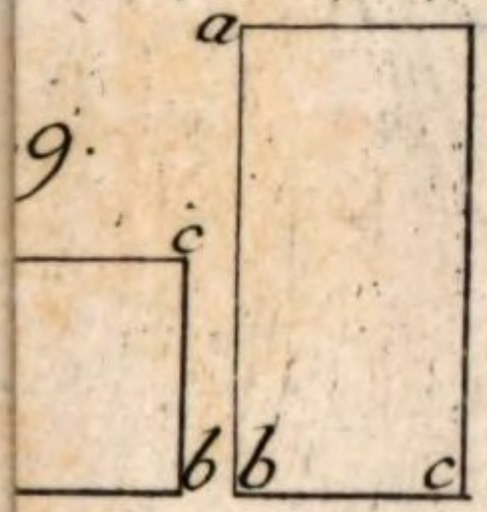


Fig. 50.

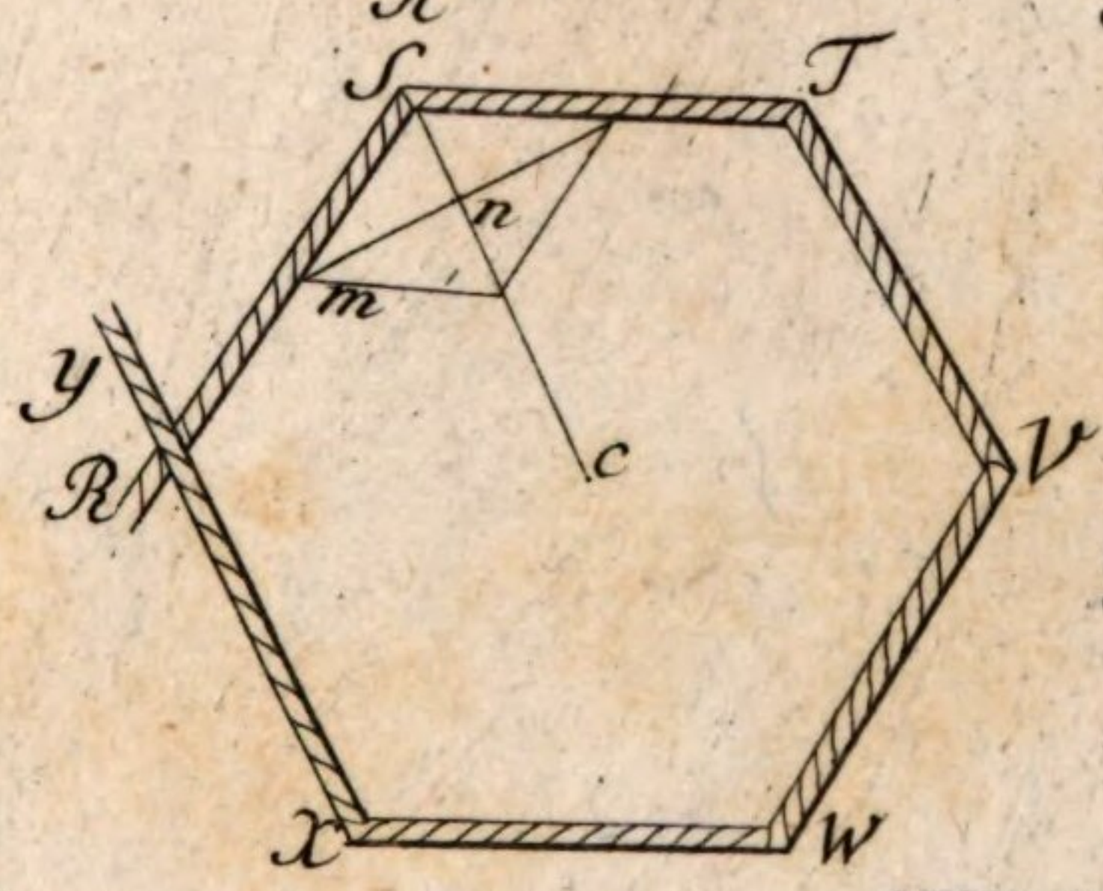
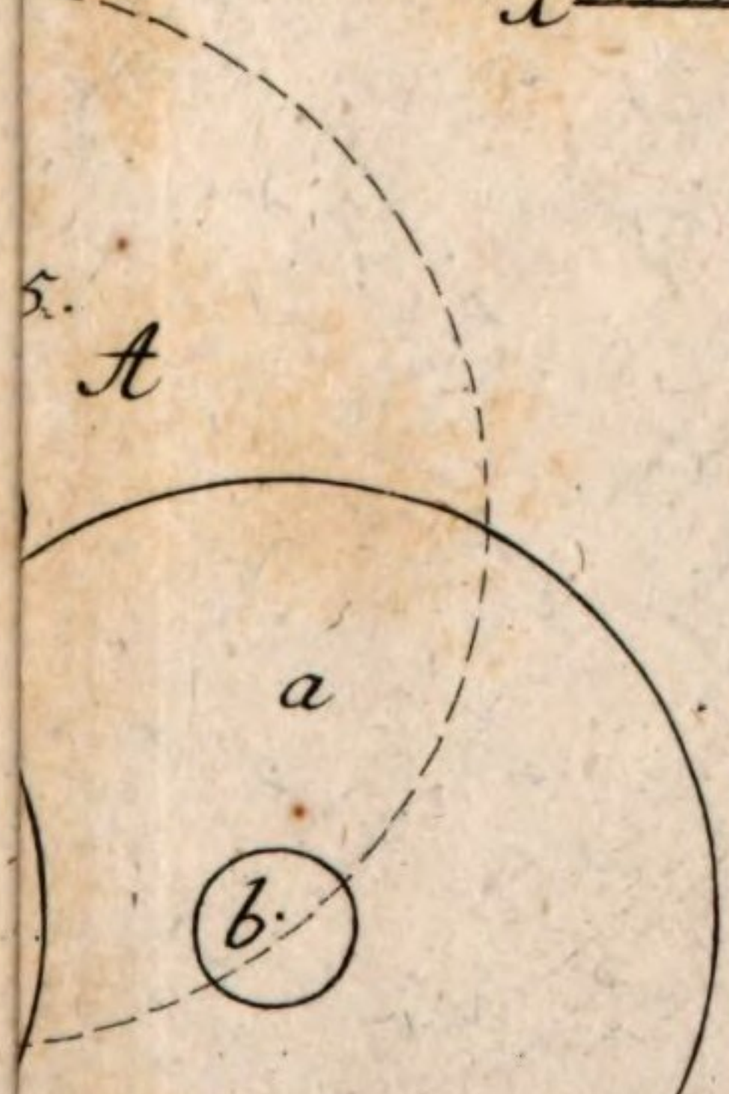


Fig. 53.



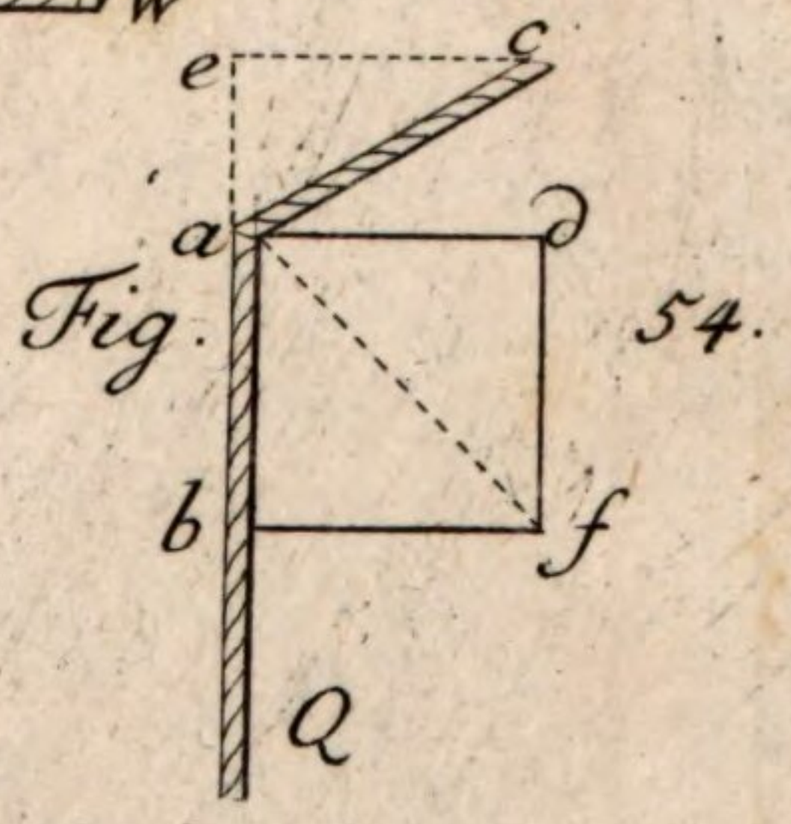
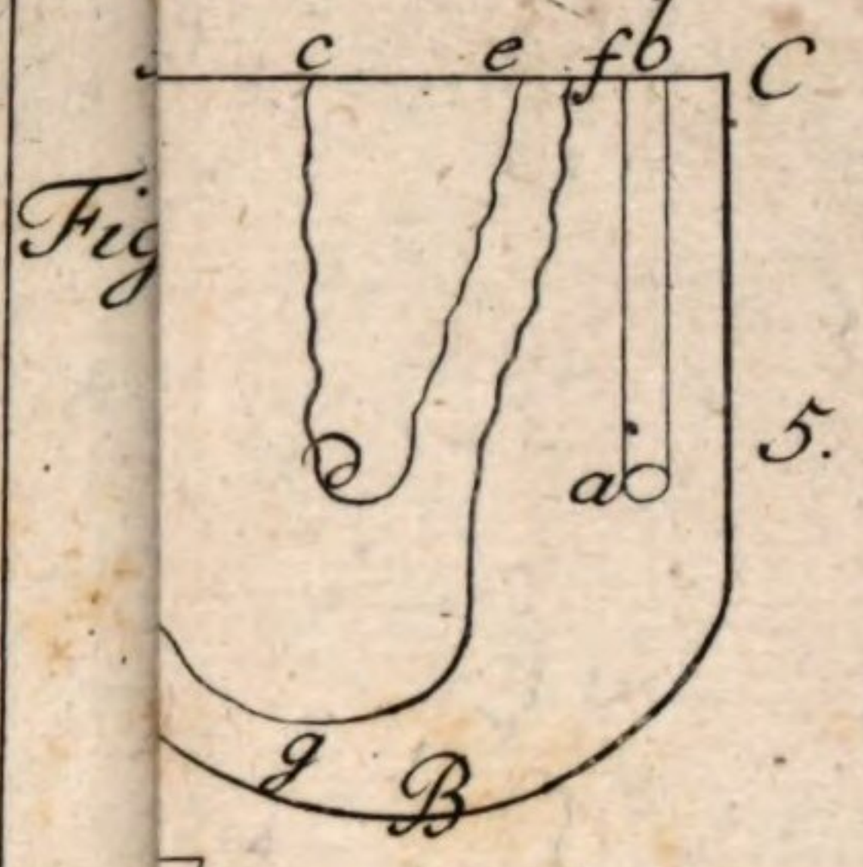
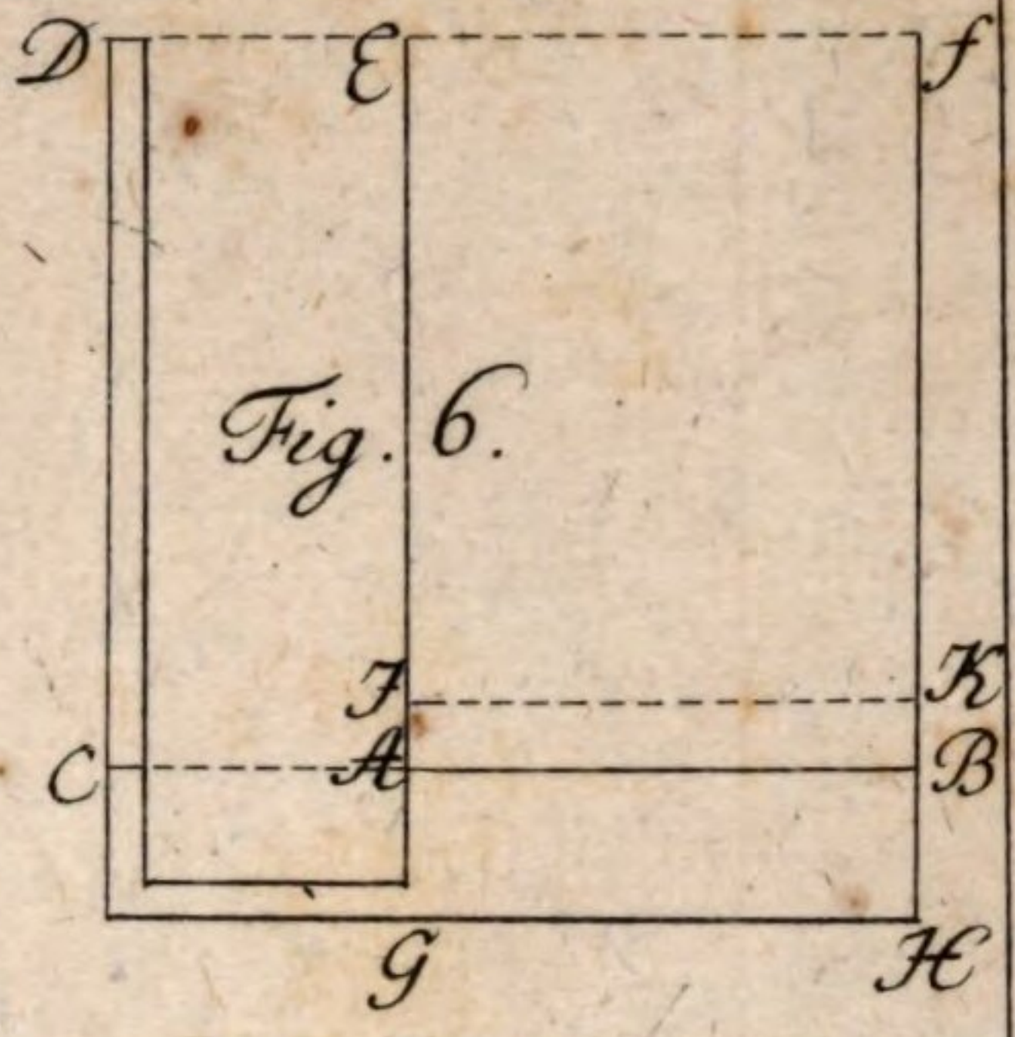
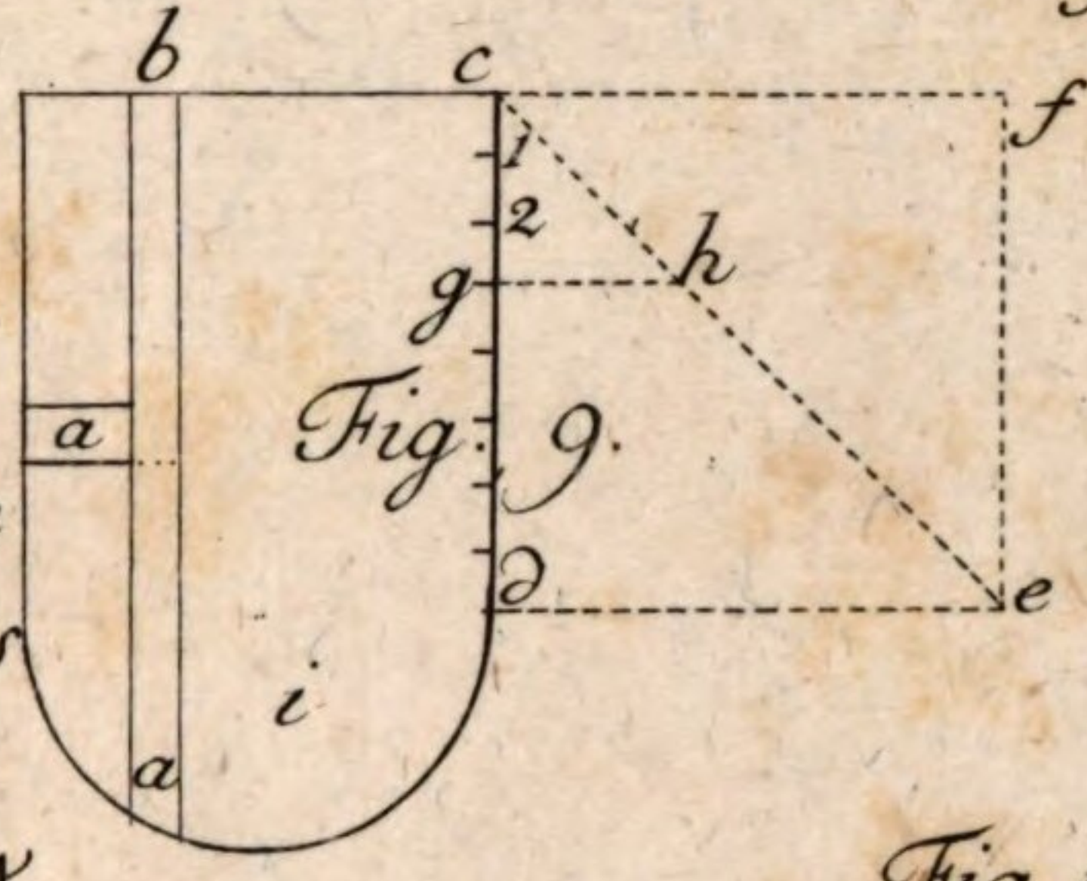


Fig. 54.


c
e
f
b
C
a
5.
g
B


D
E
f
Fig. 6.
F
K
C
A
B
G
H


b
c
f
1
2
g
h
a
Fig. 9.
d
e
i
a

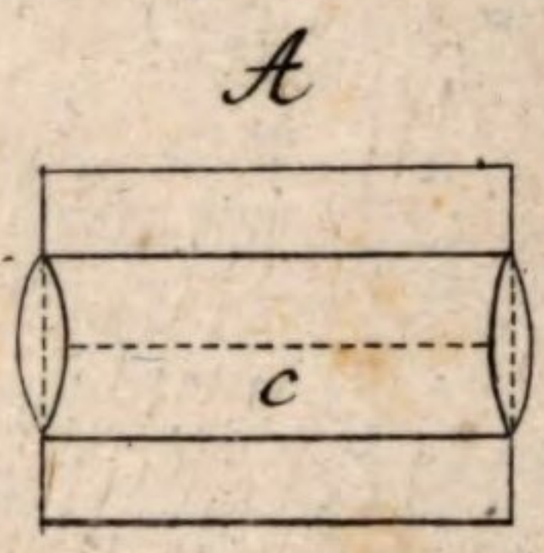
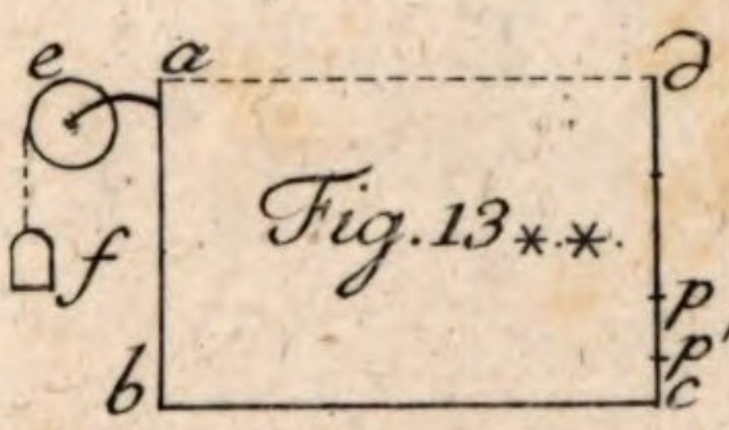
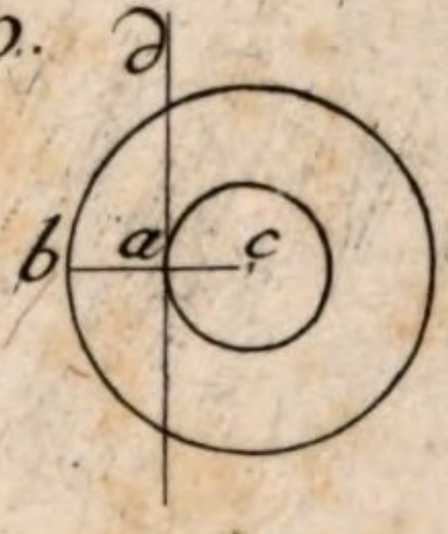
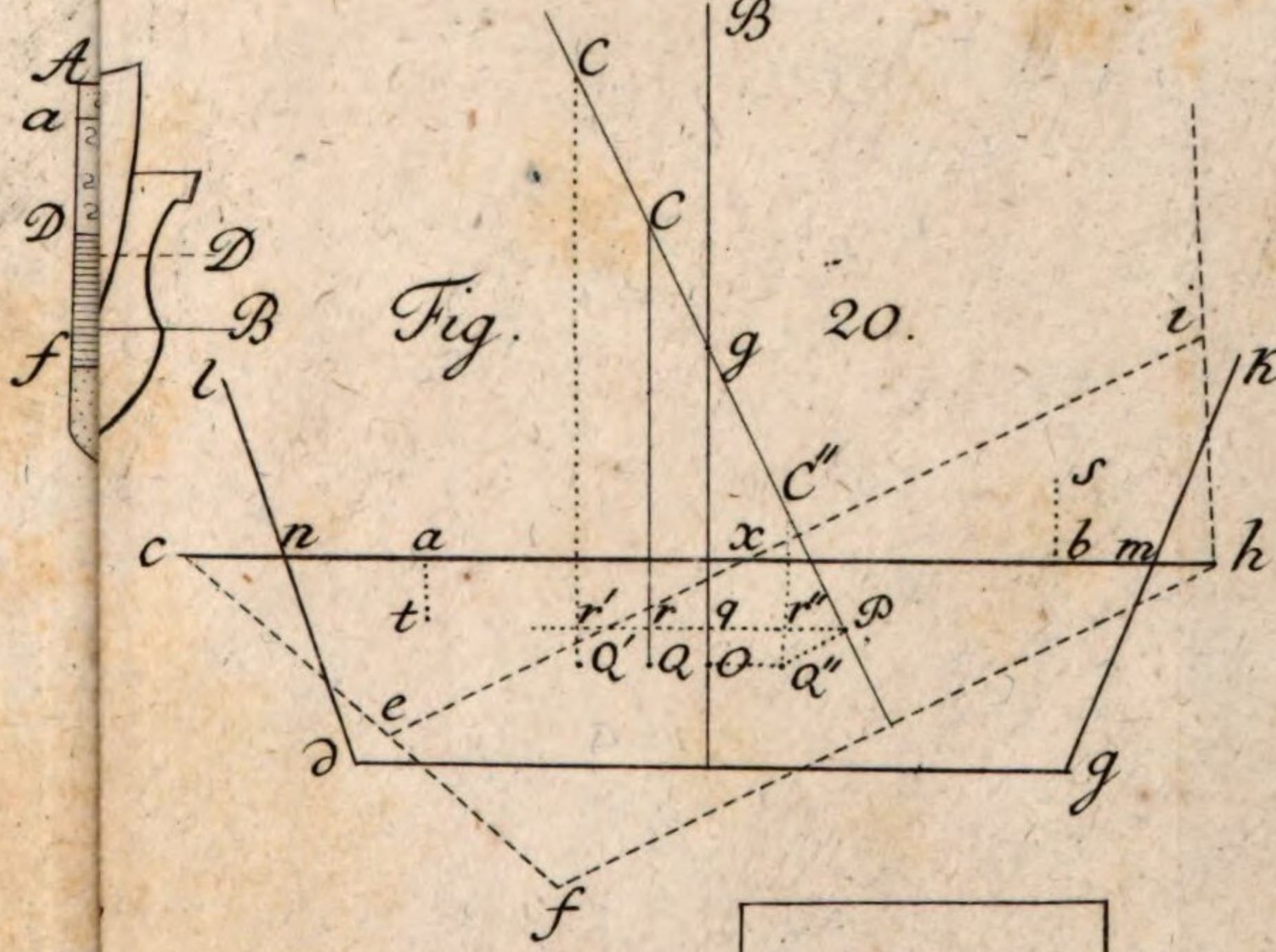

A
c

Fig. 10.

c
D
γ
d


e
a
d
Fig. 13**.
f
P
P'
b
c


d
b
a
c


A
a
D
D
B
f
Fig. 20.
B
C
C
g
i
k
l
C''
s
c
n
a
x
b
m
h
t
r'
r
q
r''
p
Q'
Q
O
Q''
e
d
g
f

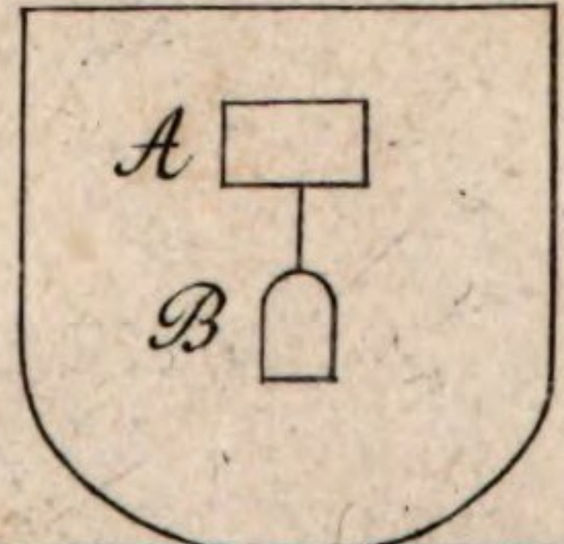

A
B

Fig. 21.

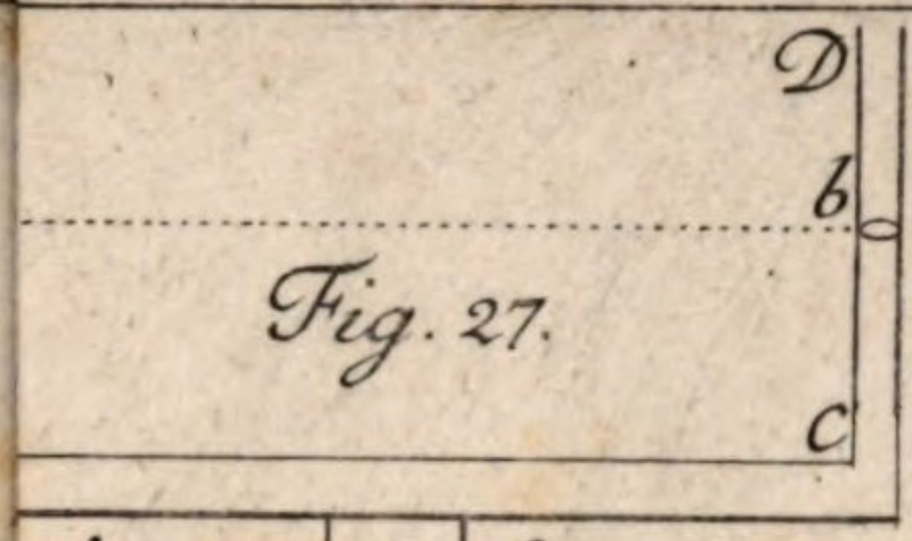


Fig. 27.

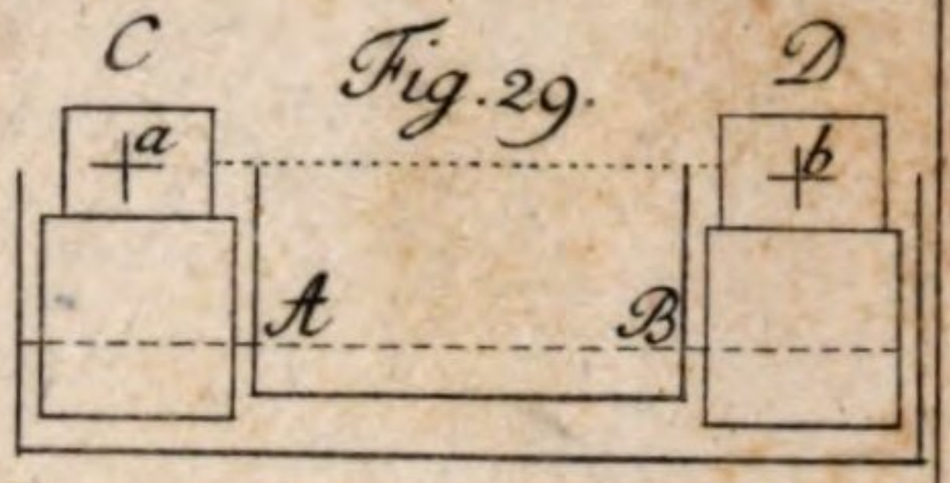
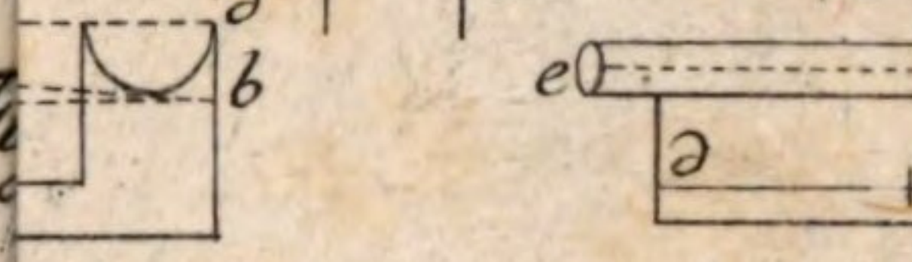


Fig. 29.



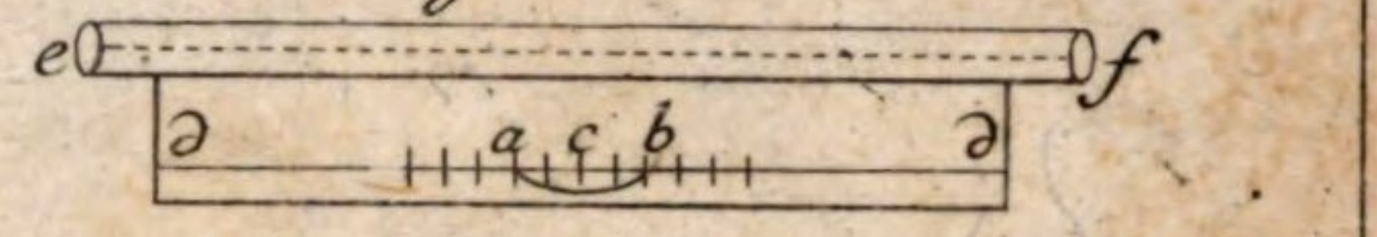


Fig. 31.

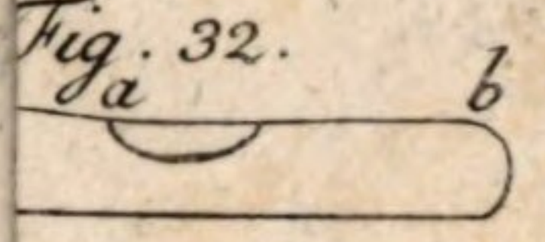
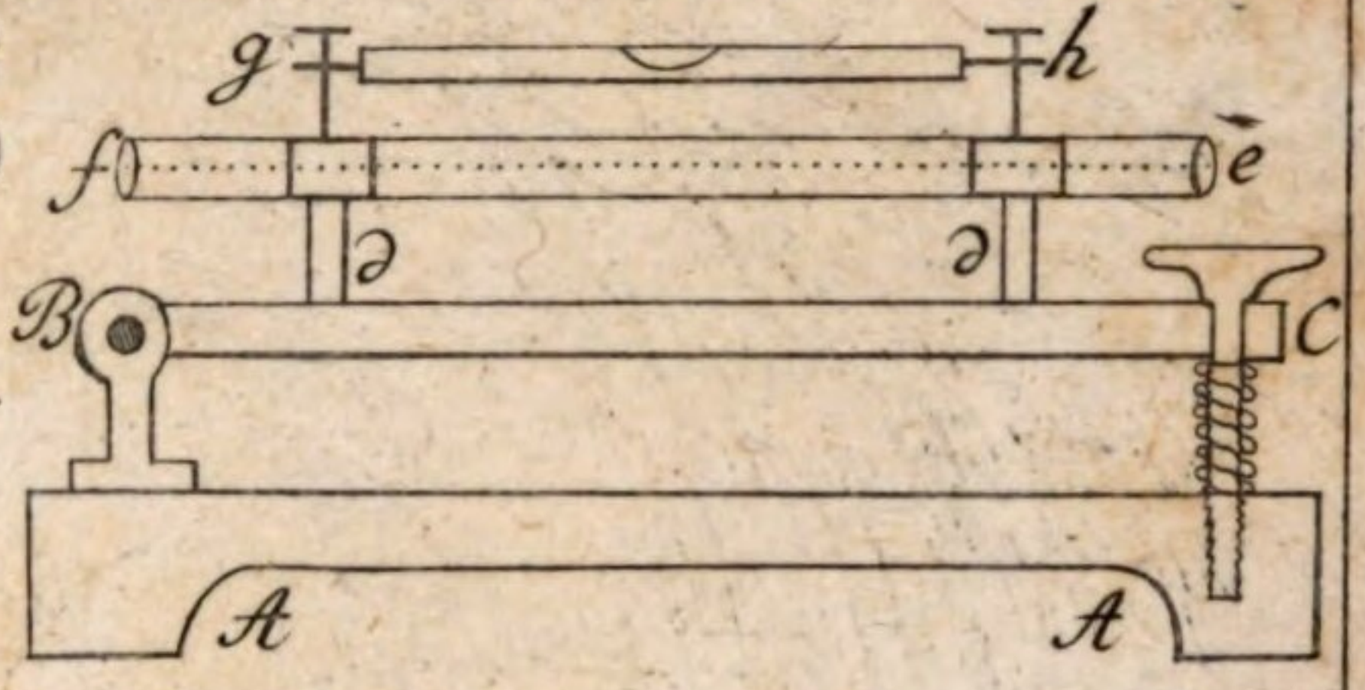


Fig. 32.



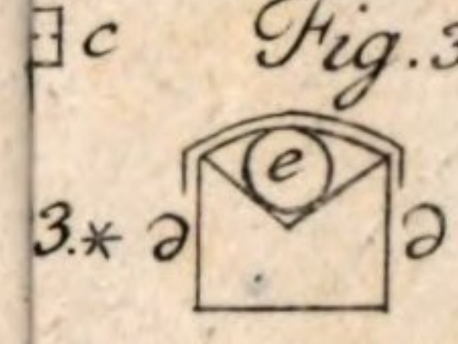


Fig. 33.

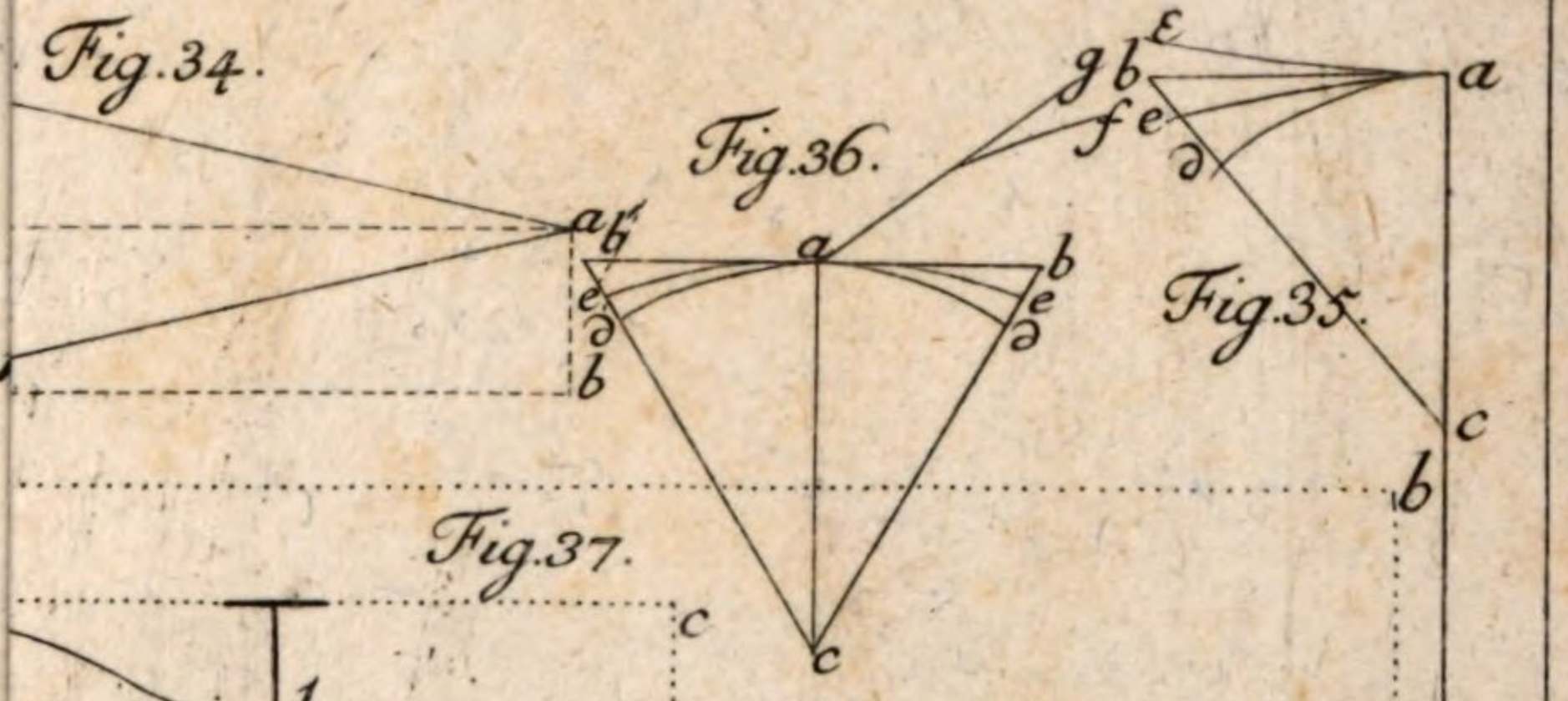


Fig. 34.
Fig. 36.
Fig. 35.
Fig. 37.

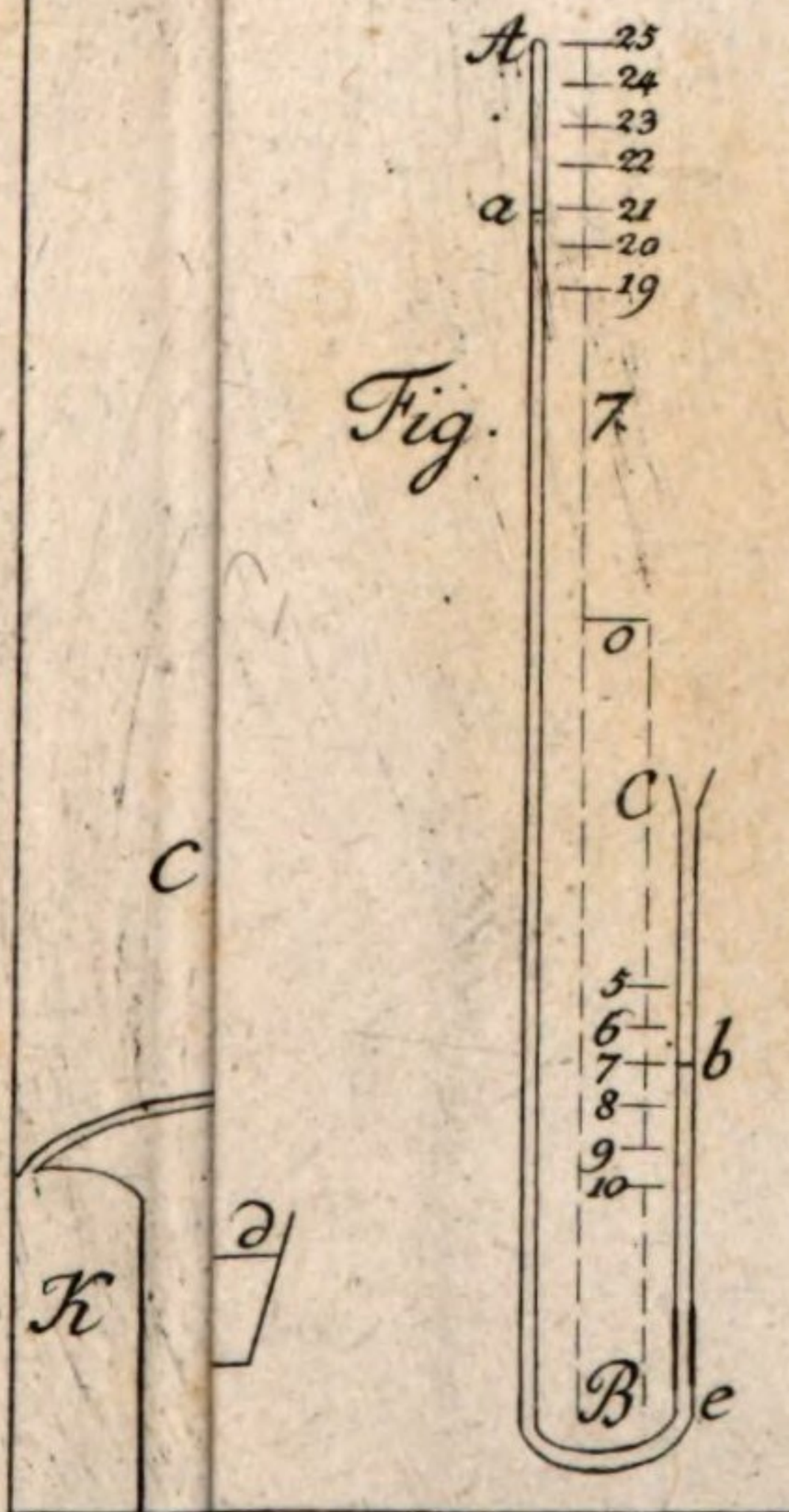


Fig. 7.

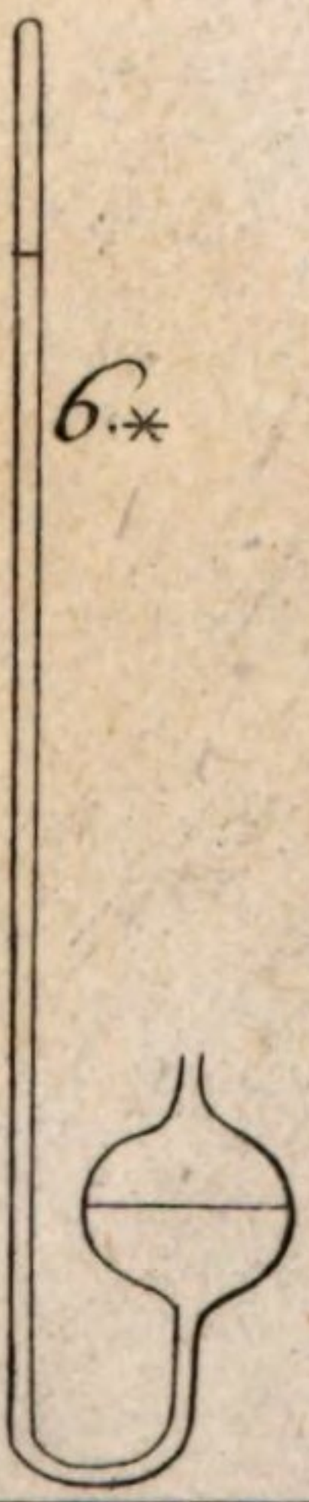


Fig. 6.*

Fig. 38.

Fig. 16.

Fig. 17.

Fig. 18.

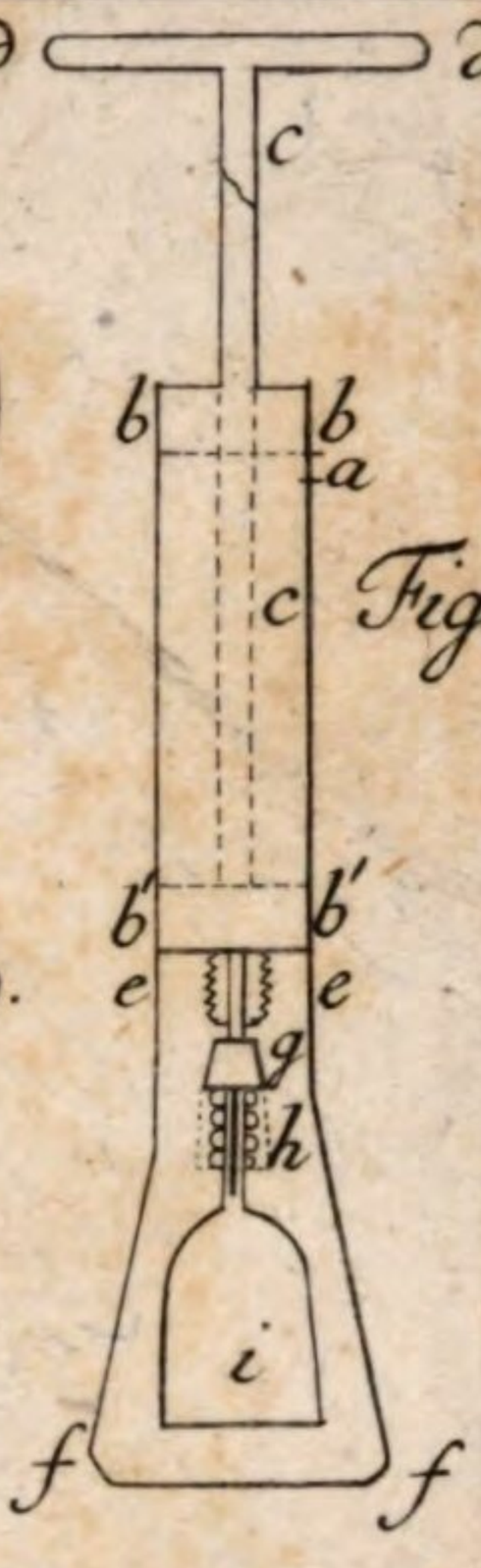


Fig. 19.

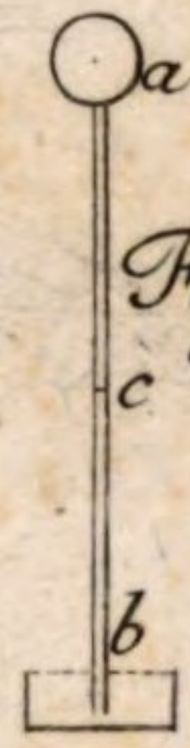


Fig. 25.

Fig. 24.

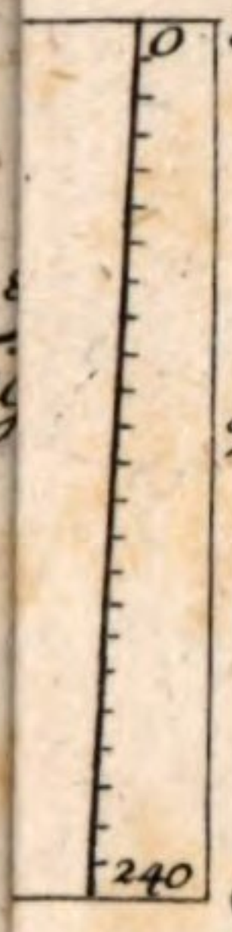


Fig. 26.

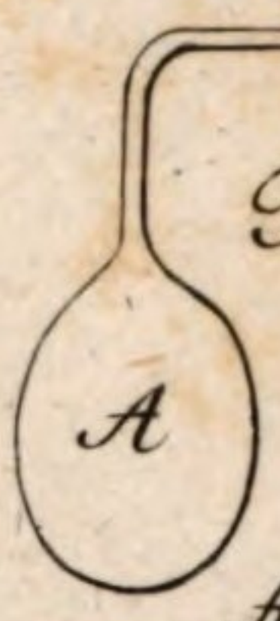


Fig. 32.

Fig. 33.

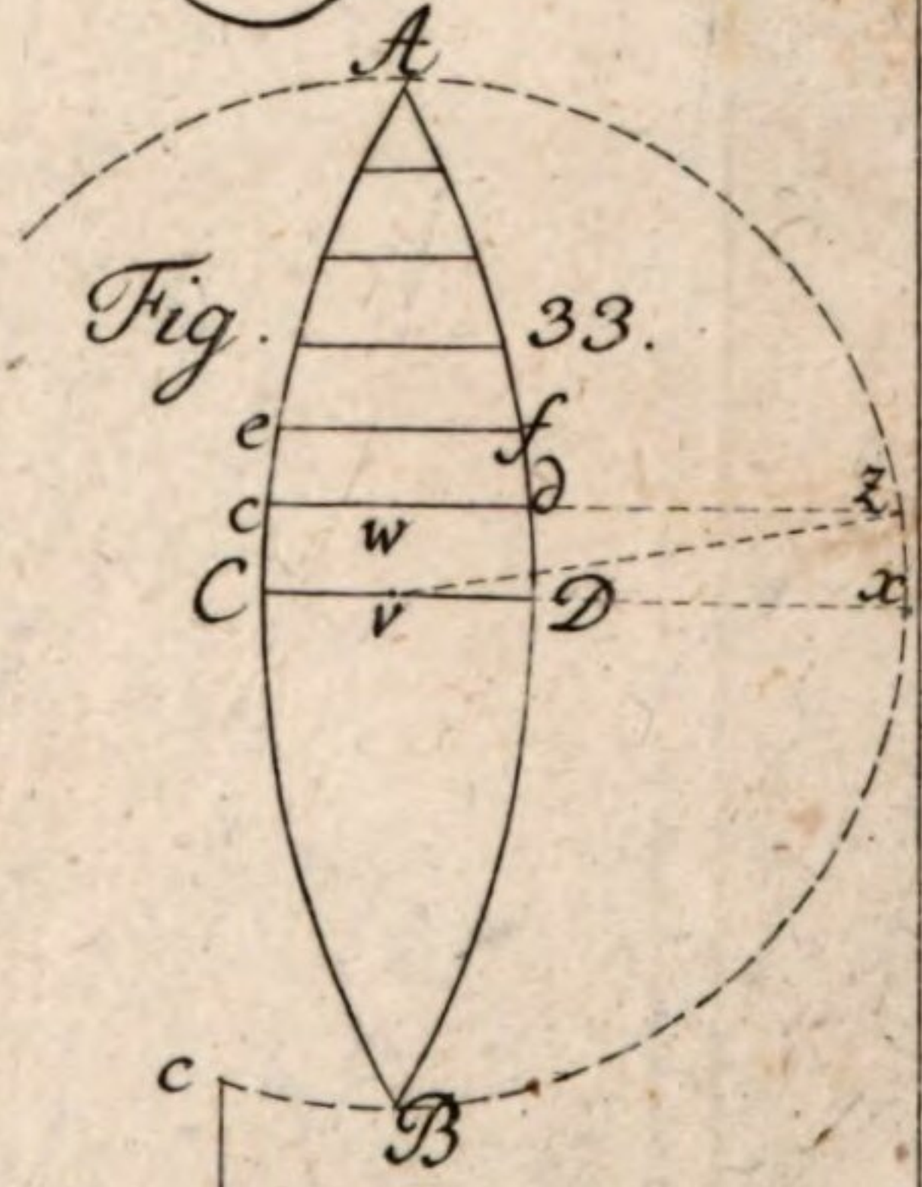


Fig. 34.

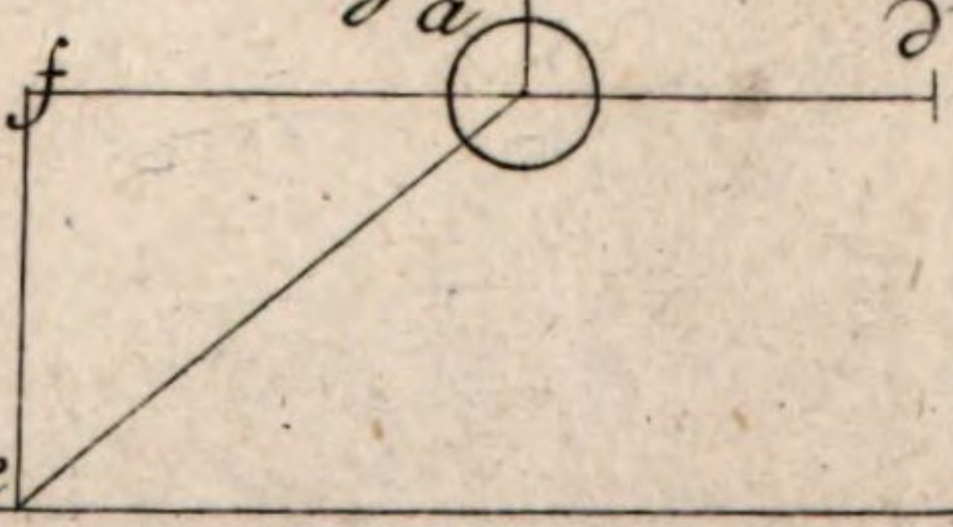


Fig.

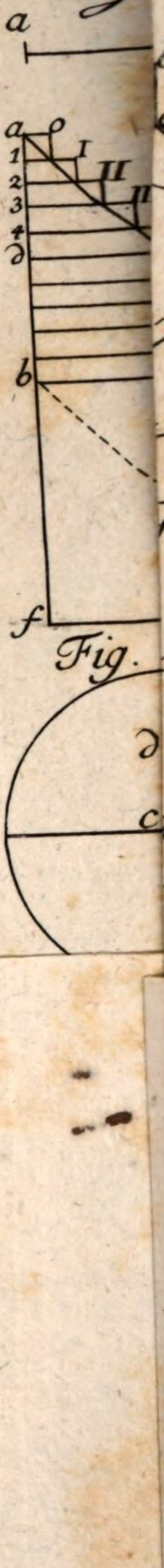
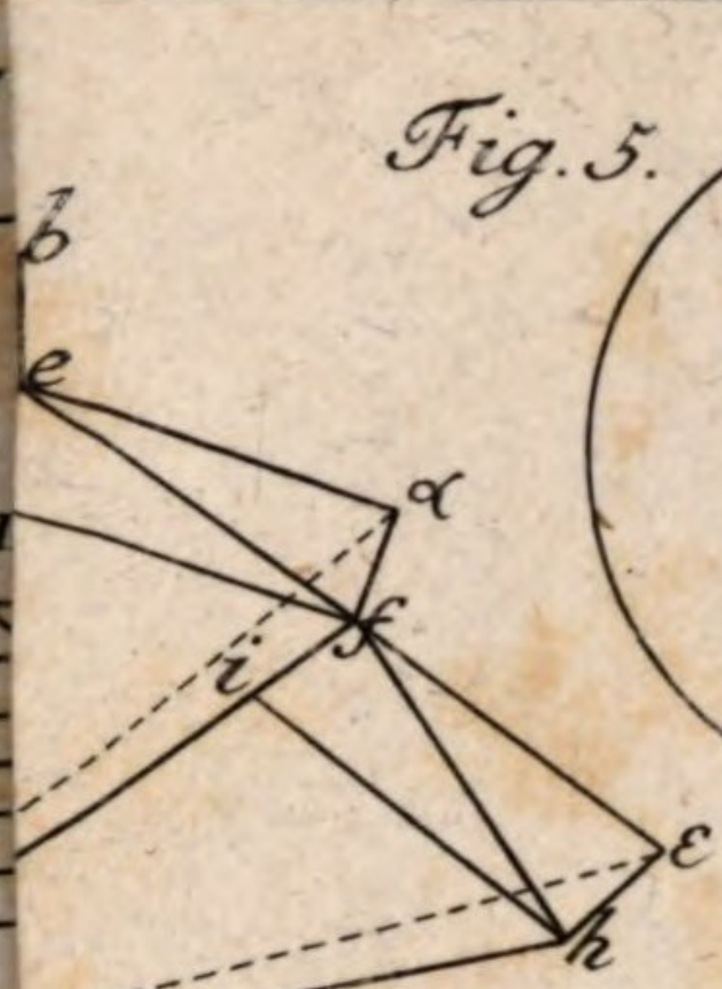


Fig. 5.



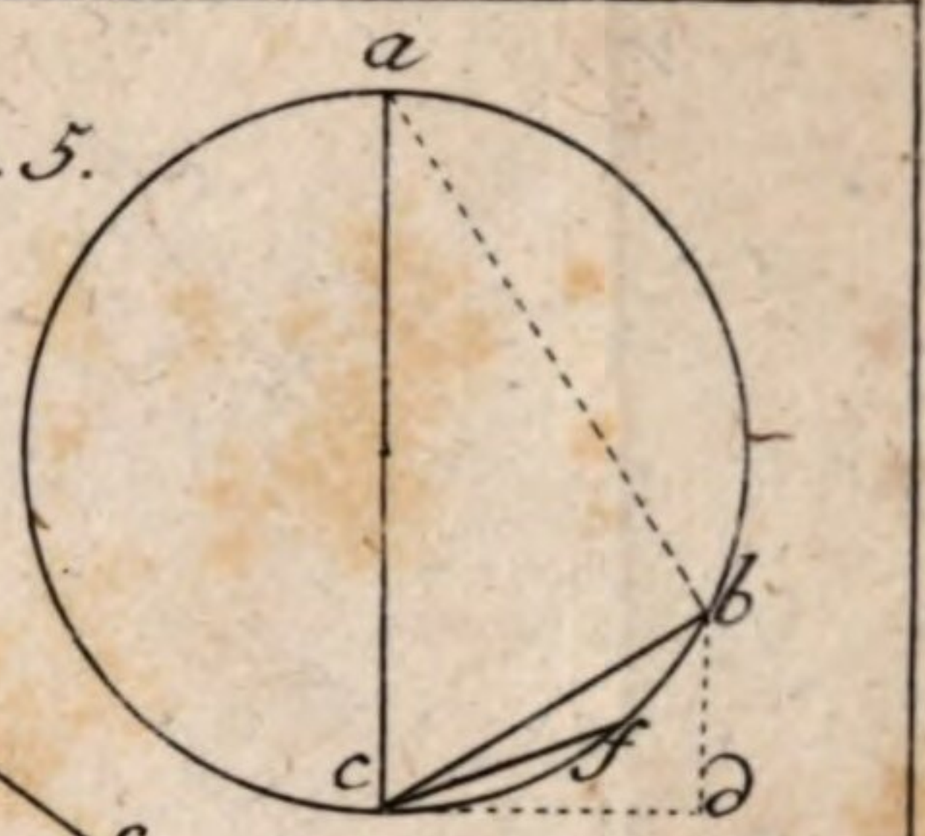


Fig. 8.

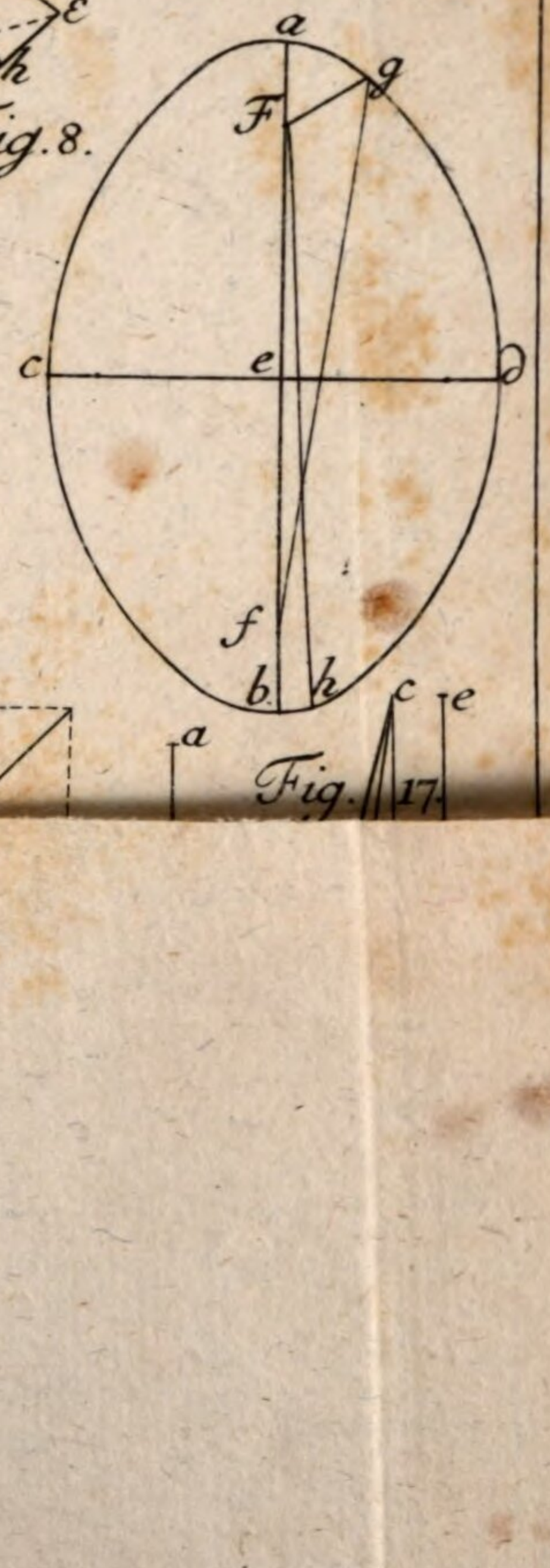


Fig.

Fig. 17.

7.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schmidt, Georg Gottlieb, 1768-1837

Anfangsgründe der Mathematik Zum Gebrauch auf Schulen und Universitäten herausgegeben

Bd.: 2,1

Frankfurt am Main 1798

Math.u. 177-2,1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10594267-6
VD18 80015131-001